

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
СЕВЕРО-ЗАПАДНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЗАОЧНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра электротехники и электромеханики

Теоретические основы электротехники

Стационарные процессы в линейных электрических цепях

Учебно - методический комплекс

Институты: энергетический, радиоэлектроники

Специальности: 140211.65 – электроснабжение;
140601.65 – электромеханика;
140602.65 – электрические и электронные аппараты;
210106.65 – промышленная электроника

Направления подготовки бакалавра:

140200.62 – электроэнергетика;
140600.62 – электротехника, электромеханика
и электротехнологии;
210100.62 – электроника и микроэлектроника

Санкт-Петербург
Издательство СЗТУ
2008

Утверждено редакционно-издательским советом университета

УДК 621.3(07)

Теоретические основы электротехники Стационарные процессы в линейных электрических цепях: учебно-методический комплекс / сост.: А.Л. Виноградов, Б.Е. Синдаловский. – СПб.: Изд-во СЗТУ, 2008. – 296 с.

Учебно-методический комплекс (УМК) разработан в соответствии с требованиями государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования.

В дисциплине рассмотрены основы анализа и расчета линейных электрических цепей для стационарных режимов.

Рассмотрено на заседании кафедры электротехники и электромеханики
21 апреля 2008 г., одобрено методической комиссией энергетического института 5 мая 2008 г.

Рецензенты: кафедра электротехники и электромеханики (зав. кафедрой В.И. Рябуха, д-р техн. наук, проф.) Ю.В. Куклев, канд. техн. наук, доц.; С.Е. Джаншиев, канд. техн. наук, доц. кафедры электроснабжения СЗТУ.

Составители: А.Л. Виноградов, канд. техн. наук, доц.,
Б.Е. Синдаловский, канд. техн. наук, проф.

© Северо-Западный государственный заочный технический университет,
2008
© Виноградов А.Л., Синдаловский Б.Е., 2008

1. Информация о дисциплине

1.1. Предисловие

Дисциплина "Теоретические основы электротехники" (ТОЭ) для специальностей 140601.65, 140602.65, 140211.65, 210106.65 состоит из трех частей. Для каждой части составлен учебно-методический комплекс (УМК-1, УМК-2, УМК-3).

В часть 1 (ТОЭ-1), которая представлена в УМК-1, вошли темы по стационарным процессам в линейных электрических цепях.

В часть 2 (ТОЭ-2), которая представлена в УМК-2, вошли темы по несинусоидальным и переходным процессам в линейных электрических цепях и нелинейным цепям.

В часть 3 (ТОЭ-3), которая представлена в УМК-3, вошли темы по электромагнитному полю.

В данном сборнике представлена первая часть (ТОЭ-1) – **стационарные процессы в линейных электрических цепях.**

Целью изучения дисциплины является формирование системы научных знаний в области ТОЭ и изучение основных вопросов теории электротехнических цепей в установившемся режиме.

Задачи изучения дисциплины – усвоение и понимание явлений, происходящих в линейных электрических цепях.

В результате изучения дисциплины студент должен овладеть основами знаний по дисциплине, формируемыми на нескольких уровнях.

Иметь представление:

- о теории электрических цепей и об областях ее применения;
- об устройстве и принципе действия разнообразной электротехнической аппаратуры.

Знать:

- методы расчета цепей постоянного и переменного тока;
- методы расчета цепей синусоидального тока;
- методы расчета индуктивно связанных цепей;
- методы расчета трехфазных цепей.

Уметь применять полученные знания для изучения последующих дисциплин, использующих теорию электротехники.

Владеть:

- методами расчета цепей постоянного тока;

- методами расчета цепей синусоидального тока;
- методами расчета индуктивно связанных цепей;
- методами расчета трехфазных цепей.

Место изучения дисциплины в учебном процессе

Для изучения дисциплины необходимы знания следующих дисциплин и их разделов:

по физике – электричество и магнетизм, колебания и волновое движение, физика твердого тела, физические величины и единицы их измерения;

по высшей математике – дифференциальное и интегральное исчисления, дифференциальные уравнения и методы их решения, операционное исчисление, ряды, функции комплексной переменной;

по вычислительной математике и программированию – приближенные вычисления, численные методы решения;

по вычислительной технике – основы программирования и функционирования ЭВМ;

по основам метрологии и стандартизации – международную систему единиц (СИ), методы и средства измерения электрических и магнитных величин, условное графическое изображение электрических, магнитных и полупроводниковых элементов, схемы и их выполнение;

по экономике – экономические критерии в электротехнике, повышение коэффициента полезного действия и коэффициента мощности электротехнических устройств, надежность.

Приобретенные знания студентами будут непосредственно использованы при изучении следующих частей (ТОЭ-1, ТОЭ-2).

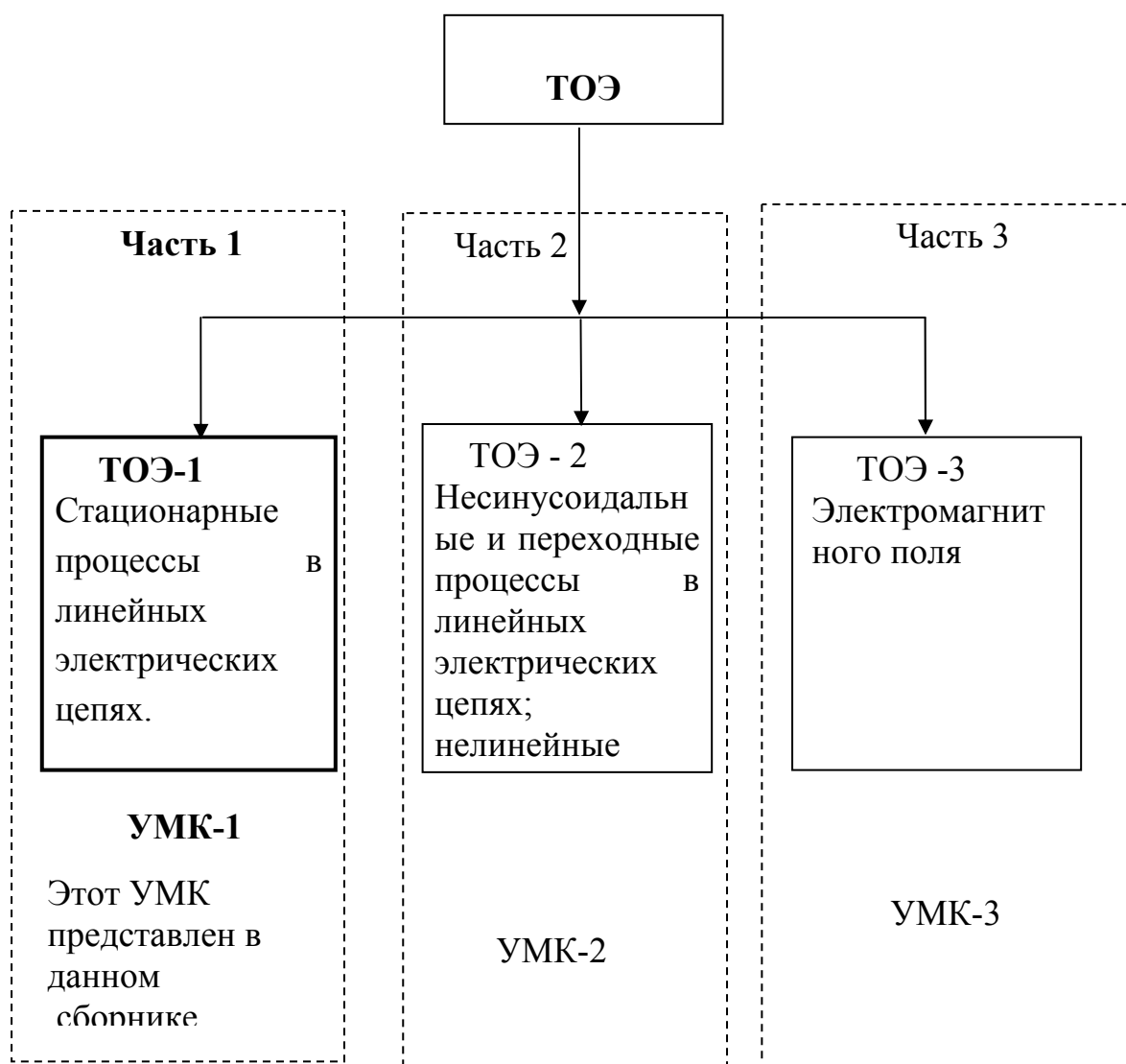
Структура учебно–методического комплекса представлена ниже.

Рабочая программа разбита на 4 раздела, каждый из которых состоит из нескольких тем.

Для проверки усвоения материала темы опорного конспекта проводится **промежуточное тестирование**.

Итоговым контролем является: 1. *Контрольная работа*, состоящая из задач, для решения которых необходимо знание соответствующих разделов.

2. *Экзамены и зачеты* (вопросы к экзаменам и зачетам приведены в разделе «Блок контроля освоения дисциплины»). Распределение экзаменов и зачетов по семестрам (частям) для каждой специальности приведены в разделе 1.2. «Содержание дисциплины и виды учебной работы».



1.2. Содержание дисциплины и виды учебной работы

Физические основы электротехники; уравнения электромагнитного поля; законы электрических цепей; цепи синусоидального тока; трехфазные цепи; расчет цепей при периодических несинусоидальных воздействиях; многополюсники; переходные процессы в линейных цепях; нелинейные электрические и магнитные цепи; цепи с распределенными параметрами; теория электромагнитного поля; электростатическое поле; стационарное электрическое поле; магнитное поле; аналитические и численные методы расчета электрических и магнитных полей; переменное электромагнитное поле; поверхностный эффект и эффект близости; электромагнитное экранирование (полужирным шрифтом отмечено содержание дисциплины, вошедшее в данный сборник).

Объем дисциплины и виды учебной работы
по дисциплине «Теоретические основы электротехники»

Вид учебной работы	Стационарные процессы линейных электрических цепях			Несинусоидальные и переходные процессы в линейных цепях. Нелинейные цепи			Электромагнитное поле		
	Всего часов			Всего часов			Всего часов		
	Форма обучения			Форма обучения			Форма обучения		
	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная	Очная	Очно-заочная	Заочная
Общая трудоемкость дисциплины	400								
	135			135			130		
Работа под руководством преподавателя (включая ДОТ)	240								
	81	81	81	81	81	81	78	78	78
В т.ч. аудиторные занятия: лекции, практические занятия (ПЗ), лабораторные работы (ЛР)	24	12	6	24	12	6	16	12	4
	16	12	6	16	12	6	16	12	4
	16	8	4	16	8	4	16	12	8
Самостоятельная работа студента	54	54	54	54	54	54	52	52	52
Промежуточный контроль, количество	9	9	9	6	6	6	4	4	4
Контрольная работа	0	1	1	0	1	1	0	1	1
Вид итогового контроля (зачет, экзамен)									
210106.65	Зачет			Зачет			Экзамен		
140211.65	Экзамен			Экзамен			Экзамен		
140601.65, 140602.65	Зачет, экзамен			Зачет, экзамен			Зачет, экзамен		

2. Рабочие учебные материалы

2.1. Рабочая программа

I. Стационарные процессы в линейных электрических цепях

Введение

[1], с. 4...8

Раздел 1. Электрические цепи при постоянном токе

1.1. Электрическая цепь и ее характеристики

[1], с.107...131; [2], с.5...12, 51...67; [3], с.19...67

Предмет курса теоретических основ электротехники (ТОЭ), его связь с фундаментальными дисциплинами - математикой и физикой. Место курса ТОЭ в системе электротехнического образования инженера. Связь курса ТОЭ с электроэнергетикой, машиностроением, автоматикой и вычислительной техникой. Основные задачи.

Определение электрической цепи. Источники и приемники электрической энергии. Основные элементы электрической цепи, их графическое обозначение на схемах. Основные топографические элементы электрической цепи: ветвь, узел, контур. Законы электрических цепей - первый и второй законы Кирхгофа. Параметры электрических цепей - активное сопротивление, индуктивность и электрическая емкость. Идеализированные элементы цепей, их графическое изображение на схемах.

1.2. Цепи постоянного тока

[2], с. 5...50; [4], с. 9...39; [5], с. 9...50

Закон Ома и законы Кирхгофа применительно к цепям постоянного тока. Основной расчетный параметр цепей постоянного тока. Цепи с последовательным, параллельным и смешанным соединением сопротивлений. Сложные цепи постоянного тока. Мощность цепи постоянного тока. Энергетический баланс.

1.3. Цепи синусоидального тока

[1], с.163...190; [2], с. 67...81, 88...91; [3], с. 50...75; [4], с. 61...91

Основные определения: период, частота, угловая частота, фаза, начальная фаза, амплитуда, мгновенное значение тока и напряжения.

Действующее значение синусоидального тока. Векторные диаграммы цепей. Расчет простейших цепей с помощью векторных диаграмм. Активная, реактивная и полная мощности цепи. Понятие о пассивном двухполюснике и об эквивалентных электрических цепях. Коэффициент мощности и КПД.

Раздел 2. Методы расчета электрических цепей

2.1. Комплексный метод расчета электрических цепей синусоидального тока

[1], с. 191...207; [2], с. 69...81; [3], с. 76...98; [4], с. 61...91

Изображение синусоидальных токов и напряжений в виде комплексных чисел в показательной и алгебраической формах записи. Комплексное сопротивление, комплексная проводимость, комплексная мощность. Активное индуктивное и емкостное сопротивления в комплексной форме записи. Законы Кирхгофа в комплексной форме записи. Расчет разветвленных цепей синусоидального тока с одним источником энергии символическим методом.

2.2. Методы расчета сложных цепей синусоидального тока

[1], с. 211...241; [2], с. 10,16...18,19,22...26,37...40,81...82;
[3], с. 154...157; [4], с. 92...98

Непосредственное применение законов Кирхгофа для расчета сложных цепей. Общее количество уравнений в системе. Правила составления этих уравнений. Баланс мощностей. Метод контурных токов. Метод узловых напряжений. Принцип наложения и основанный на нем метод расчета цепи с несколькими источниками энергии. Теорема об эквивалентном источнике и метод расчета, основанный на этой теореме. Теорема взаимности и теорема компенсации.

Раздел 3. Резонанс. Индуктивно связанные цепи

3.1. Резонансные явления. Частотные характеристики

[1], с. 261...281; [2], с. 92...97; [3], с.120...143; [4], с. 105...113; [5], с. 126...159

Определение резонансного режима цепи. Общее условие резонанса. Резонанс в цепи с последовательным и параллельным соединением R, L и C . Частотные характеристики цепей с последовательным и параллельным соединением RLC . Понятие о характеристическом сопротивлении, добротности, затухании, полосе пропускания цепи (контура). Резонанс в цепях со смешанным соединением активного сопротивления, индуктивности и емкости. Частотные характеристики. Понятие об электрических фильтрах.

3.2. Индуктивно-связанные цепи

[1], с. 242...251; [2], с. 102...110; [3], с. 114...131; [5], с. 160...194

Взаимная индуктивность как общий параметр системы из двух индуктивно-связанных катушек. Соотношение между собственными индуктивностями катушек и их взаимной индуктивностью. Уравнения для напряжений двух индуктивно связанных катушек в комплексной форме записи. Сопротивление взаимной индуктивности. Согласное и встречное включения. Маркировка "начал" индуктивно связанных катушек. Расчет сложных цепей, содержащих индуктивно связанные катушки непосредственно по законам Кирхгофа.

Раздел 4. Трехфазные цепи. Цепи с распределенными параметрами

4.1. Соединение звездой и треугольником трехфазных цепей

[1], с. 283...292; [2], с.160...174; [3], с. 361...383; [4], с. 169...187;
[5], с. 117...125

Генерирование трехфазной системы ЭДС. Соединение трехфазной цепи звездой и треугольником. Основные особенности каждого из этих соединений. Фазные и линейные токи и напряжения. Мощность трехфазной цепи. Симметричный и несимметричный режимы работы трехфазной

цепи. Расчет статических трехфазных цепей. Получение вращающегося магнитного поля. Принцип действия асинхронного и синхронного трехфазного двигателя.

4.2. Метод симметричных составляющих

[1], с. 293...298; [2], с. 175...177; [3], с. 383...397; [4], с. 198...200

Разложение несимметричной трехфазной системы векторов на составляющие: прямую, обратную и нулевую последовательности. Важнейшие свойства трехфазной цепи в отношении симметричных составляющих токов и напряжений прямой, обратной и нулевой последовательностей. Симметричные составляющие сопротивлений обмоток вращающихся электрических машин.

Преобразование несимметричной трехфазной, цепи в симметричную путем замены несимметричных участков цепи эквивалентным трехфазным источником ЭДС. Порядок расчета трехфазной цепи методом симметричных составляющих при обрыве линейных проводов и коротком замыкании на землю.

4.3. Цепи с распределенными параметрами

[1], т. 2, с. 269...285; [2], с. 314...316

Определение длинной линии. Первичные параметры длинной линии. Уравнения однородной линии в частных производных. Установившийся режим работы длинной линии при синусоидальных токах и напряжениях. Линия как симметричный четырехполюсник. Характеристические параметры линии. Бегущие волны, падающие и отраженные волны, длина волны, коэффициенты затухания и фазы, фазовая скорость волны. Коэффициенты отражения волны. Неискажающая линия. Линия без потерь. Стоячие волны. Входное сопротивление линии без потерь. Экспериментальное определение параметров линии.

II. Несинусоидальные периодические и переходные процессы в линейных цепях. Нелинейные цепи

Раздел 5. Несинусоидальные токи и напряжения. Переходные процессы

5.1. Несинусоидальные периодические ЭДС, напряжения и токи в линейных электрических цепях

[1], т. 1, с. 299...309; [2], с. 179...190; [3], с. 400...425; [5], с. 155...170

Установившиеся процессы в цепях с несинусоидальными ЭДС, напряжениями и токами. Гармонический анализ и разложение функций в ряд Фурье. Особенности рядов Фурье при различных видах симметрии несинусоидальных напряжений и токов. Методика расчета цепи при воздействии на нее несинусоидальных периодических ЭДС. Влияние характера нагрузки на соотношение между формой кривой тока и напряжения. Действующие и средние значения несинусоидальных периодических ЭДС, напряжений и токов. Мощность цепи несинусоидального тока. Коэффициент мощности. Коэффициенты, характеризующие форму кривой несинусоидальных ЭДС, напряжений и токов.

5.2. Классический метод расчета переходных процессов

[1], т.2 с. 11...44; [2], с. 198...290; [3], с. 427...528;

Определение переходных процессов. Законы коммутации. Нулевые и ненулевые начальные условия. Классический метод расчета переходных процессов в нелинейных электрических цепях. Общий путь расчета переходных процессов классическим методом. Определение постоянных интегрирования из начальных условий. Переходные процессы в цепях с последовательным соединением элементов R, L и R, C при включении к источнику постоянного и синусоидального напряжения. Расчет переходных процессов при подключении цепей R, L и R, C к разрядному сопротивлению. Аперiodический и колебательный переходные процессы в цепях с последовательным соединением элементов R, L, C . Расчет переходных процессов в сложных электрических цепях. Основные положения метода переменных состояния. Составление дифференциальных уравнений состояния и их решение методами численного интегрирования с помощью ЭВМ.

5.3. Операторный метод расчета переходных процессов

[1], т. 2, с. 87...102; [2], с. 268...282

Операторный метод расчета переходных процессов в линейных электрических цепях. Прямое и обратное преобразование Лапласа. Операторное изображение напряжений и токов как функций времени, их производных и интегралов. Законы Ома и Кирхгофа в операторной форме. Эквивалентные операторные схемы. Основные этапы расчета переходных процессов в линейных электрических цепях операторным методом. Переход от изображений к оригиналу. Теорема разложения.

Раздел 6. Нелинейные электрические и магнитные цепи при постоянном токе

6.1 . Нелинейные электрические цепи при постоянном токе

[1], т. 2, с. 317...378; [2], с. 361,375...383

Особые свойства нелинейных электрических цепей. Нелинейные элементы электрических цепей. Расчет электрической цепи постоянного тока при последовательном, параллельном и смешанном соединениях нелинейных элементов. Расчет электрических цепей, содержащих нелинейные элементы и источники ЭДС. Метод эквивалентного генератора для расчета сложных цепей с одним и двумя нелинейными элементами. Расчет сложной электрической цепи постоянного тока численными методами. Метод последовательных приближений.

6.2. Магнитные цепи при постоянном токе

[1], т. 2, с. 386...396; [2], с. 361, 375...383

Законы и параметры магнитных цепей. Схемы замещения магнитных цепей. Расчет магнитной цепи с последовательным соединением участков. Расчет разветвленных магнитных цепей.

Раздел 7. Нелинейные цепи при переменном токе

7.1. Установившиеся процессы в нелинейных цепях при переменном токе

[1], т. 2, с. 396...417; [2], с. 361,375...383

Периодические процессы в нелинейных электрических цепях с инерционными элементами. Особенности периодических процессов в нелинейных цепях с безынерционными элементами. Метод эквивалентных синусоид. Формы кривых тока, магнитного потока и ЭДС в катушке с ферромагнитным сердечником. Потери в сердечниках из ферромагнитного материала. Уравнения, векторная диаграмма и эквивалентная схема катушки с замкнутым ферромагнитным сердечником. Комплексное магнитное сопротивление нелинейного дросселя и связь с комплексным электрическим сопротивлением на основе метода эквивалентных синусоид. Основные уравнения, векторная диаграмма и схема замещения трансформатора с ферромагнитным сердечником элементов.

7.2. Переходные процессы в нелинейных электрических цепях

[1], т. 2, с. 433...474; [2], с. 468...498

Особенности расчета переходных процессов в нелинейных цепях. Метод графического интегрирования. Приближенные аналитические методы расчета. Кусочно-линейный метод анализа нелинейных электрических цепей. Метод условной линеаризации. Метод переменных состояния. Численные методы расчета переходных процессов.

III. Электромагнитное поле

Раздел 8. Общие сведения об электромагнитном поле.

Электростатическое поле

8.1. Общие сведения об электромагнитном поле

[1], т. 3. с. 11...32; [2], с. 210...268; [3], с. 161...174

Векторы электромагнитного поля. Напряженность и потенциал электрического поля. Магнитная индукция и магнитный поток

8.2. Электростатическое поле

[1], т. 3. с. 32...49; [2], с. 210...268; [3], с. 161...174

Исходные положения. Напряженность электрического поля. Электрическое смещение. Уравнения электростатического поля. Скалярный потенциал. Уравнения Пуассона и Лапласа. Граничные условия. Плоскопараллельное поле. Поле в неоднородной среде. Электростатическое экранирование.

Раздел 9. Электромагнитное поле постоянного тока

9.1. Электрическое поле постоянного тока

[1], т. 3. с. 75...88; [2], с. 269...279; [3], с. 207...218; [4], с. 257...266

Исходные положения. Законы Ома, Кирхгофа и Джоуля-Ленца в дифференциальной форме. Уравнения электрического поля в проводящей среде. Граничные условия. Аналогия с электростатическим полем. Сопротивление заземления.

9.2. Магнитное поле постоянного тока

[1], т. 3. с. 125...168; [2], с. 279...310; [3], с. 226...231; [4], с. 267...291

Исходные положения. Индукция и напряженность магнитного поля. Закон полного тока в интегральной и дифференциальной формах. Вихревое и потенциальное поля. Принцип соответствия плоскопараллельных электрических и магнитных полей. Магнитное экранирование.

Раздел 10. Моделирование и методы расчета статических полей и электрических параметров элементов цепи

10.1. Методы расчета и моделирование статических полей

[1], т. 3. с. 60...78, [2], с. 227...229, 251...254, 297...303;
[3], с. 252...255, 263...268

Метод зеркальных изображений. Метод разделения переменных. Приближенные методы расчета полей. Графический метод построения картины поля. Формулировка интегральных уравнений и методы их решения. Метод конформных отображений. Моделирование полей.

10.2. Электромагнитные свойства среды

[1], т. 3. с. 84...92, 171...182, [2], с. 251...269, с. 311...324

Макроскопические параметры среды. Связь векторов поля в поляризуемых средах. Электростатическая модель диэлектрической среды. Разграничение материала по электропроводности.

10.3. Расчет электрических параметров элементов цепи

[1], т. 3. с. 84...92, 171...182, [2], с. 251...269, с. 311...324

Расчет электрической емкости. Уравнения, выражающие связь между зарядами и потенциалами в системе тел. Частичные емкости. Метод средних потенциалов. Приближенные методы расчета емкостей. Сопротивление заземления. Расчет индуктивности. Общее выражение взаимной и собственной индуктивностей в однородной среде. Метод участков для расчета индуктивностей. Энергия электрического и магнитного полей и ее преобразование. Механические проявления электрического и магнитного полей.

Раздел 11. Переменное электромагнитное поле

11.1. Квазистатическое электромагнитное поле

[1], т. 3. с. 201...230; [2], с. 326...359; [3], с. 274...284;

Условия квазистатичности. Закон электромагнитной индукции в интегральной и дифференциальной формах. Уравнения Максвелла в

символической форме записи. Уравнения Максвелла в проводящей среде. Плоская электромагнитная волна в однородном диэлектрике. Скорость распространения электромагнитной волны. Длина волны. Граничные условия. Отражение и преломление электромагнитных волн на границе раздела двух сред. Теорема Умова-Пойнтинга. Передача энергии вдоль проводов линии и коаксиального кабеля.

11.2. Переменное электромагнитное поле в проводящей среде

[1], т. 3. с. 238...268; [2], с. 367...401; [3], с. 284...303

Плоская электромагнитная волна в проводящей среде. Длина волны и затухание волны в проводящей среде. Поверхностный эффект. Эквивалентная глубина проникновения и ее зависимость от частоты и параметров среды. Неравномерное распределение переменного магнитного потока в плоском листе. Неравномерное распределение тока в цилиндрическом проводе кругового сечения. Активное и внутреннее индуктивное сопротивления проводов кругового сечения. Эффект близости. Электромагнитное экранирование. Индукционный нагрев металлов. Понятие о магнитогидродинамике. Электромагнитное поле в нелинейной ферромагнитной среде.

11.3. Электромагнитное поле в электротехнических устройствах

[1], т. 3. с. 238...268; [2], с. 367...401

Поверхностный эффект в электротехнических устройствах. Поверхностный электрический эффект в прямоугольной шине и в круговом цилиндрическом проводнике. Поверхностный магнитный эффект в плоском ферромагнитном листе. Эффект близости для двух параллельных токопроводящих шин. Распространение электромагнитного поля в коаксиальном кабеле.

Заключение

Значение дисциплины «Теоретические основы электротехники» для современного инженера. Перспективы и направления развития в исследовании и изучении в области электротехники, электроэнергетики и других направлений, связанных с электротехникой.

2.2. Тематический план дисциплины

2.2.1. Тематический план дисциплины «ТОЭ» для очной формы обучения

№ п/п	Наименование раздела, (отдельной темы)	Кол-во часов по дневной форме обучения	Виды занятий и контроля										
			Лекции		ПЗ (С)		ЛР		самостоятельная работа	Тесты	Контрольные работы	ПЗ (С)	ЛР
			аудит.	ДОТ	аудит.	ДОТ	аудит.	ДОТ					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	Всего	400							160				
I. Стационарные процессы в линейных электрических цепях													
	Всего	135	28	5	16	8	16	8	54				
1	Введение.	2							2				
2	Раздел 1. Электрические цепи при постоянном токе	30	4						8				
3	1.1. Электрическая цепь и ее характеристики									1.1			
4	1.2. Цепи постоянного тока				4	4				1.2		№ 1	
5	1.3. Цепи синусоидального тока.			2	4		4			1.3		№ 2	№ 1
6	Раздел 2. Методы расчета электрических цепей	35	8						10				
7	2.1. Комплексный метод расчета электрических цепей синусоидального тока				4	4	4	4		2.1		№ 3	№ 2
8	2.2. Методы расчета сложных цепей синусоидального тока			1						2.2		№ 4	
9	Раздел 3. Резонанс. Индуктивно связанные цепи	32	8						20				
10	3.1. Резонансные явления. Частотные характеристики						4			3.1			№ 3
11	3.2. Индуктивно связанные цепи									3.2			

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
12	Раздел 4. Трехфазные цепи. Цепи с распределенными параметрами	36	8						14				
13	4.1. Соединение звездой и треугольником трехфазных цепей			2	4		4	4		4.1	№ 1	№ 5	№ 4
14	4.2. Метод симметричных составляющих									4.2			
15	4.3. Цепи с распределенными параметрами									4.3			
II. Несинусоидальные и переходные процессы в линейных цепях. Нелинейные цепи													
	Всего	135	24	9	16	8	16	8	54				
16	Введение	2							2				
17	Раздел 5. Несинусоидальные токи и напряжения. Переходные процессы	45	10						1				
18	5.1. Несинусоидальные периодические ЭДС, напряжения и токи в линейных электрических цепях			2	4					5.1		№ 6	
19	5.2. Классический метод расчета переходных процессов			2	4	4	8	4		5.2		№ 7	№ 7,8
20	5.3. Операторный метод расчета переходных процессов			2	4					5.3		№ 8	
21	Раздел 6. Нелинейные электрические и магнитные цепи при постоянном токе	44	8						18				
22	6.1. Нелинейные электрические цепи при постоянном токе			2			4	4		6.1			№ 9

23	6.2. Магнитные цепи при постоянном токе				4	4				6.2		№ 9	
24	Раздел 7. Нелинейные цепи при переменном токе	44	6						33	7			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
25	7.1. Установившиеся процессы в нелинейных цепях при переменном токе			1			4						№ 12
26	7.2. Переходные процессы в нелинейных электрических цепях										№ 2		
III. Электромагнитное поле													
	Всего	130	24	6	16	8	16	8	52				
27	Введение	2							2				
28	Раздел 8. Общие сведения об электромагнитном поле. Электростатическое поле	34	8						16	8			
29	8.1. Общие сведения об электромагнитном поле												
30	8.2. Электростатическое поле			2	4	4						№ 10	
31	Раздел 9. Электромагнитное поле постоянного тока	28	4						4				
32	9.1. Электрическое поле постоянного тока						8						№ 13,14
33	9.2. Магнитное поле постоянного тока				4		4	4				№ 11	№ 15

34	Раздел 10. Моделирование и методы расчета статических полей и электрических параметров элементов цепи	32	4						22	10			
35	10.1. Методы расчета и моделирование статических полей												
36	10.2. Электромагнитные свойства среды.				4							№ 12	
37	10.3. Расчет электрических параметров элементов цепи			2									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
38	Раздел 11. Переменное электромагнитное поле.	34	8						8	11			
39	11.1. Квазистатическое электромагнитное поле												
40	11.2. Переменное электромагнитное поле в проводящей среде			2	4	4	4	4				№ 13	№ 16,17
41	11.3. Электромагнитное поле в электротехнических устройствах. Заключение										№ 3		

2.2.2. Тематический план дисциплины
«ТОЭ» для очно-заочной формы обучения

№ п/п	Наименование раздела, (отдельной темы)	Кол-во часов по дневной форме обучения	Виды занятий и контроля										
			Лекции		ПЗ (С)		ЛР		самостоятельная работа	Тесты	Контрольные работы	ПЗ (С)	ЛР
			аудит.	ДОТ	аудит.	ДОТ	аудит.	ДОТ					

	Всего	400							160				
I. Стационарные процессы в линейных электрических цепях													
	Всего	135	12	17	12	16	8	16	54				
1	Введение.	2							2				
2	Раздел 1. Электрические цепи при постоянном токе	30	2						6				
3	1.1. Электрическая цепь и ее характеристики			2						1.1			
4	1.2. Цепи постоянного тока			2	4					1.2		№ 1	
5	1.3. Цепи синусоидального тока.			2		4	4	4		1.3		№ 2	№ 1
6	Раздел 2. Методы расчета электрических цепей	35	4						15				
7	2.1. Комплексный метод расчета электрических цепей синусоидального тока			2	4	4		4		2.1		№ 3	№ 2
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
8	2.2. Методы расчета сложных цепей синусоидального тока			2						2.2			
9	Раздел 3. Резонанс. Индуктивно связанные цепи	32	2						20				
10	3.1. Резонансные явления. Частотные характеристики					4		4		3.1			№ 3
11	3.2. Индуктивно связанные цепи			2						3.2			
12	Раздел 4. Трехфазные цепи. Цепи с распределенными параметрами	36	4						11				
13	4.1. Соединение звездой и треугольником трехфазных цепей			2	4	4	4	4		4.1		№ 5	№ 4
14	4.2. Метод симметричных составляющих			2						4.2			

15	4.3. Цепи с распределенными параметрами			1						4.3	№ 1		
II. Несинусоидальные и переходные процессы в линейных цепях. Нелинейные цепи													
	Всего	135	12	17	12	16	8	16	54				
16	Введение	2							2				
17	Раздел 5. Несинусоидальные токи и напряжения. Переходные процессы	45	6						5				
18	5.1. Несинусоидальные периодические ЭДС, напряжения и токи в линейных электрических цепях			2	4	4				5.1		№ 6	
19	5.2. Классический метод расчета переходных процессов				4	4	4	8		5.2		№ 7	№№ 7,8
20	5.3. Операторный метод расчета переходных процессов					4				5.3		№ 8	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
21	Раздел 6. Нелинейные электрические и магнитные цепи при постоянном токе	44	2						18				
22	6.1. Нелинейные электрические цепи при постоянном токе			4	4		4	4		6.1			№ 9
23	6.2. Магнитные цепи при постоянном токе.			4		4				6.2		№ 9	
24	Раздел 7. Нелинейные цепи при переменном токе	44	4						29	7			
25	7.1. Установившиеся процессы в нелинейных цепях при переменном токе			4				4					№ 12

[illegible]

36	10.2. Электромагнитные свойства среды			2		4						№ 12	
37	10.3. Расчет электрических параметров элементов цепи												
38	Раздел 11. Переменное электромагнитное поле	34	3						9	11			
39	11.1. Квазистатическое электромагнитное поле												
40	11.2. Переменное электромагнитное поле в проводящей среде			2	4	8	4	4				№ 13	№ 16,17
41	11.3. Электромагнитное поле в электротехнических устройствах. Заключение										№ 3		

2.2.3. Тематический план дисциплины
«ТОЭ » для заочной формы обучения

№ п/п	Наименование раздела, (отдельной темы)	Кол-во часов по дневной форме обучения	Виды занятий и контроля										
			Лекции		ПЗ (С)		ЛР		самостоятельная работа	Тесты	Контрольные работы	ПЗ (С)	ЛР
			аудит.	ДОТ	аудит.	ДОТ	аудит.	ДОТ					
	Всего	400							160				
I. Стационарные процессы в линейных электрических цепях													
	Всего	135	6	33	6	16	4	16	54				
1	Введение	2							2				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
2	Раздел 1. Электрические цепи при постоянном токе	30	2						8				

3	1.1. Электрическая цепь и ее характеристики			2						1.1			
4	1.2. Цепи постоянного тока					4				1.2		№ 1	
5	1.3. Цепи синусоидального тока			4	2		4	4		1.3		№ 2	№ 1
6	Раздел 2. Методы расчета электрических цепей	35	2						13				
7	2.1. Комплексный метод расчета электрических цепей синусоидального тока			4	4	4		4		2.1		№ 3	№ 2
8	2.2. Методы расчета сложных цепей синусоидального тока			4						2.2		№ 4	
9	Раздел 3. Резонанс. Индуктивно связанные цепи	32							16				
10	3.1. Резонансные явления. Частотные характеристики			4		4		4		3.1			№ 3
11	3.2. Индуктивно связанные цепи			4						3.2			
12	Раздел 4. Трехфазные цепи. Цепи с распределенными параметрами	36	2						15				
13	4.1. Соединение звездой и треугольником трехфазных цепей			4		4		4		4.1		№ 5	№ 4
14	4.2. Метод симметричных составляющих			4						4.2			
15	4.3. Цепи с распределенными параметрами			3						4.3	№ 1		
II. Несинусоидальные и переходные процессы в линейных цепях. Нелинейные цепи													
	Всего	135	6	33	6	16	4	16	54				
16	Введение	2							2				

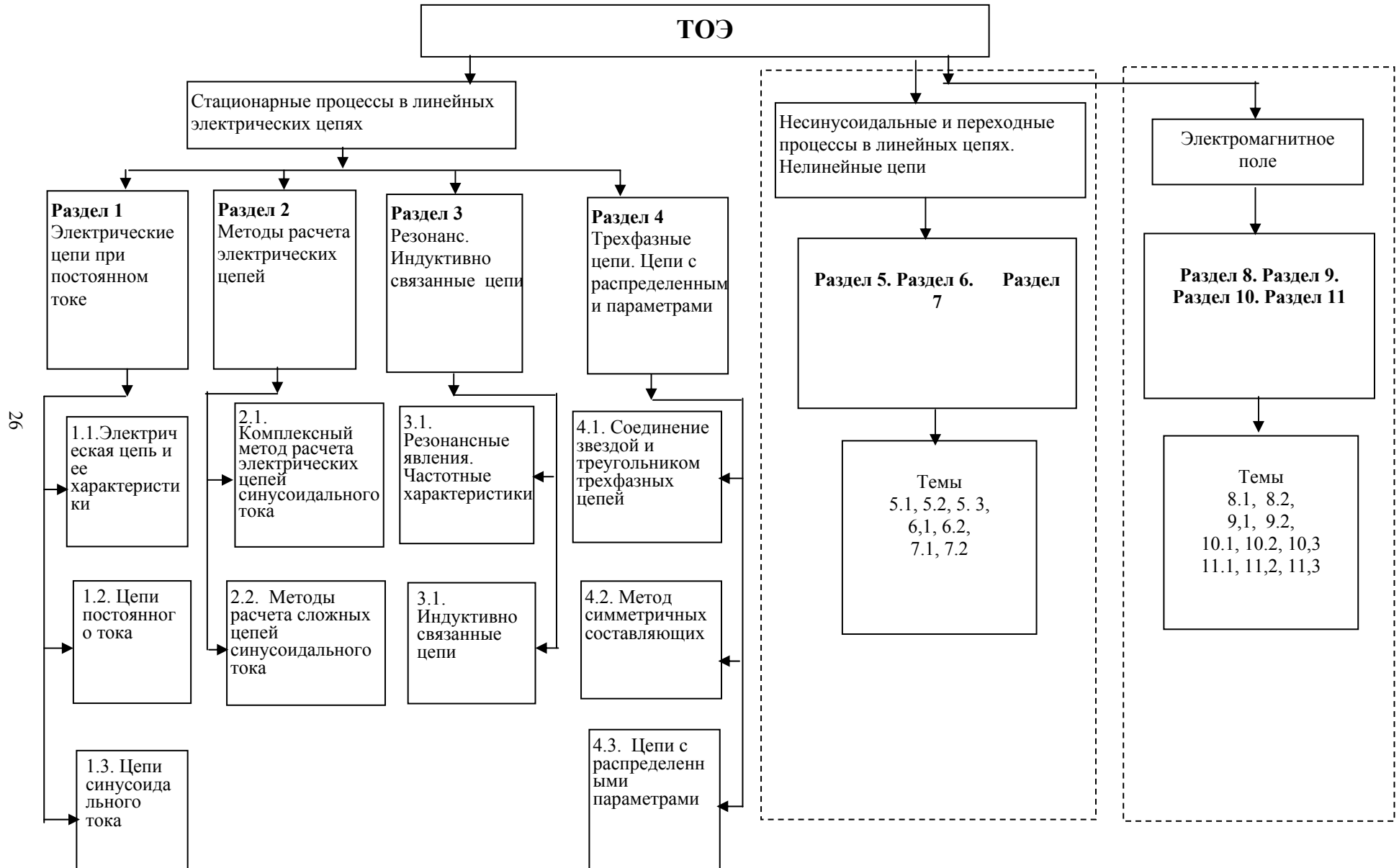
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
17	Раздел 5. Несинусоидальные токи и напряжения. Переходные процессы	45	2						1				
18	5.1. Несинусоидальные периодические ЭДС, напряжения и токи в линейных электрических цепях			4	2	4				5.1		№ 6	
19	5.2. Классический метод расчета переходных процессов			4	4	4	4	8		5.2		№ 7	№№ 7,8
20	5.3. Операторный метод расчета переходных процессов			4		4				5.3		№ 8	
21	Раздел 6. Нелинейные электрические и магнитные цепи постоянного тока	44	2						22				
22	6.1. Нелинейные электрические цепи при постоянном токе			6				4		6.1			№ 9
23	6.2. Магнитные цепи при постоянном токе			6		4				6.2		№ 9	
24	Раздел 7. Нелинейные цепи при переменном токе	44	2						29	7			
25	7.1. Установившиеся процессы в нелинейных цепях при переменном токе			5				4					№ 12
26	7.2. Переходные процессы в нелинейных электрических цепях.			4							№ 2		
III. Электромагнитное поле													
	Всего	130	4	30	4	16	8	16	52				
27	Введение	2							2				

8	Раздел 8. Общие сведения об электромагнитном поле. Электростатическое поле	34	2							14	8			
---	--	----	---	--	--	--	--	--	--	----	---	--	--	--

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
29	8.1. Общие сведения об электромагнитном поле			4									
30	8.2. Электростатическое поле			6	4	4						№ 10	
31	Раздел 9. Электромагнитное поле постоянного тока	28	1						3	9			
32	9.1. Электрическое поле постоянного тока							8					№ 13,14
33	9.2. Магнитное поле постоянного тока			4		4	4	4				№ 11	№ 15
34	Раздел 10. Моделирование и методы расчета статических полей и электрических параметров элементов цепи	32							16	10			
35	10.1. Методы расчета и моделирование статических полей			4									
36	10.2. Электромагнитные свойства среды			4		4						№ 12	
37	10.3. Расчет электрических параметров элементов цепи			4									
38	Раздел 11. Переменное электромагнитное поле.	34	1						17	11			

39	11.1. Квазистатическое электромагнитное поле			2									
40	11.2. Переменное электромагнитное поле в проводящей среде			2		4	4	4				№ 13	№ 16
41	11.3. Электромагнитное поле в электротехнических устройствах. Заключение										№ 3		

2.3. Структурно - логическая схема дисциплины «ТОЭ»



2.4. Временной график изучения дисциплины
«Теоретические основы электротехники. Стационарные процессы
линейных электрических цепях»

в

№	Название раздела	Продолжительность изучения раздела (дней) (из расчета – 4 часа в день)		
		Формы обучения		
		Очная	Очно-заочная	Заочная
1	Раздел 1. Электрические цепи при постоянном токе	8	8	8
2	Раздел 2. Методы расчета электрических цепей	8	8	8
3	Раздел 3. Резонанс. Индуктивно связанные цепи	8,5	8,5	8,5
4	Раздел 4. Трехфазные цепи. Цепи с распределенными параметрами	9	9	9
5	Контрольная работа	–	3	3
6	Итого	33,5	36,5	36,5

2.5. Практический блок

для дисциплины

«Теоретические основы электротехники. Стационарные процессы
в линейных электрических цепях»

2.5.1. Практические занятия
Специальность 140211.65

Номер и название раздела (темы)	Наименование практических занятий	Кол-во часов					
		Форма обучения					
		Очная		Очно-заочная		Заочная	
		Ауд. занятия	ДОТ	Ауд. занятия	ДОТ	Ауд. занятия	ДОТ
Тема 1.2	1. Расчет простых цепей постоянного тока	4	4	4	–	–	–
Тема 1.3	2. Расчет цепей синусоидального тока с помощью векторных диаграмм	4	–	–	4	2	4
Тема 2.1	3. Расчет цепей синусоидального тока комплексным методом	4	4	4	4	4	4
Тема 3.1	4. Расчет частотных характеристик электрических	–	–	–	4	–	4
Тема 4.1	5. Расчет трехфазных электрических цепей	4	–	4	4	–	4

Лабораторные работы дисциплины

Номер и название раздела (темы)	<i>Наименование лабораторной работы</i>	<i>Кол-во часов</i>					
		<i>Форма обучения</i>					
		<i>Очная</i>		<i>Очно- заочная</i>		<i>Заочная</i>	
		<i>Ауд. заняти я</i>	<i>ДОТ</i>	<i>Ауд. заняти я</i>	<i>ДОТ</i>	<i>Ауд. заняти я</i>	<i>ДОТ</i>
Раздел 1. Электрические цепи при постоянном токе 1.3. Цепи синусоидального тока	1. Исследование элементов цепи, сопротивления, индуктивности и емкости	4	—	4	4	4	4
Раздел 2. Методы расчета электрических цепей 2.1. Комплексный метод расчета электрических цепей синусоидального тока	2. Исследование разветвленной цепи синусоидального тока, с одним источником энергии	4	4	4	4	—	4
Раздел 3. Резонанс. Индуктивно связанные цепи 3.1. Резонансные явления. Частотные характеристики	3. Исследование частотных свойств цепи с последовательным соединением активного сопротивления, индуктивности и емкости	4	—	—	4	—	4

Раздел 4. Трехфазные цепи. Цепи с распределенными параметрами 4.1. Соединение звездой и треугольником трехфазных цепей	4. Исследование трехфазной осветительной цепи	4	4	–	4	–	4

2.5.2. Практические занятия
Специальность 140601.65, 140602.65

Номер и название раздела (темы)	<i>Наименование практических занятий</i>	<i>Кол-во часов</i>					
		<i>Форма обучения</i>					
		<i>Очная</i>		<i>Очно- заочная</i>		<i>Заочная</i>	
		<i>Ауд. заняти я</i>	<i>ДОТ</i>	<i>Ауд. заняти я</i>	<i>ДОТ</i>	<i>Ауд. заняти я</i>	<i>ДОТ</i>
Тема 1.2	1. Расчет простых цепей постоянного тока	4	4	4	–	–	–
Тема 1.3	2. Расчет цепей синусоидального тока с помощью векторных диаграмм	4	–	–	4	2	4
Тема 2.1	3. Расчет цепей синусоидального тока комплексным методом	4	4	4	4	4	4
Тема 3.1	4. Расчет частотных характеристик электрических цепей	–	–	–	4	–	4
Тема 4.1	5. Расчет трехфазных электрических цепей	4	–	4	4	–	4

Лабораторные работы дисциплины

Номер и название раздела (темы)	<i>Наименование лабораторной работы</i>	<i>Кол-во часов</i>					
		<i>Форма обучения</i>					
		<i>Очная</i>		<i>Очно- заочная</i>		<i>Заочная</i>	
		<i>Ауд. заняти я</i>	<i>ДОТ</i>	<i>Ауд. заняти я</i>	<i>ДОТ</i>	<i>Ауд. заняти я</i>	<i>ДОТ</i>

Раздел 1. Электрические цепи при постоянном токе 1.3. Цепи синусоидального тока	1. Исследование элементов цепи, сопротивления, индуктивности и емкости	4	–	4	4	4	4
Раздел 2. Методы расчета электрических цепей 2.1. Комплексный метод расчета электрических цепей синусоидального тока	2. Исследование разветвленной цепи синусоидального тока с одним источником энергии	4	4	4	4	–	4
Раздел 3. Резонанс. Индуктивно связанные цепи 3.1. Резонансные явления. Частотные характеристики	3. Исследование частотных свойств цепи с последовательным соединением активного сопротивления, индуктивности и емкости	4	–	–	4	–	4
Раздел 4 Трехфазные цепи. Цепи с распределенными параметрами 4.1. Соединение звездой и треугольником трехфазных цепей	4. Исследование трехфазной и осветительной цепи	4	4	–	4	–	4

2.5.3. Практические занятия
Специальность 210106.65

Номер и название раздела (темы)	<i>Наименование практических занятий</i>	<i>Кол-во часов</i>					
		<i>Форма обучения</i>					
		<i>Очная</i>		<i>Очно-заочная</i>		<i>Заочная</i>	
		<i>Ауд. занятия</i>	<i>ДОТ</i>	<i>Ауд. занятия</i>	<i>ДОТ</i>	<i>Ауд. занятия</i>	<i>ДОТ</i>
Тема 1.2	1. Расчет простых цепей постоянного тока	4	4	4	—	—	—
Тема 1.3	2. Расчет цепей синусоидального тока с помощью векторных диаграмм	4	—	—	4	2	4
Тема 2.1	3. Расчет цепей синусоидального тока комплексным методом	4	4	4	4	4	4
Тема 3.1	4. Расчет частотных характеристик электрических цепей	—	—	—	4	—	4
Тема 4.1	5. Расчет трехфазных электрических цепей	4	—	4	4	—	4

Лабораторные работы дисциплины

Номер и название раздела (темы)	<i>Наименование лабораторной работы</i>	<i>Кол-во часов</i>					
		<i>Форма обучения</i>					
		<i>Очная</i>		<i>Очно-заочная</i>		<i>Заочная</i>	
		<i>Ауд. занятия</i>	<i>ДОТ</i>	<i>Ауд. занятия</i>	<i>ДОТ</i>	<i>Ауд. занятия</i>	<i>ДОТ</i>
Раздел 1. Электрические цепи при постоянном токе 1.3. Цепи синусоидального тока	1. Исследование элементов цепи, сопротивления, индуктивности и емкости	4	—	4	4	4	4

Раздел 2. Методы расчета электрических цепей 2.1. Комплексный метод расчета электрических цепей синусоидального тока	2. Исследование разветвленной цепи синусоидального тока, с одним источником энергии	4	4	4	4	–	4
Раздел 3. Резонанс. Индуктивно связанные цепи 3.1. Резонансные явления. Частотные характеристики	3. Исследование частотных свойств цепи с последовательным соединением активного сопротивления, индуктивности и емкости	4	–	–	4	–	4
Раздел 4 Трехфазные цепи. Цепи с распределенными параметрами 4.1. Соединение звездой и треугольником трехфазных цепей	4. Исследование трехфазной осветительной цепи	4	4	–	4	–	4

2.6. Рейтинговая система оценки знаний при использовании ДОТ

Лекционные занятия – 45 баллов.

Весь материал разбит на 10 лекционных тем. По ним составлено 9 тестов, каждый из которых содержит 10 вопросов

Количество правильных ответов	Балл
0...1	0
2...3	1
4...5	2
6...7	3
8...9	4
10	5

Итого максимальное количество баллов 9 тестов $\times$ 5 баллов = 45 баллов.

Практические, лабораторные занятия, контрольная работа – 55 баллов.

Правильное выполнение всех практических занятий оценивается в 15 баллов.

Правильное выполнение всех лабораторных занятий оценивается в 15 баллов.

Правильное выполнение всех задач в контрольной работе оценивается в 25 баллов.

Количество баллов может снижаться в зависимости от количества неправильно выполненных заданий, и если получается дробное число, то оно округляется до целого в большую сторону. Например, за 1 правильно выполненное практическое задание состоящее из 4 заданий, имеем $10 \cdot 1/4 = 2,5$ балла, получаем 3 балла.

Итого каждый студент может получить не более 100 баллов.

Оценка результатов обучения проводится в соответствии со следующей схемой

Ранжирование результатов

Оценка	Количество набранных баллов
Удовлетворительно (зачтено)	60...69
Хорошо	70...89
Отлично	90...100

3. Информационные ресурсы дисциплины

3.1. Библиографический список

Основной:

1. Башарин, С. А. Теоретические основы электротехники. Теория электрических цепей и электромагнитного поля: учеб. пособие для вузов / С. А. Башарин, В. В. Федоров. – М.: Академия, 2007.

2. Теоретические основы электротехники. Т.2, Т. 3 / К.С. Демирчян [и др.]. – СПб.: ПИТЕР, 2004, 2006.

3. Евсеев, М.Е. Теоретические основы электротехники. Установившиеся процессы в линейных электрических цепях. Анализ линейных электрических цепей при установившихся режимах работы: учеб. пособие / М.Е. Евсеев. – СПб.: Изд-во СЗТУ, 2006.

4. Виноградов, А.Л. Электротехника и электроника. Ч.1. Электротехника: учеб.-метод. комплекс/А.Л. Виноградов, М.Е. Евсеев, В.Н. Прокофьев. – СПб.: Изд-во СЗТУ, 2007.

Дополнительный:

5. Аполлонский, С. М. Электромагнитное поле в неоднородных средах /С.М. Аполлонский. – СПб.: Изд-во СЗТУ, 2006.

6. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи / Л. А. Бессонов. – М.: Гардарики, 2002.

7. Евсеев, М.Е. Теоретические основы электротехники. Установившиеся процессы в линейных электрических цепях: сб. тест. карт/ М.Е. Евсеев. – СПб.: Изд-во СЗТУ, 2006.

3.2. Опорный конспект

Введение

Электрические и магнитные явления были известны в глубокой древности. Началом развития науки об электрических и магнитных явлениях принято считать 1600 г., со времени опубликования Гильбертом результатов исследований электрических и магнитных явлений.

Важным этапом в развитии науки об электричестве были исследования атмосферного электричества, выполненные М.В. Ломоносовым совместно с акад. Г.В. Рихманом. Работы М.В. Ломоносова и работы Б. Франклина скрывают природу атмосферного электричества.

Открытие явления электромагнитной индукции М. Фарадеем (1831 г.) знаменует начало эры электричества. В 1833 г. акад. Э.Х. Ленц формулирует фундаментальный принцип электромагнитной инерции и положение об общности и обратимости явлений электромагнитной индукции и воздействия магнитного поля на проводники с током.

Разработка теории электромагнитных явлений Д. К. Максвеллом в «Трактате об электричестве и магнетизме» (1873 г.) завершает создание классической теории электромагнетизма.

Опыты Г. Герца (1887—1889 гг.), работы П.Н. Лебедева (1895 г.) и изобретение радио А.С. Поповым (1895 г.) экспериментально подтверждают выводы теории о распространении электромагнитных волн.

Этим заканчивается начальный период развития классической теории электромагнитных явлений.

Академиком В.Ф. Миткевичем в течение ряда лет развивались и углублялись основные положения теории электромагнетизма. Ближайшие ученики В.Ф. Миткевича - П.Л. Калантаров и Л.Р. Нейман создали один из первых учебников по теоретическим основам электротехники. Теория электрических и магнитных явлений и теоретические основы электротехники излагались в книгах А.А. Эйхенвальда, К.А. Круга, К.М. Поливанова и других авторов.

Очень большой вклад внесли также русские ученые и в практическое развитие электротехники.

Электротехника как наука является областью знаний, в которой занимаются изучением электротехнических и магнитных явлений и их техническим использованием в различных областях техники.

В результате работы с данным курсом Вы овладеете научными знаниями по основным вопросам электротехники и тем самым обеспечите себе базовую

электротехническую подготовку, необходимую для изучения последующих дисциплин.

После теоретического материала каждой темы раздела приводятся вопросы для самопроверки. Они не оцениваются, но включают те же вопросы, на которые Вам придется отвечать при сдаче тестов, а потом и экзаменов. Поэтому советуем Вам отвечать на все вопросы для самопроверки. Для многих тем приводятся тренировочные тесты с ответами для пробного самотестирования. Они также не оцениваются, но помогают ответить на вопросы тестов по теме.

Каждая тема завершается сдачей контрольного теста. Тесты предоставляются Вам по Вашему запросу тьюторами, и время ответа на них ограничено. В случае превышения контрольного времени ответа набранные Вами баллы обнуляются.

Для более четкого понимания содержания раздела в начале каждой темы указываются ключевые вопросы этой темы, входящие в экзаменационные билеты.

Раздел 1. Электрические цепи при постоянном токе

1.1. Электрическая цепь и ее характеристики

Эта тема охватывает первый раздел рабочей программы.

Для изучения данной темы следует использовать материал темы 1. Кроме этого, может быть использован учебник по электротехнике [1], [2], [3].

Обратите особое внимание на ключевые моменты этой темы, которыми являются:

- направления токов, напряжений, ЭДС;
- законы Кирхгофа;
- соотношения между током и напряжением в идеальных элементах цепи.

Начинайте осваивать компьютерную программу EWB, предназначенную для выполнения лабораторных работ.

1.1.1. Определение цепи

Электрической цепью называется совокупность электротехнических устройств, создающих замкнутый путь электрическому току. Она состоит из источников (генераторов) энергии, приемников энергии (нагрузки) и соединительных проводов. В цепи могут быть также различные преобразователи, защитная и коммутационная аппаратура.

В источниках неэлектрические виды энергии преобразуются (в соответствии с законом сохранения энергии) в энергию электромагнитного поля. Так, например, на гидроэлектростанциях энергия падающей воды преобразуется в энергию электромагнитного поля. В приемниках энергия электромагнитного поля преобразуется в тепловую энергию и механическую работу. Кроме того, некоторая часть энергии запасается в электрических и магнитных полях цепи.

Электромагнитные процессы в электрической цепи описываются с помощью понятий о токе, напряжении, электродвижущей силе (ЭДС), сопротивлении, индуктивности и емкости. Заметим здесь, что ЭДС, токи и напряжения, изменяющиеся во времени, обозначаются строчными латинскими буквами e , i , u , а ЭДС, токи и напряжения, неизменные во времени, обозначаются заглавными латинскими буквами E , I , U .

1.1.2. Графическое изображение электрической цепи и ее элементов

Графическое изображение электрической цепи называется ее *схемой*. В схеме различают ветви, узлы и контуры. *Ветвь* – это часть схемы, состоящая только из последовательно соединенных источников и приемников (элементов цепи). *Узел* – точка схемы, в которой гальванически соединены не менее трех ветвей (ветви начинаются и заканчиваются на узлах цепи). *Контур* – замкнутая часть схемы, образованная ветвями. На рис. 1.1 даны структурные схемы трех электрических цепей и указано количество ветвей узлов и контуров в каждой из них.

№ цепи наимен.	I	II	III
ветвь	3	5	6
узел	2	3	4
контур	3	6	7

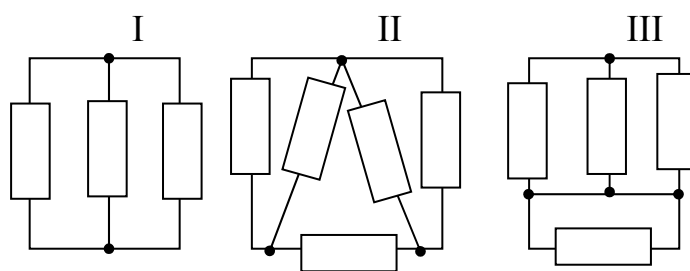


Рис. 1.1

Условные графические обозначения основных элементов цепи, показаны на рис.1.2.

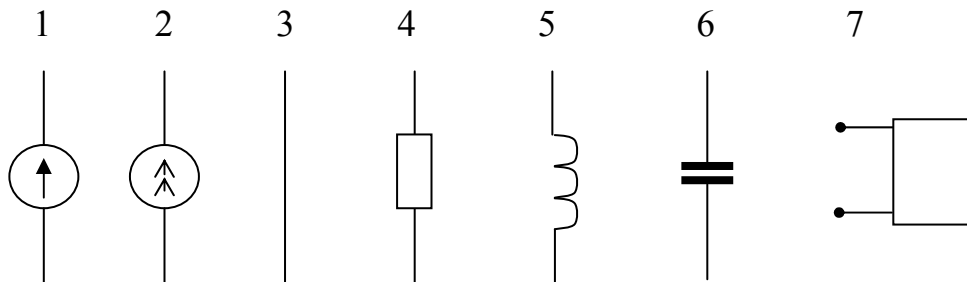


Рис. 1.2

На этом рисунке: 1 – источник ЭДС; 2 – источник электрического тока; 3 – соединительный провод; 4 – сопротивление R ; 5 – индуктивность L ; 6 – емкость C ; 7 – двухполюсник (цепь с неизвестной внутренней структурой, имеющая два входных зажима).

1.1.3. О направлениях действия ЭДС, токов и напряжений

Для расчета электрических цепей необходимо принять направления для токов, напряжений и ЭДС. Эти направления указывают на схемах стрелками (рис. 1.3).

В цепях постоянного тока (рис. 1.3,а) направление действия ЭДС источника принято указывать от отрицательного потенциала к положительному потенциалу.

За направление тока принято направление движения положительных зарядов, т. е. стрелка у тока направлена от большего потенциала к меньшему потенциалу. Направление напряжения в приемнике всегда указывают в ту же сторону, что и направление тока.

В цепях синусоидального тока (рис. 1.3,б) принято обозначать направления ЭДС, тока и напряжения, используя положительный полупериод тока, при котором ток не изменяет своего направления. При этом картина этих направлений получается аналогичной с цепью постоянного тока.

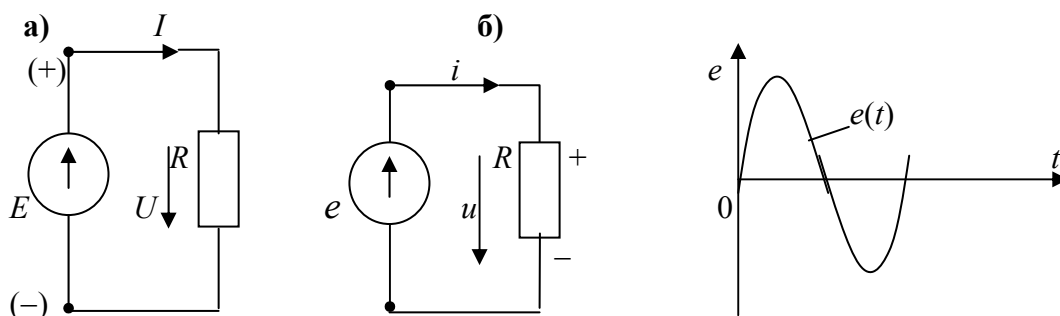


Рис. 1.3

1.1.4. Законы электрических цепей

Ими являются первый и второй законы Кирхгофа.

Первый закон Кирхгофа относится к узлам цепи: в любой момент времени алгебраическая сумма токов в узле равна нулю:

$$\sum_{k=1}^K i_k = 0, \quad (1.1)$$

где K – число ветвей, подходящих к узлу (три и более).

Токи, подходящие к узлу, и токи, отходящие от узла, имеют противоположные знаки. Будем считать подходящие к узлу токи положительными и брать их в уравнениях первого закона Кирхгофа со знаком (+), а отходящие от узла – отрицательными и брать их со знаком (–) .

Пример 1.1. На рис. 1.4,а показан узел цепи с пятью подходящими к нему ветвями. Требуется составить для этого узла уравнение по первому закону Кирхгофа.

Решение. На основании формулы (1.1) имеем

$$i_1 - i_2 + i_3 - i_4 + i_5 = 0 \quad \text{или} \quad i_1 + i_3 + i_5 = i_2 + i_4.$$

Таким образом, всегда сумма токов, подходящих к узлу, равна сумме токов, отходящих от узла.

Второй закон Кирхгофа относится к контурам цепи: в любой момент времени алгебраическая сумма ЭДС всех источников энергии контура равна алгебраической сумме напряжений на всех участках этого контура.

$$\sum_{q=1}^Q e_q = \sum_{n=1}^N u_n, \quad (1.2)$$

где Q – число источников ЭДС в контуре; N – число приемников контура.

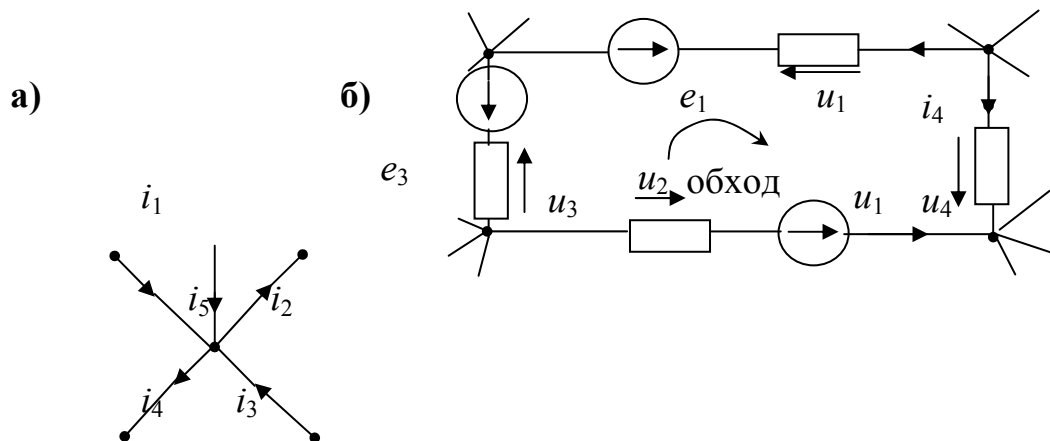


Рис. 1.4

Для составления уравнения по второму закону Кирхгофа необходимо предварительно (произвольно) выбрать направление обхода этого контура. Те ЭДС и напряжения, направления которых совпадают с выбранным направлением обхода, считаются положительными и берутся в уравнении со знаком (+), а остальные – со знаком (–).

Пример 1.2. На рис. 1.4,б показан один из контуров сложной электрической цепи. Направления действия ЭДС источников и напряжений на приемниках известны. Требуется составить для этого контура уравнение по второму закону Кирхгофа.

Решение. Для этого предварительно выбираем (произвольно) направление обхода контура и в соответствии с формулой (1.2) составляем следующее уравнение:

$$e_1 - e_2 - e_3 = -u_1 + u_4 - u_2 + u_3.$$

Здесь e_2 и e_3 , u_1 и u_2 взяты со знаком (–), так как их направление действия не совпадает с направлением обхода контура; e_1 , u_4 и u_3 взяты со знаком (+), так как их направление действия совпадает с направлением обхода контура.

1.1.5. Параметры электрических цепей

Любая электрическая цепь и каждый ее элемент в отдельности обладают тремя параметрами: сопротивлением R , индуктивностью L и емкостью C .

Сопротивление R характеризует способность цепи преобразовывать электромагнитную энергию в тепловую. Количество тепловой энергии W_T , выделяющееся в сопротивлении R при протекании тока i в течение времени t , определяется соотношением (1.3) и измеряется в джоулях (Дж):

$$W_T = \int_0^t i^2 R dt . \quad (1.3)$$

Величина сопротивления любого элемента цепи определяется как отношение постоянного напряжения на этом элементе к постоянному току в нем и измеряется в омах (Ом):

$$R = U/I . \quad (1.4)$$

Индуктивность L характеризует способность цепи накапливать энергию магнитного поля. Такой способностью обладает любой проводник с током или система проводов. Количество этой энергии W_M , накопленной в цепи, зависит от величины тока i и измеряется в джоулях (Дж):

$$W_M = \frac{Li^2}{2} . \quad (1.5)$$

Эта энергия не преобразуется в тепло, а существует в цепи в виде некоторого запаса. Когда ток в цепи равен нулю, запаса энергии магнитного поля в ней нет.

Величина индуктивности определяется как отношение потокосцепления цепи Ψ к току i и измеряется в генри (Гн)

$$L = \Psi/i . \quad (1.6)$$

Потокосцеплением называется сумма магнитных потоков всех витков катушки. В простейшем случае для катушки на замкнутом стальном сердечнике можно считать, что ее потокосцепление есть магнитный поток Φ , умноженный на число витков w : $\Psi = \Phi w$.

Емкость C характеризует способность цепи накапливать энергию электрического поля. Такой способностью обладают любые два провода,

разделенные диэлектриком, например провод, висящий над землей, любые два провода линии передачи.

Количество энергии электрического поля $W_{\text{э}}$, накопленной в цепи с емкостью C , зависит от величины напряжения между проводами и измеряется в джоулях (Дж):

$$W_{\text{э}} = \frac{Cu^2}{2} . \quad (1.7)$$

Эта энергия не может преобразовываться в тепловую, а существует в цепи в виде некоторого запаса. Если напряжение между проводами отсутствует, то и запаса энергии электрического поля в цепи нет.

Величина емкости C определяется как отношение электрического заряда q одного из проводов к напряжению u между ними и измеряется в фарадах (Ф):

$$C = q/u . \quad (1.8)$$

Если R , L и C являются постоянными величинами и не зависят от тока (или напряжения), то такие элементы называются *линейными*, а цепи, их содержащие, называются *линейными цепями*.

Элементы, параметры которых зависят от тока или напряжения, называются нелинейными, а цепи, их содержащие, также называются нелинейными цепями.

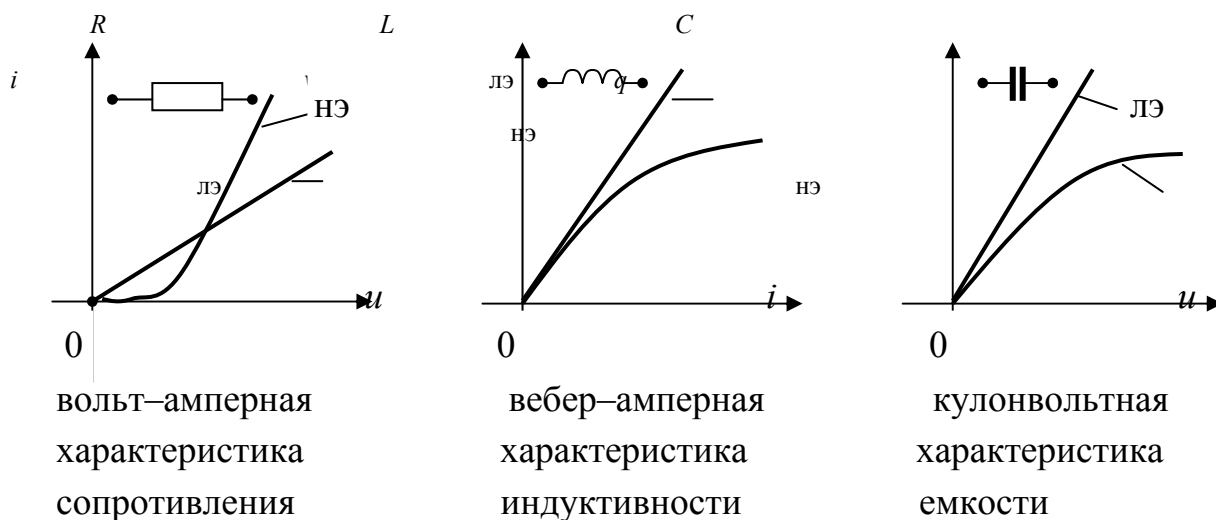
Свойства нелинейного элемента электрической цепи не могут быть выражены одним постоянным числом и поэтому описываются его характеристикой. Для сопротивлений это зависимости напряжения от тока (вольт-амперные характеристики); для индуктивностей это зависимости потокосцепления от тока (вебер-амперные характеристики); для емкостей это зависимости электрического заряда от напряжения (кулонвольтные характеристики). На рис. 1.5 показаны примеры характеристик некоторых линейных (ЛЭ) и нелинейных (НЭ) элементов цепи.

Заметим, что характеристики всех линейных элементов цепи являются прямыми линиями, а нелинейных элементов – кривыми.

1.1.6. Идеальные элементы электрической цепи

Любое электротехническое устройство содержит все три параметра: сопротивление R , индуктивность L и емкость C . Рассмотрим (рис. 1.6)

катушку, выполненную из провода с конечной проводимостью (это может быть и нить лампы накаливания, и обмотка трансформатора или электродвигателя).



При подаче на ее зажимы напряжения u на концах катушки появляются разноименные заряды $(+)q$ и $(-)q$ и в обмотке начинает протекать ток i . При этом вокруг витков обмотки возникает магнитное поле, характеризуемое потокоцеплением ψ . Таким образом, в соответствии с формулами (1.4), (1.6) и (1.8) рассматриваемая катушка обладает всеми тремя вышеуказанными параметрами.

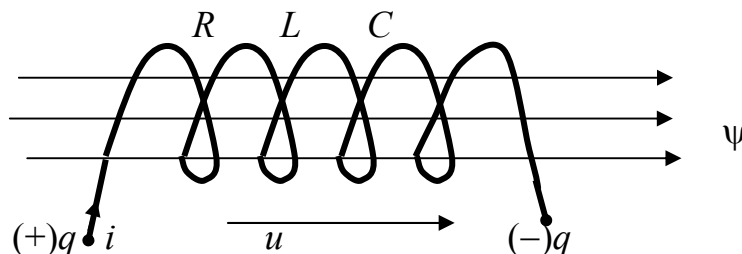


Рис. 1.6

Для удобства анализа и расчета электрических цепей вводят в рассмотрение такие элементы, которые при всех условиях обладают только одним параметром: только сопротивлением, только индуктивностью, только емкостью. Они называются *идеальными*.

Графическое изображение идеальных элементов электрической цепи показано на рис. 1.2 позициями 4, 5 и 6. В природе таких элементов не существует, но есть устройства, по своим свойствам близкие к идеальным. Реостат (резистор) при низких частотах обладает практически только сопротивлением R , а индуктивностью L и емкостью C этого устройства можно пренебречь. Катушка индуктивности на замкнутом ферромагнитном сердечнике с малыми тепловыми потерями в нем обладает на низких частотах практически только

индуктивностью L , а сопротивлением R и емкостью C такой катушки можно пренебречь. Конденсатор с малыми внутренними тепловыми потерями обладает практически только емкостью C , а его активной проводимостью G и индуктивностью L можно пренебречь.

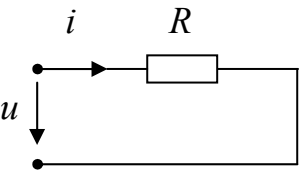
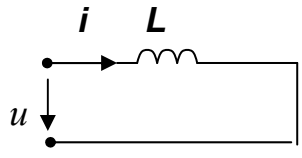
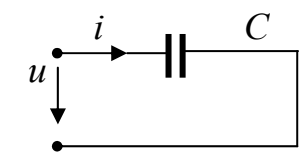
Любое реальное электротехническое устройство можно изобразить в виде электрической схемы, состоящей из комбинации идеальных элементов и, следовательно, произвести его электрический расчет.

1.1.7. Соотношение между током и напряжением в идеальных элементах цепи

Прежде чем приступить к расчету сколько-нибудь сложных электрических цепей, следует выяснить, каким образом связаны между собой ток и напряжение в каждом из идеальных элементов цепи. Эти соотношения, называемые **уравнения элементов**, известные из курса физики, приведены в табл. 1.1. Они имеют всеобщий характер и справедливы для цепей, у которых ток и напряжение изменяются во времени по любому закону.

Т а б л и ц а 1.1

Формулы для определения тока и напряжения в идеальных элементах

№ п/п	Идеальный элемент	Ток	Напряжение
1		$i = \frac{u}{R}$	$u = iR$
2		$i = \frac{1}{L} \int u dt$	$u = L \frac{di}{dt}$
3		$i = C \frac{du}{dt}$	$u = \frac{1}{C} \int i dt$

Из табл. 1.1 видно, что только в сопротивлении R ток и напряжение связаны между собой алгебраическим соотношением. Между током и напряжением в индуктивности и емкости имеют место интегродифференциальные соотношения.

Пример 1.3. В цепи с идеальной индуктивностью (рис. 1.7,а) действует пилообразный периодический ток (рис. 1.7,б). Требуется определить форму приложенного напряжения.

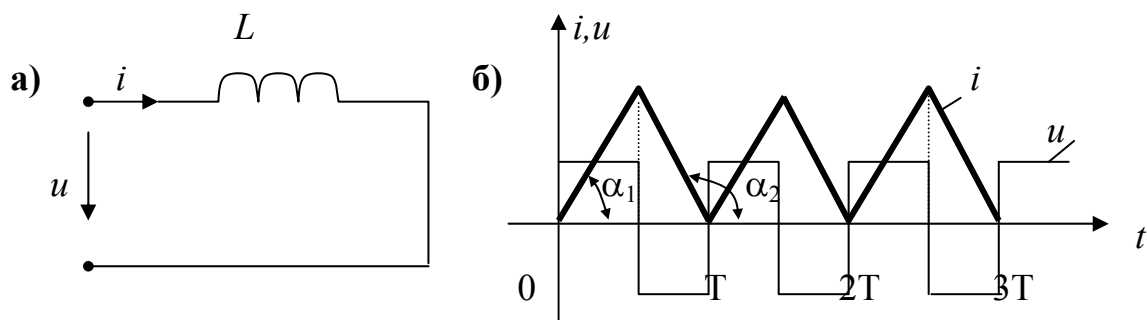


Рис. 1.7

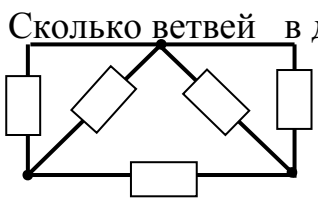
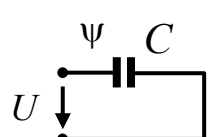
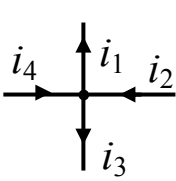
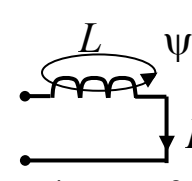
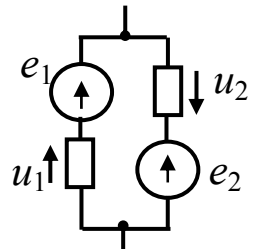
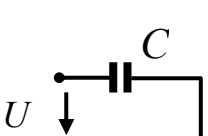
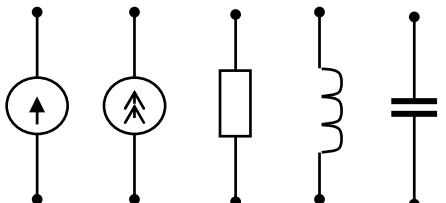
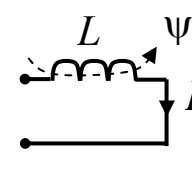
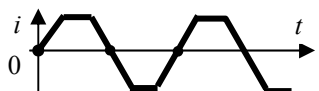
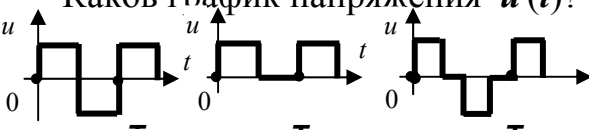
Решение. Для нахождения графика напряжения используем соотношение $u = L di/dt$, из которого следует, что форма кривой напряжения соответствует производной от тока по времени.

В нашем примере на участке от 0 до $T/2$ кривая тока представляет собой прямую, проходящую через начало координат под острым углом $\alpha_1 < 90^\circ$ к оси t , и поэтому производная di/dt на этом участке есть постоянная и положительная конечная величина.

На участке от $T/2$ до T ток представляет собой прямую, составляющую тупой угол с осью t $\alpha_2 > 90^\circ$, и поэтому производная di/dt на этом участке есть постоянная и отрицательная величина. При этом $\operatorname{tg} \alpha_2 = \operatorname{tg}(180^\circ - \alpha_1) = -\operatorname{tg} \alpha_1$.

Таким образом, график искомого напряжения представляет собой отрезки прямых, меняющих каждую половину периода свой знак, как это показано на рис. 1.7,б.

Вопросы для самопроверки по теме 1.1

1) Дана схема цепи. Сколько ветвей в данной цепи?  5 4 3 6 7 1. 2. 3. 4. 5.	6) Дано: $C = 1000 \text{ мкФ}$; $U = 100 \text{ В}$.  Определите заряд конденсатора q, Кл. 0,1 0,2 0,3 0,4 0,5 1. 2. 3. 4. 5.
2) Найдите правильное уравнение:  1. $-i_1 - i_2 - i_3 - i_4 = 0$ 2. $-i_1 + i_2 - i_3 + i_4 = 0$ 3. $+i_1 + i_2 - i_3 - i_4 = 0$ 4. $-i_1 - i_2 + i_3 + i_4 = 0$ 5. $-i_1 - i_2 - i_3 + i_4 = 0$	7) Дано: $L = 10 \text{ мГн}$; $I = 100 \text{ А}$.  Определите потокоцепление катушки ψ, Вб. 4 3 2 1 0,5 1. 2. 3. 4. 5.
3) Укажите правильное уравнение:  1. $e_1 + e_2 = u_1 + u_2$ 2. $e_1 + e_2 = -u_1 - u_2$ 3. $e_1 - e_2 = u_1 + u_2$ 4. $e_1 - e_2 = u_1 - u_2$ 5. $e_1 - e_2 = -u_1 - u_2$	8) Дано: $W_3 = 0,05 \text{ Дж}$; $C = 10 \text{ мкФ}$.  Определите напряжение на конденсаторе U, В. 500 400 300 200 100 1. 2. 3. 4. 5.
4) Каково графическое изображение источника тока:  1. 2. 3. 4. 5.	9) Дано: $L = 2 \text{ мГн}$; $I = 100 \text{ А}$.  Определите энергию магнитного поля катушки W_M, Дж. 25 20 15 10 5 1. 2. 3. 4. 5.
5) По какому соотношению определяется энергия магнитного поля линейной цепи? $\frac{\Psi}{i}$ Li $\frac{Cu^2}{2}$ $\frac{q}{u}$ $\frac{Li^2}{2}$ 1. 2. 3. 4. 5.	10) Дан график тока $i(t)$  Каков график напряжения $u(t)$?  1. 2. 3.

1.2. Цепи постоянного тока

В теме 1.2 рассматриваются вопросы, входящие в первый раздел рабочей программы. Для изучения данной темы следует использовать материал темы 2.

Эти вопросы также разобраны в [1], [2], [3].

Обратите особое внимание на ключевые моменты этой темы, которыми являются:

- особенности реактивных элементов в цепях постоянного тока;
- Законы Ома и Кирхгофа в цепях постоянного тока;
- мощность в цепях постоянного тока;
- расчет при последовательном, параллельном и смешанном соединениях сопротивлений;
- расчет простых цепей с одним источником;
- расчет сложных цепей методом непосредственного применения законов Кирхгофа

Рекомендуем освоить моделирование на компьютере электрических цепей, указанное в приложении к лабораторной работе 1.

Ответьте на вопросы теста по этой теме.

1.2.1. Некоторые особенности цепей постоянного тока

Цепи, у которых ЭДС источников, а также токи и напряжения на всех ее элементах остаются неизменными во времени, называются *цепями постоянного тока*. Цепи постоянного тока содержат все три параметра: сопротивление, индуктивность и емкость. Однако при неизменных ЭДС напряжения на индуктивностях и токи в емкостях равны нулю. В самом деле, при $I_L = \text{const}$ и $U_C = \text{const}$ напряжение $U_L = dI_L/dt = 0$ и ток $I_C = dU_C/dt = 0$.

Получается так (рис. 1.8), что в цепи постоянного тока все индуктивности закорочены ($U_L = 0$), а ветви с емкостями разомкнуты ($I_C = 0$) и в работе цепи участия не принимают. Поэтому расчетным параметром цепи постоянного тока является только сопротивление R её элементов.

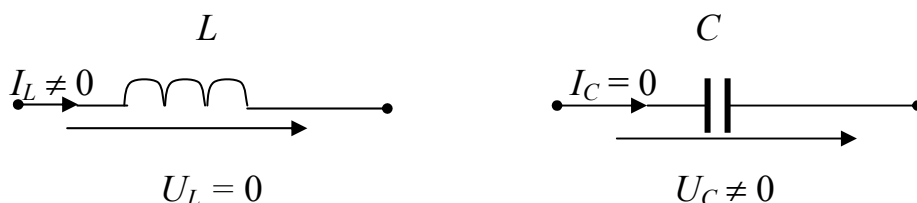


Рис. 1.8

1.2.2. Закон Ома и законы Кирхгофа для цепей постоянного тока

Закон Ома для любой ветви цепи постоянного тока определяется соотношением, показанным в табл. 1.2, поз.1, в котором вместо мгновенных значений u и I используются значения постоянного напряжения U и тока I :

$$I = \frac{U}{R} \quad \text{или} \quad U = IR. \quad (1.9)$$

Величина, обратная сопротивлению, называется проводимостью. Она обозначается как G и измеряется в сименсах (См)

$$G = 1/R. \quad (1.10)$$

Первый закон Кирхгофа для любого узла цепи постоянного тока записывается аналогично общей формуле (1.1), у которой переменные во времени токи i_k заменены на постоянные токи I_k

$$\sum_{k=1}^K I_k = 0 \quad (1.11)$$

где K – число ветвей, подходящих к данному узлу цепи (не менее трех).

Токи, направленные к узлу, будем считать положительными и вводить в уравнение (1.11) со знаком (+), а токи, направленные от узла, – отрицательными и вводить в уравнение со знаком (–).

Второй закон Кирхгофа для любого контура цепи постоянного тока записывается аналогично формуле (1.2), у которой переменные во времени величины e_q и u_n заменены постоянными величинами E_q и U_n . При этом в соответствии с формулой (1.9)

$$\sum_{q=1}^Q E_q = \sum_{n=1}^N U_n = \sum_{n=1}^N I_n R_n. \quad (1.12)$$

Как и прежде (глава 1), ЭДС и токи, совпадающие с принятым направлением обхода контура, будем считать положительными и вводить их в уравнение (1.12) со знаком (+), а не совпадающие с обходом контура, – отрицательными и вводить в уравнение со знаком (–).

1.2.3. Мощность цепи постоянного тока

Энергия электромагнитного поля, вырабатываемая в источниках постоянного тока, преобразуется в приемниках в тепло и другие виды энергии, в том числе и в механическую работу.

Количество энергии, выделяемой в приемнике с сопротивлением R за время t при протекании тока I , определяется формулой (1.3) и измеряется в джоулях (Дж) $W_T = I^2 R t$. Энергия, отнесенная к единице времени, представляет собой мощность приемника и измеряется в ваттах (Вт):

$$P = \frac{W_T}{t} = I^2 R = UI = U^2 G. \quad (1.13)$$

1.2.4. Расчет простых цепей постоянного тока

К ним относятся цепи с последовательным, параллельным и смешанным соединением сопротивлений. Их расчет осуществляется с помощью закона Ома и законов Кирхгофа.

а) Цепь с последовательным соединением сопротивлений (рис. 1.9,а).

Эта неразветвленная одноконтурная цепь, по которой протекает один и тот же ток I во всех ее сопротивлениях. При этом на каждом из них возникает напряжение, определяемое законом Ома в соответствии с формулой (1.8). К такой цепи применяем 2-й закон Кирхгофа. Выбрав (произвольно) направление обхода контура по часовой стрелке, получаем

$$U_1 + U_2 - U = 0 \quad \text{или} \quad U_1 + U_2 = U, \quad (1.14)$$

где $U_1 = IR_1$; $U_2 = IR_2$. Тогда $U = IR_1 + IR_2 = I(R_1 + R_2) = IR_\Sigma$, где

$$R_\Sigma = R_1 + R_2. \quad (1.15)$$

Таким образом, в последовательной цепи постоянного тока общее напряжение цепи U складывается из суммы напряжений всех ее элементов, а общее сопротивление цепи R_Σ складывается из суммы всех ее сопротивлений.

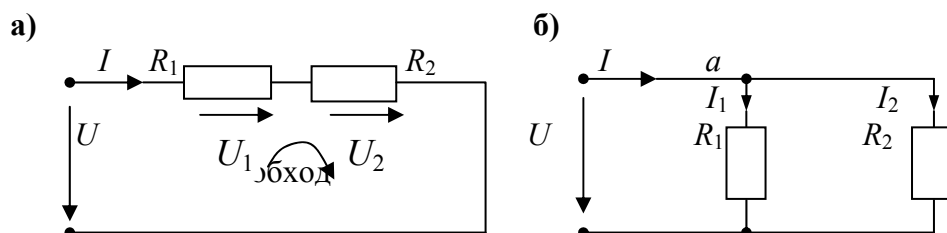


Рис. 1.9

б) Цепь с параллельным соединением сопротивлений (рис. 1.9,б). В такой цепи напряжение одинаково на всех её сопротивлениях, но токи в них в общем случае различны. Применяем к такой цепи первый закон Кирхгофа для узла «а», получаем: $I - I_1 - I_2 = 0$ или

$$I = I_1 + I_2, \quad (1.16)$$

где в соответствии с формулой (1.9) $I_1 = U / R_1$; $I_2 = U / R_2$.

Токи I_1 и I_2 можно выразить и через проводимость G в соответствии с формулами (1.9) и (1.8 а)

$$I_1 = UG_1, \text{ где } G_1 = 1 / R_1; \quad I_2 = UG_2, \text{ где } G_2 = 1 / R_2.$$

Тогда $I = UG_1 + UG_2 = U(G_1 + G_2) = UG_{\Sigma}$, где

$$G_{\Sigma} = G_1 + G_2 = 1 / R_{\Sigma}. \quad (1.17)$$

Таким образом, в параллельной цепи постоянного тока общий ток I есть сумма токов, а общая проводимость G_{Σ} цепи есть сумма проводимостей всех ее ветвей. Общее сопротивление цепи из двух параллельных ветвей определяется формулой (1.17): $1 / R_{\Sigma} = 1 / R_1 + 1 / R_2$, откуда получаем

$$R_{\Sigma} = \frac{1}{G_{\Sigma}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}. \quad (1.18)$$

1.2.5. Расчет сложных цепей постоянного тока непосредственно по 1-му и 2-му законам Кирхгофа

Сложными называются разветвленные электрические цепи со многими источниками энергии. Пример такой цепи показан на рис. 1.10.

Для ее расчета, т. е. для определения токов во всех ее ветвях, необходимо составить систему уравнений по законам Кирхгофа. Общее число уравнений в системе должно соответствовать числу неизвестных токов, т. е. числу ветвей. Для нашей цепи это пять неизвестных токов. При этом:

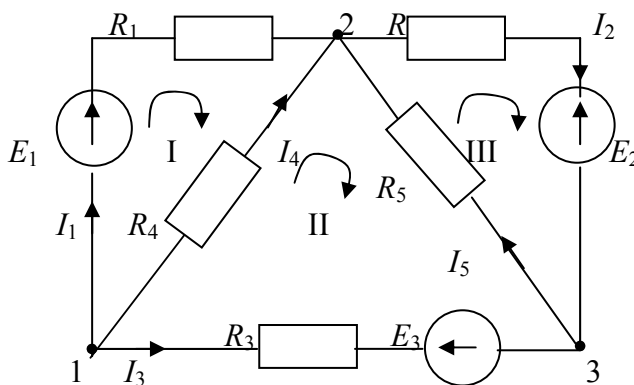


Рис. 1.10

а) по первому закону Кирхгофа составляется число уравнений, на единицу меньшее числа узлов цепи, поскольку уравнение для последнего узла есть следствие всех предыдущих уравнений и не дает ничего нового для расчета. В нашем примере по 1-му закону Кирхгофа надо составить 2 уравнения, так как в цепи три узла;

б) по второму закону Кирхгофа составляются все недостающие уравнения для любых произвольно выбранных контуров цепи. В нашем примере по второму закону Кирхгофа надо составить три уравнения ($5 - 2 = 3$).

Предварительно следует задаться (произвольно) направлением токов во всех ветвях цепи и направлением обхода выбранных контуров. При составлении уравнений по 1-му закону Кирхгофа в соответствии с формулой (1.11) токи, подходящие к узлу, будем считать положительными и брать со знаком (+), а токи, отходящие от узла – отрицательными и брать со знаком (–). При составлении уравнений по второму закону Кирхгофа в соответствии с формулой (1.12) ЭДС и токи, совпадающие с выбранным направлением обхода контура, будем брать со знаком (+), а не совпадающие – со знаком (–).

Заметим, что произвольность выбора направлений токов в ветвях цепи и направлений обхода контуров не влияет на конечный результат расчета. Если в результате расчетов некоторые из найденных токов будут иметь знак (–), то это будет означать, что их истинное направление противоположно предварительно принятому.

Приняв для нашей цепи направление токов в ветвях и направление обхода трех выбранных контуров, как показано на рис.1.9, составляем следующую систему уравнений:

$$\begin{array}{lcl} \text{узел 1} & & -I_1 - I_4 - I_3 = 0, \\ \text{узел 2} & & I_1 + I_4 + I_5 - I_2 = 0, \\ \text{контур I} & \left\{ \begin{array}{l} I_1 R_1 - I_4 R_4 = E_1, \\ I_4 R_4 - I_5 R_5 - I_3 R_3 = E_3, \\ I_2 R_2 + I_5 R_5 = -E_2. \end{array} \right. & \end{array}$$

Решив полученную систему уравнений, определим токи во всех пяти ветвях этой цепи.

Расчет сложных цепей другими методами будет рассмотрен ниже в разделе 2 для цепей синусоидального тока.

1.2.6. Баланс мощностей цепи постоянного тока

Для любой, сколько угодно сложной цепи постоянного тока, можно составить энергетический баланс, вытекающий непосредственно из закона сохранения энергии: *алгебраическая сумма всех мощностей источников энергии равна сумме всех мощностей приемников энергии*:

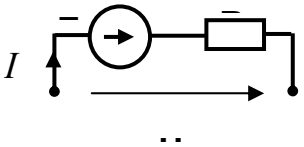
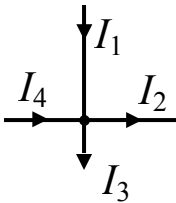
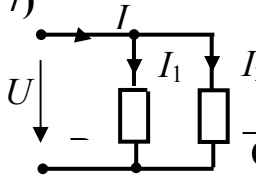
$$\sum_k^K E_k I_k = \sum_{n=1}^N I_n^2 R_n. \quad (1.19)$$

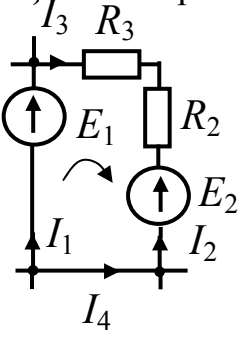
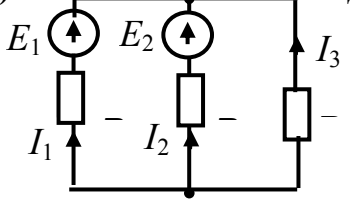
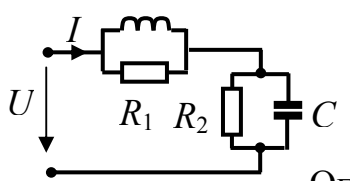
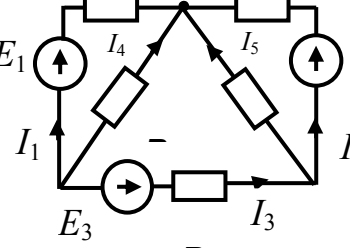
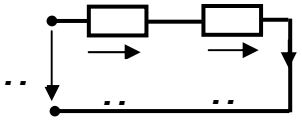
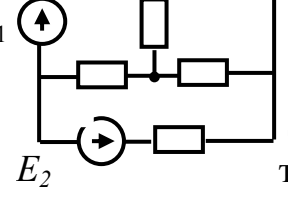
В этой формуле K – число источников энергии цепи; N – число приемников энергии цепи.

Во всех приемниках энергии токи и напряжения имеют одно и то же направление. Поэтому правая часть уравнения (1.19) является арифметической суммой мощностей всех приемников цепи. Что касается левой части этого уравнения, то в некоторых ветвях сложной цепи ток ветви может оказаться направленным противоположно действию ЭДС источника энергии. Тогда произведение EI получается отрицательным. Физически это означает, что при таком режиме работы рассматриваемый источник не генерирует энергию, а потребляет ее (например, аккумулятор при его зарядке).

Вопросы для самопроверки по теме 1.2

Тема 1.2. Вопросы для самопроверки

1) Укажите уравнение первого закона Кирхгофа. 1. $U = IR$ 2. $\sum_{m=1}^M E_m = \sum_{n=1}^N I_n R_n$ 3. $\sum_{m=1}^M E_m I_m = \sum_{n=1}^N U_n I_n$ 4. $\sum_{k=1}^K I_k = 0$	6)  Дано: $E = 200 \text{ В};$ $R = 10 \text{ Ом};$ $U = 100 \text{ В}.$ Определите ток $I, \text{А}.$ 5 10 15 20 30 1. 2. 3. 4. 5.
2) Найдите правильное уравнение:  1. $I_1 + I_2 = I_3 + I_4$ 2. $I_1 + I_4 = I_2 + I_3$ 3. $I_1 - I_4 = I_2 - I_3$ 4. $I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0$ 5. $I_1 - I_2 + I_3 - I_4 = 0$	7)  Дано: $I = 5 \text{ А};$ $I_1 = 3 \text{ А};$ $U = 100 \text{ В}.$ Определите мощность в сопротивлении R_2 в ваттах. 100 200 300 400 500 1. 2. 3. 4. 5.

3) Выберите правильное уравнение:  1. $E_1 - E_2 = I_3 R_3 - I_2 R_2$ 2. $E_1 + E_2 = I_3 R_3 + I_2 R_2$ 3. $E_1 + E_2 = I_3 R_3 - I_2 R_2$ 4. $E_1 - E_2 = -I_3 R_3 + I_2 R_2$ 5. $E_1 - E_2 = -I_3 R_3 - I_2 R_2$	8) Дано: $I_1 = 3$ А; $I_2 = 4$ А. Найдите ток I_3 А.  1. 1 2. -1 3. 5 4. 7 5. -7
4) Дано: $U = 150$ В; $R_1 = R_2 = 50$ Ом; $L = 10$ мГн; $C = 100$ мкФ. Определите ток I А.  1. 1 2. 1,5 3. 3 4. 4 5. 5	9) Дано: $E_1 = 10$ В; $R_1 = 2$ Ом; $R_4 = 2$ Ом; $I_4 = 5$ А. Определите ток I_1 А.  1. 10 2. 6 3. 5 4. 4 5. 3
5) Дано: $U = 70$ В; $R_1 = 30$ Ом; $R_2 = 40$ Ом. Определите ток I А.  1. 1,7 2. 2,33 3. 1,75 4. 7 5. 10	10) Сколько уравнений надо составить по законам Кирхгофа для определения токов всех ветвей?  1. 2 2. 4 3. 6 4. 8 5. 10

1.3. Цепи синусоидального тока

Для изучения данной темы следует использовать материал темы 3. Эти вопросы также разобраны в [1], [2], [3].

Обратите особое внимание на ключевые моменты этой темы, которыми являются:

- характеристики синусоидального тока, напряжения;
- графическое изображение синусоидальных токов и напряжений (векторные диаграммы);
- применение векторных диаграмм к расчету цепей синусоидального тока;
- законы Кирхгофа в векторной форме записи;

- действующие значения синусоидальных токов и напряжений;
- элементы R, L и C в цепи синусоидального тока;
- цепь с последовательным соединением элементов R, L и C ;
- цепь с параллельным соединением элементов R, L и C ;
- мощность цепи синусоидального тока;
- понятие о двухполюсниках и об эквивалентных цепях.

1.3.1. Основные понятия о синусоидальных процессах

Синусоидальный ток – это периодический ток, изменяющийся во времени по закону синуса. График этого тока представлен на рис. 1.11 в виде кривой, полученной на экране осциллографа.

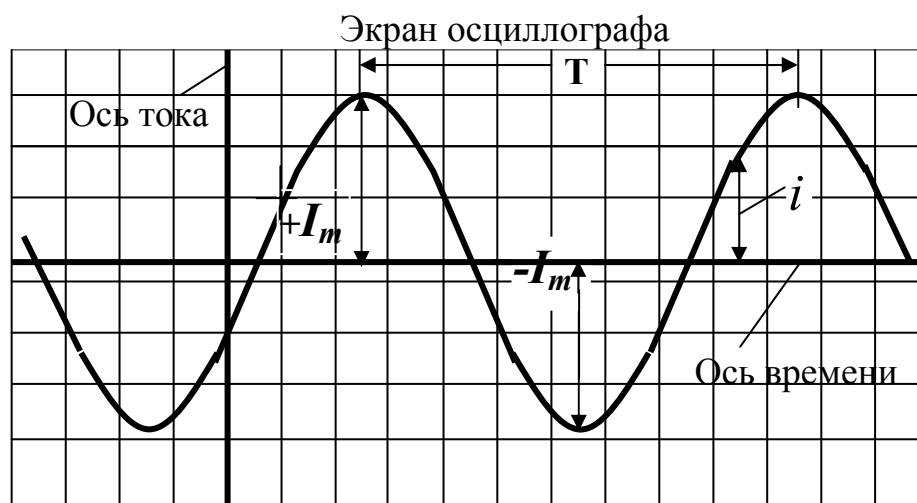


Рис. 1.11

На этом рисунке ось времени (ось абсцисс) проведена между наибольшим и наименьшим значениями тока. Ось тока (ось ординат) проведена перпендикулярно оси времени. Пересечение ее с осью начала отсчета времени t можно выбирать произвольно.

Значение тока i в любой момент времени t называется *мгновенным значением*. Все значения i выше оси t считаются положительными, а ниже оси – отрицательными. Максимальное значение тока (относительно оси t) называется *амплитудой* и обозначается I_m . Синусоидальный ток изменяется во времени от $+I_m$ до $-I_m$.

Наименьшее время T , по истечении которого значения тока повторяются, называется *периодом тока*. На осциллограмме период наиболее удобно измерять между двумя амплитудами. Число периодов, совершаемых током за одну секунду, называется *частотой тока* f . Частота тока и период тока – величины

взаимнообратные. Частота f имеет физическую размерность 1/с и названа "герц" (Гц):

$$f = 1/T, \text{ Гц} . \quad (1.20)$$

При теоретических расчетах часто используют понятие об *угловой (круговой) частоте*. Угловая частота ω связана с частотой f соотношением

$$\omega = 2\pi f, \text{ 1/с} . \quad (1.21)$$

Все сказанное выше о синусоидальном токе справедливо и по отношению к синусоидальному напряжению и синусоидальной ЭДС.

1.3.2. Аналитическая запись синусоидальных токов и напряжений

Синусоидальные токи и напряжения выражаются аналитически следующим образом:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i); \quad u = U_m \sin(\omega t + \psi_u) . \quad (1.22)$$

В этих формулах:

i и $u \rightarrow$ мгновенные значения тока и напряжения; I_m и U_m – амплитуды тока и напряжения; ω – угловая частота тока и напряжения; t – время; $(\omega t + \psi_i)$ и $(\omega t + \psi_u)$ – фазы тока и напряжения, измеряемые в градусах (град) или радианах (рад); ψ_i и ψ_u – начальные фазы тока и напряжения – это фазы $(\omega t + \psi_i)$ и $(\omega t + \psi_u)$ при $t = 0$. Их численные значения зависят от выбора момента начала отсчета времени.

Для полного определения синусоидального тока или напряжения необходимо знать три величины: амплитуду, частоту и начальную фазу. Если известно приложенное к цепи синусоидальное напряжение, то это значит, что заданы U_m , ω и ψ_u . Следовательно, для определения синусоидального тока этой цепи надо определить только две величины: I_m и ψ_i , так как частота тока ω такая же, как и у приложенного напряжения.

1.3.3. Способы графического изображения синусоидальных токов и напряжений

Существуют два способа графического изображения синусоидальных токов и напряжений: с помощью графиков $i(\omega t)$ и $u(\omega t)$ в декартовых координатах (подобно рис. 1.11) и с помощью вращающихся векторов в полярных координатах.

На рис. 1.12,а показано изображение тока в виде вектора длиной I_m , вращающегося (как принято в теории цепей) *против часовой стрелки* с постоянной угловой скоростью ω (соответствующей угловой частоте тока) относительно полюса 0 полярной системы координат. Его положение на этом рисунке зафиксировано в момент времени $t = 0$, при котором угол его наклона к полярной оси P составляет величину, равную начальной фазе $+\psi_i$ (положительные начальные фазы откладывают от полярной оси против часовой стрелки, а отрицательные – по часовой).

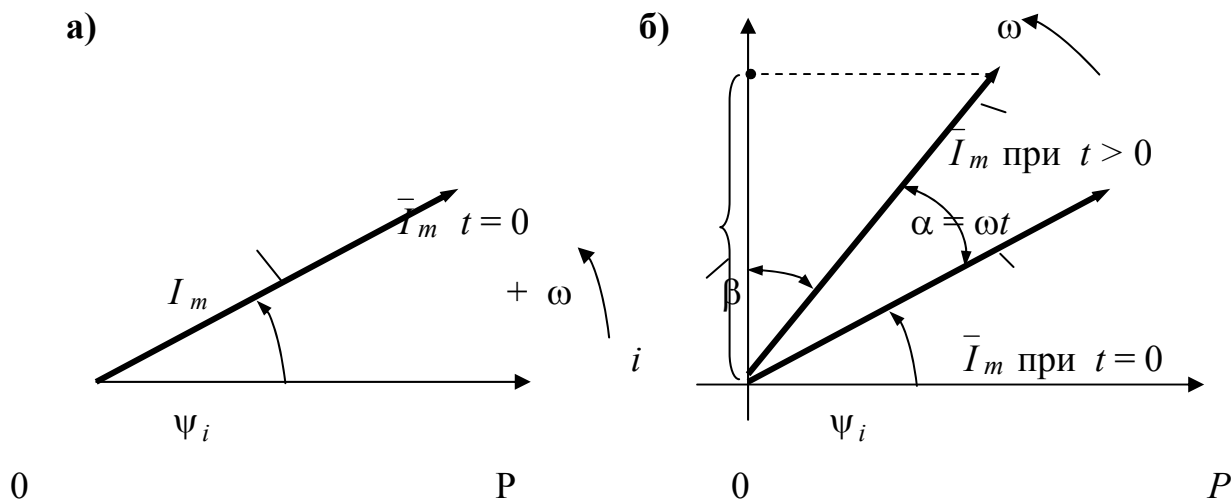


Рис. 1.12

При вращении вектора $\vec{I}_m$ против часовой стрелки с постоянной угловой скоростью ω проекция этого вектора на ось, перпендикулярную полярной оси (рис. 1.12,б), совершает синусоидальные колебания во времени. В самом деле, пусть за время t , прошедшее от начала отсчета, вектор $\vec{I}_m$ при своем вращении против часовой стрелки повернулся на угол $\alpha = \omega t$ (рис. 1.12,б). Тогда проекция этого вектора на ось, перпендикулярную полярной оси, составит $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$, что является мгновенным значением тока.

Пример 1.4. Известны синусоидальные ток и напряжения некоторой цепи (рис.1.13): $i = 2\sin(314t + 60^\circ)$ А; $u = 30\sin(314t - 30^\circ)$ В. Требуется изобразить графически ток и напряжение в полярных и декартовых координатах.

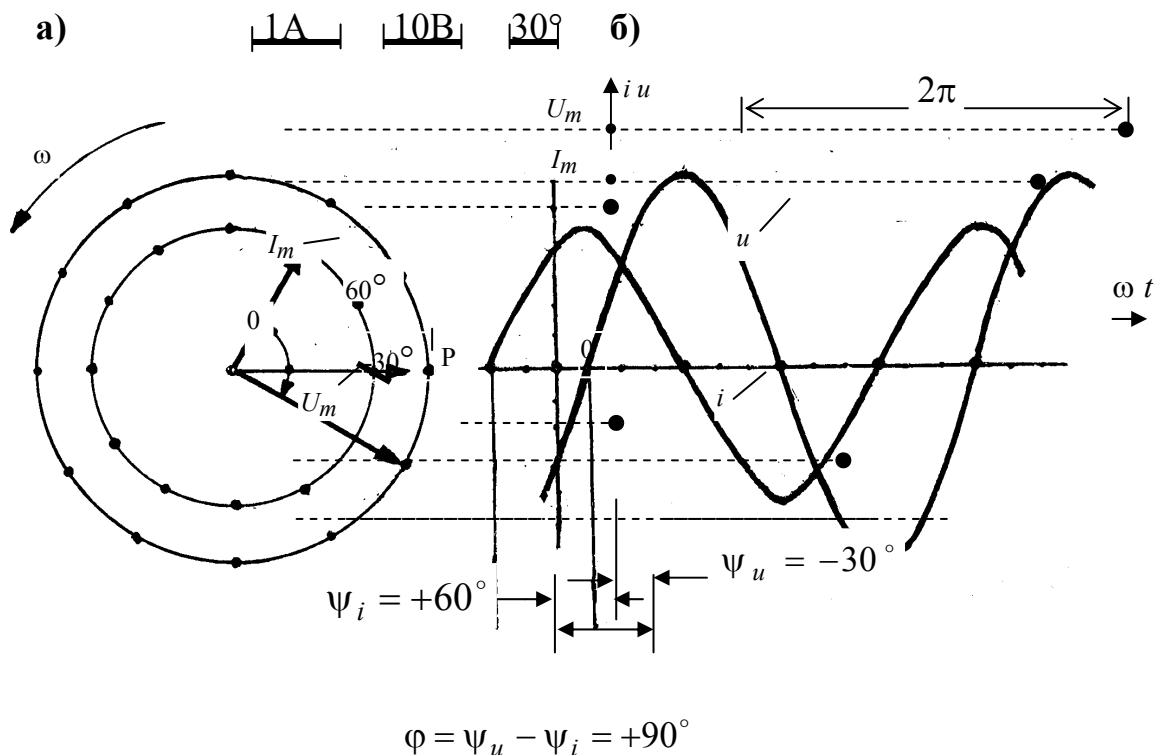


Рис. 1.13

Решение. Вначале изображаем ток i и напряжение u цепи в полярных координатах (рис. 1.13,а) в виде вращающихся векторов, зафиксированных на плоскости при $t = 0$. Для этого выбираем произвольно направление полярной оси P и располагаем вектор тока длиной $I_m = 2A$ под углом $\psi_i = +60^\circ$ к ней, а вектор напряжения длиной $U_m = 30V$ располагаем под углом $\psi_u = -30^\circ$ к полярной оси.

Для изображения тока и напряжения в декартовых координатах (рис. 1.13,б) устанавливаем ось абсцисс (ось ωt) так, чтобы она располагалась на одной прямой с полярной осью (P). Затем вращаем векторы $\bar{I}_m$ и $\bar{U}_m$ против часовой стрелки с угловой скоростью ω и фиксируем проекции этих векторов на декартовой плоскости через каждые 30° их поворота. В результате получаем графики изменения синусоидального тока и напряжения во времени, как это показано на рис. 1.13,б.

Заметим, что величины начальных фаз тока и напряжения определяются отрезками на оси абсцисс между началом координат и ближайшими точками ее пересечения синусоидами при переходе значений от отрицательных к положительным. При этом положительные начальные фазы (в нашем примере

$\psi_i = +60^\circ$) располагаются левее точки 0, а отрицательные (в нашем примере $\psi_u = -30^\circ$) – правее точки 0.

1.3.4. Векторные диаграммы и их применение к расчету цепей синусоидального тока

Графики токов $i(\omega t)$ и напряжений $u(\omega t)$ в декартовых координатах иногда используются для иллюстрации электромагнитных процессов в электрических цепях, но для практических расчетов не пригодны.

При решении электротехнических задач широко используется изображение токов и напряжений в виде вращающихся против часовой стрелки векторов, положение которых на плоскости зафиксировано для момента времени $t = 0$.

Пример 1.5. Известны (рис. 1.14,а) синусоидальные токи двух параллельно включенных двухполюсников 1 и 2: $i_1 = 3\sin(628t + 30^\circ)$, А; $i_2 = 4\sin(628t - 60^\circ)$, А. Требуется: определить синусоидальный ток i в неразветвленной части цепи.

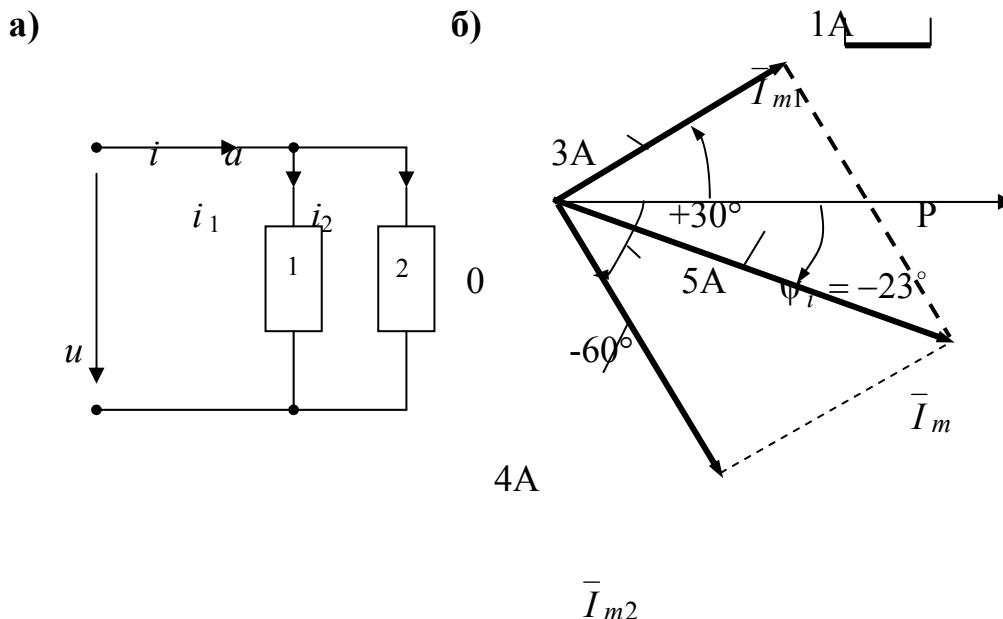


Рис. 1.14

Решение. Для узла a цепи справедлив первый закон Кирхгофа: $i - i_1 - i_2 = 0$ или $i = i_1 + i_2$. Следовательно, для нахождения тока в неразветвленной части цепи необходимо сложить синусоиды i_1 и i_2 . Это легко сделать, если воспользоваться изображением токов в виде векторов по образцу рис. 1.12,а. Для определения общего тока надо определить только две характеризующие

его величины – амплитуду I_m и начальную фазу ψ_i , поскольку частота тока $\omega = 628$ 1/с задана. Эти величины можно легко найти графически, сложив векторы $\bar{I}_{m1}$ и $\bar{I}_{m2}$ так, как это делают в механике при нахождении вектора результирующих сил:

$$\bar{I}_m = \bar{I}_{m1} + \bar{I}_{m2}. \quad (1.23)$$

Векторы исходных токов и результат их сложения показаны на рис. 1.14,б. Здесь длина суммарного вектора равна амплитуде общего тока I_m , а угол наклона к полярной оси (P) есть начальная фаза ψ_i общего тока.

Путем непосредственных измерений находим, что $I_m = 5$ А и $\psi_i = -23^\circ$ (знак “–” взят потому, что он расположен по часовой стрелке от полярной оси P).

Таким образом, искомый ток $i = 5 \sin(628t - 23^\circ)$ А.

Совокупность векторов токов и напряжений цепи называется **векторной диаграммой** этой цепи. Она позволяет заменить алгебраическое сложение (вычитание) синусоидальных токов и напряжений графическим сложением (вычитанием) векторов и тем самым значительно облегчить расчет цепей синусоидального тока.

1.3.5. Закон Кирхгофа в векторной форме записи

При расчете цепей можно использовать законы Кирхгофа в векторной форме записи.

1-й закон Кирхгофа:
$$\sum_{k=1}^K \bar{I}_k = 0. \quad (1.24)$$

Геометрическая сумма векторов всех токов, подходящих к любому узлу цепи, равна нулю.

2-й закон Кирхгофа:
$$\sum_{k=1}^K \bar{E}_k = \sum_{n=1}^N \bar{U}_n. \quad (1.25)$$

Геометрическая сумма векторов всех ЭДС любого контура цепи равна сумме векторов напряжений на всех участках этого контура.

1.3.6. Фазовые соотношения между синусоидальными токами и напряжениями

Если две или несколько синусоид имеют одинаковые начальные фазы, то это значит, что они *совпадают по фазе*. На векторной диаграмме такие синусоиды располагаются на одной прямой или параллельно друг другу.

Если две синусоиды имеют неодинаковые начальные фазы, то это значит, что они не совпадают по фазе или, иначе говоря, сдвинуты по фазе. Та из двух синусоид, фаза которой больше (с учетом знака), называется опережающей по фазе, тогда как другая – отстающей по фазе.

Так, из векторной диаграммы, показанной на рис. 1.14,б, следует, что ток i_1 опережает общий ток цепи i по фазе на 53° , а ток i_2 отстает от тока i по фазе на 37° . Из векторной диаграммы на рис. 1.15,б следует, что общее напряжение u опережает напряжение u_2 по фазе на 25° и отстает от напряжения u_1 по фазе на 45° .

Заметим, что угол сдвига фаз между синусоидами не является произвольной величиной. Он зависит от соотношения между параметрами R , L и C электрической цепи, о чем подробно будет изложено ниже.

В электроэнергетике большое значение придается углу сдвига фаз между напряжением и током цепи. Он определяется как разность начальных фаз напряжения и тока (с учетом их собственных знаков) и обозначается греческой буквой φ :

$$\varphi = \psi_u - \psi_i . \quad (1.26)$$

На рис. 1.15 показано соотношение между углом сдвига фаз φ и начальными фазами напряжения ψ_u и тока ψ_i (здесь они взяты положительными). От величины угла сдвига фаз φ зависит эффективность работы электрической цепи.

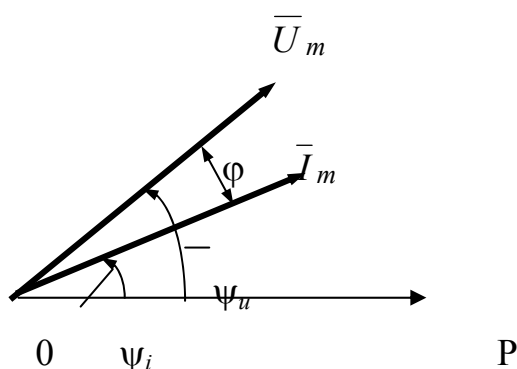


Рис. 1.15

1.3.7. Действующие значения синусоидальных токов и напряжений

В цепях синусоидального тока для измерения действующих значений токов и напряжений используют амперметры и вольтметры.

Понятие о действующем значении тока сложилось исторически при переходе электроэнергетики от использования сетей постоянного тока к сетям переменного синусоидального тока. Новый для того времени переменный ток сравнивали с постоянным током по его способности преобразовывать электромагнитную энергию в тепловую. Условились считать синусоидальный ток эквивалентным (равноценным) в этом смысле постоянному току, если он в сопротивлении R за время T одного периода выделяет такое же количество тепла, что и постоянный ток. При этих условиях количество тепла, выделяемого постоянным током, $W_{пост} = I^2 R T$, а количество тепла, выделенного синусоидальным током, $W_{син} = \int_0^T i^2 R dt$. Полагая $W_{пост} = W_{син}$, находим что

$$I^2 R T = \int_0^T i^2 R dt \quad \text{или} \quad I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 R dt} . \quad (1.27)$$

Полученное соотношение определяет величину постоянного тока I , эквивалентного синусоидальному току по тепловому действию. Эта величина называется действующим значением синусоидального тока i .

Подставив

$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ в формулу (1.27) и произведя интегрирование, получаем

$$I = I_m / \sqrt{2} . \quad (1.28)$$

Таким образом, действующие значения синусоидального тока в $\sqrt{2}$ раз меньше его амплитуды.

Аналогичная формула существует и для определения действующего значения синусоидального напряжения:

$$U = U_m / \sqrt{2} . \quad (1.29)$$

В настоящее время действующие значения синусоидального тока и напряжения являются основными расчетными величинами. Поэтому при дальнейшем

изложении будем использовать главным образом действующие значения этих величин.

1.3.8. Элементы в цепи синусоидального тока

Рассмотрим амплитудные и фазовые соотношения между током и напряжением в элементах R , L и C . Для этого приложим к этим элементам синусоидальное напряжение $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ и рассчитаем мгновенное значение тока в каждой из них (т.е. найдем его амплитуду и начальную фазу).

1. Сопротивлением R . В этом элементе

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m}{R} \sin(\omega t + \psi_u) = I_m \sin(\omega t + \psi_i).$$

Анализ полученного выражения:

$$\text{а) } I_m = \frac{U_m}{R} \text{ или}$$

$$\text{действующее значение тока} \quad I = \frac{U}{R}. \quad (1.30)$$

Сопротивление R в цепи синусоидального тока называется *активным*, так как в нем проходит процесс преобразования электромагнитной энергии в тепловую. В большом диапазоне частот активное сопротивление R практически постоянно. Величина, обратная активному сопротивлению, называется активной проводимостью: $G = 1/R$. Тогда формула для тока приобретает вид

$$I = U/R = UG. \quad (1.31)$$

Это закон Ома для цепи синусоидального тока с активным сопротивлением.

б) Начальная фаза тока $\psi_i = \psi_u$ или $\varphi = \psi_u - \psi_i = 0$, т.е. в цепи с активным сопротивлением ток и напряжение совпадают по фазе.

2. Индуктивностью L . В этом элементе

$$i = \frac{1}{L} \int u dt = \frac{U_m}{\omega L} \sin(\omega t + \psi_u - 90^\circ) = I_m \sin(\omega t + \psi_i).$$

Анализ полученного выражения:

$$\text{а) } I_m = \frac{U_m}{\omega L} \text{ или}$$

$$\text{действующее значение тока} \quad I = \frac{U}{X_L}. \quad (1.32)$$

Выражение $X_L = \omega L$, Ом, стоящее в знаменателе – это реактивное индуктивное сопротивление цепи. Величина, обратная индуктивному сопротивлению, называется индуктивной проводимостью

$$b_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{\omega L} . \quad (1.33)$$

Тогда формула для тока в индуктивности приобретает вид

$$I = U / X_L = U b_L . \quad (1.34)$$

Это закон Ома для цепи синусоидального тока с индуктивным сопротивлением.

б) Начальная фаза тока $\psi_i = \psi_u - 90^\circ$ или $\varphi = \psi_u - \psi_i = +90^\circ$, т.е. в цепи с индуктивностью ток отстает от напряжения по фазе на 90° .

3. Емкостью С. В этом элементе

$$i = C \frac{du}{dt} = \frac{U_m}{1/\omega C} \sin(\omega t + \psi_u + 90^\circ) = I_m \sin(\omega t + \psi_i) .$$

Анализ полученного выражения:

$$\text{а) } I_m = \frac{U_m}{1/\omega C} \quad \text{или}$$

$$\text{действующее значение тока} \quad I = \frac{U}{X_C} . \quad (1.35)$$

Выражение $X_C = 1/\omega C$, Ом, стоящее в знаменателе – это реактивное емкостное сопротивление цепи. Величина, обратная емкостному сопротивлению, называется емкостной проводимостью

$$b_C = \frac{1}{X_C} = \frac{1}{1/\omega C} = \omega C . \quad (1.36)$$

Тогда формула для тока в емкости получает вид

$$I = U / X_C = U b_C . \quad (1.37)$$

Это закон Ома для цепи синусоидального тока с емкостью.

б) Начальная фаза тока $\psi_i = \psi_u + 90^\circ$, т.е. в цепи с емкостью ток опережает приложенное напряжение по фазе на 90° . При этом $\varphi = \psi_u - \psi_i = -90^\circ$.

Результаты исследования простейших цепей синусоидального тока представлены в табл. 1.2. Там же показаны их векторные диаграммы, а на рис. 1.16 даны осциллограммы токов и напряжений для цепей с R , L и C .

**Амплитудные и фазовые соотношения между током и напряжением
в простейших электрических цепях**

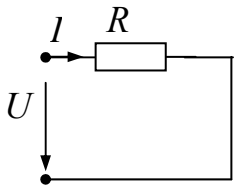
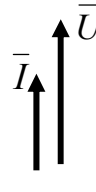
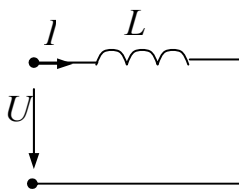
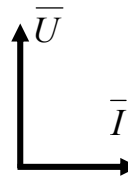
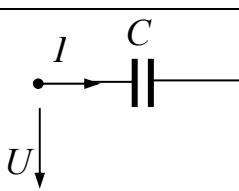
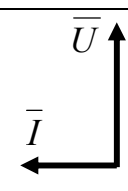
№ п/п	Схемы цепей	Амплитудные соотношения (закон Ома)	Фазовые соотношения (сдвиг фаз)	Векторные диаграммы
1		$I = \frac{U}{R} = UG$, где $G = \frac{1}{R}$	$\psi_i = \psi_u$ $\varphi = \psi_u - \psi_i = 0$	
2		$I = \frac{U}{X_L} = Ub_L$, где $X_L = \omega L$, $b_L = 1/X_L = 1/\omega L$	$\psi_i = \psi_u - 90^\circ$ $\varphi = \psi_u - \psi_i = +90^\circ$	
3		$I = \frac{U}{X_C} = Ub_C$, где $X_C = 1/\omega C$, $b_C = 1/X_C = \omega C$	$\psi_i = \psi_u + 90^\circ$ $\varphi = \psi_u - \psi_i = -90^\circ$	



Рис. 1.16

**1.3.9. Зависимость активного, индуктивного и емкостного
сопротивлений от частоты**

Эти зависимости представлены в виде графика на рис. 1.17.

Активное сопротивление R при низких частотах практически не зависит от частоты и остается неизменной величиной, но индуктивное и емкостное сопротивления цепи синусоидального тока, в принципе, зависят от частоты приложенного напряжения.

Индуктивное сопротивление $X_L = \omega L$ изменяется прямо пропорционально частоте. При частоте $\omega \rightarrow 0$, $X_L \rightarrow 0$, что подтверждает положение о том, что индуктивность в цепи постоянного тока не обладает сопротивлением^{*}.

Емкостное сопротивление $X_C = 1/\omega C$ изменяется обратно пропорционально частоте: при $\omega \rightarrow 0$ емкостное сопротивление $X_C \rightarrow \infty$, что соответствует отсутствию тока в емкости в цепи постоянного тока.

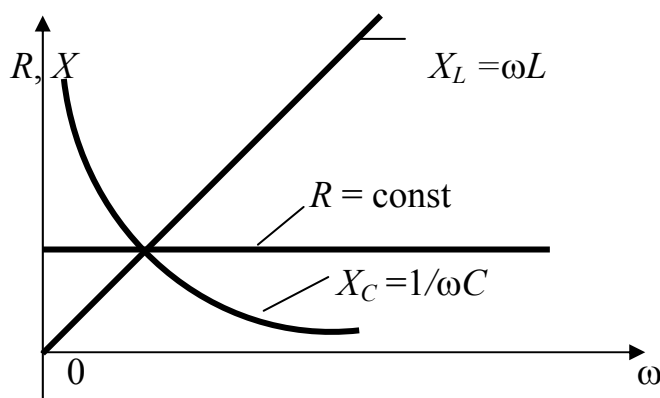


Рис. 1.17

1.3.10. Цепь с последовательным соединением R, L, C

Известно приложенное к цепи синусоидальное напряжение $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ и параметры R, L, C цепи (рис. 1.18,а). Требуется определить ток цепи i , т.е. его амплитуду I_m и начальную фазу ψ_i .

В цепи с последовательным соединением R, L, C ток во всех ее элементах одинаков, а напряжения на элементах различные. В такой цепи действует 2-й закон Кирхгофа, который в векторной форме записи в соответствии с формулой (1.25) имеет вид $\bar{U}_R + \bar{U}_L + \bar{U}_C - \bar{U} = 0$ или $\bar{U} = \bar{U}_R + \bar{U}_L + \bar{U}_C$.

Решим поставленную задачу с помощью векторной диаграммы. Она показана на рис. 1.18,б для случая, когда $U_L > U_C$. Диаграмму начинаем строить с вектора тока $\bar{I}$, откладывая его на плоскости чертежа вертикально вверх (выбор произвольный).

^{*} Частота $\omega = 0$ имеет место в цепи постоянного тока.

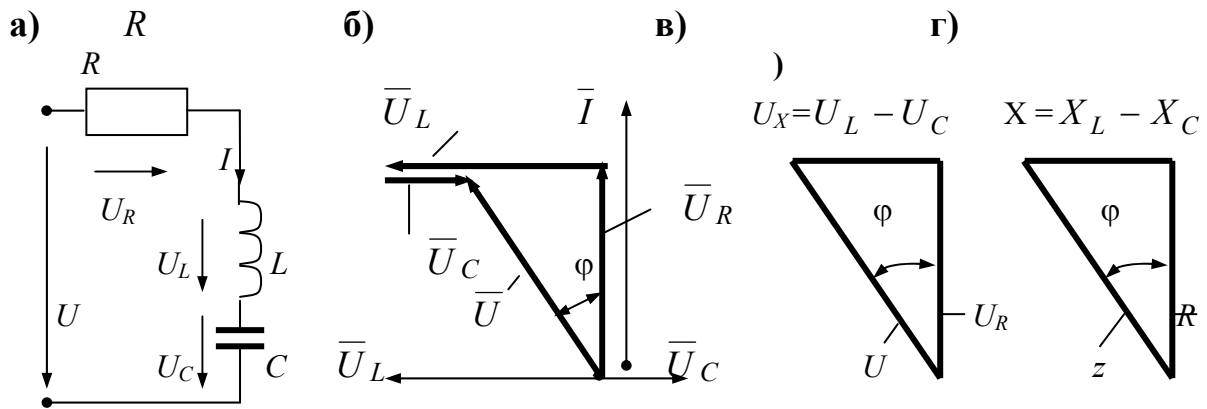


Рис. 1.18

В соответствии с табл. 1.2 вектор $\bar{U}_R$ совпадает с вектором $\bar{I}$ по фазе, вектор $\bar{U}_L$ опережает вектор $\bar{I}$ по фазе на 90° , а вектор $\bar{U}_C$ отстает от вектора $\bar{I}$ по фазе на 90° .

Применяя правило многоугольника для сложения векторов и откладывая векторы U_R , $\bar{U}_L$ и $\bar{U}_C$ друг за другом, находим вектор $\bar{U}$ приложенного к цепи напряжения. Полученный результат показывает, что действующие значения напряжений этой цепи (длины векторов) соотносятся между собой как стороны прямоугольного треугольника. Этот треугольник напряжений показан на рис. 1.18,в. Применяя к этому треугольнику теорему Пифагора, находим

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{U_R^2 + U_X^2},$$

где $U_X = (U_L - U_C)$. Учитывая (табл. 1.2), что $U_R = IR$, $U_L = IX_L$ и $U_C = IX_C$, получаем

$$U = I\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = I\sqrt{R^2 + X^2}, \quad \text{или } U = Iz. \quad (1.38)$$

Эта формула является законом Ома для цепи синусоидального тока с последовательным соединением активного и реактивных сопротивлений. Здесь

$$z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + X^2} \quad (1.39)$$

- полное сопротивление данной цепи.

Из формулы (1.39) следует, что активное R , реактивное X и полное z сопротивления рассматриваемой цепи также соотносятся между собой как стороны прямоугольного треугольника. Этот треугольник сопротивлений показан на рис. 1.18,г.

Заметим, что треугольник сопротивлений подобен треугольнику напряжений: поделив все стороны треугольника напряжений на величину действующего значения тока I цепи, получаем треугольник сопротивлений.

Из векторной диаграммы видно, что ток и напряжение цепи не совпадают по фазе. Угол сдвига фаз φ определяется из треугольника напряжений или треугольника сопротивлений:

$$\varphi = \arctg \frac{U_L - U_C}{U_R} = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}. \quad (1.40)$$

Этот угол по абсолютному значению меньше 90° . В нашем примере $U_L > U_C$, угол $\varphi > 0$ и цепь имеет индуктивный характер. Если $U_L < U_C$, то $\varphi < 0$ и цепь имеет емкостной характер. Если же $U_L = U_C$, то $\varphi = 0$ и цепь ведет себя как чисто активная.

1.3.11. Цепь с параллельным соединением R, L и C

Известно приложенное к цепи (рис. 1.19,а) синусоидальное напряжение $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ и ее параметры R, L, C . Требуется определить ток в цепи i (I_m и ψ_i).

В цепи с параллельным соединением R, L, C напряжение на всех ее элементах одинаково, а токи разные. Здесь действует 1-й закон Кирхгофа в векторной форме $\bar{I} = \bar{I}_R + \bar{I}_L + \bar{I}_C$. Для решения задачи построим векторную диаграмму цепи. Она показана на рис.3.10,б при условии, что $I_L > I_C$. Диаграмму начинаем строить с общего для всей цепи вектора напряжения $\bar{U}$, откладывая его на плоскости вертикально вверх (произвольный выбор).

Затем строим векторы $\bar{I}_R$, $\bar{I}_L$ и $\bar{I}_C$. Вектор $\bar{I}_R$ откладываем по одной линии (параллельно) с вектором $\bar{U}$, так как ток и напряжение в активном сопротивлении R совпадают по фазе. Вектор $\bar{I}_L$ откладываем под углом 90° по часовой стрелке к вектору $\bar{U}$, так как в индуктивности ток отстает от напряжения на 90° . Наконец, вектор $\bar{I}_C$ откладываем под углом 90° против часовой стрелки к вектору U , поскольку в цепи с емкостью ток опережает напряжение по фазе на 90° .

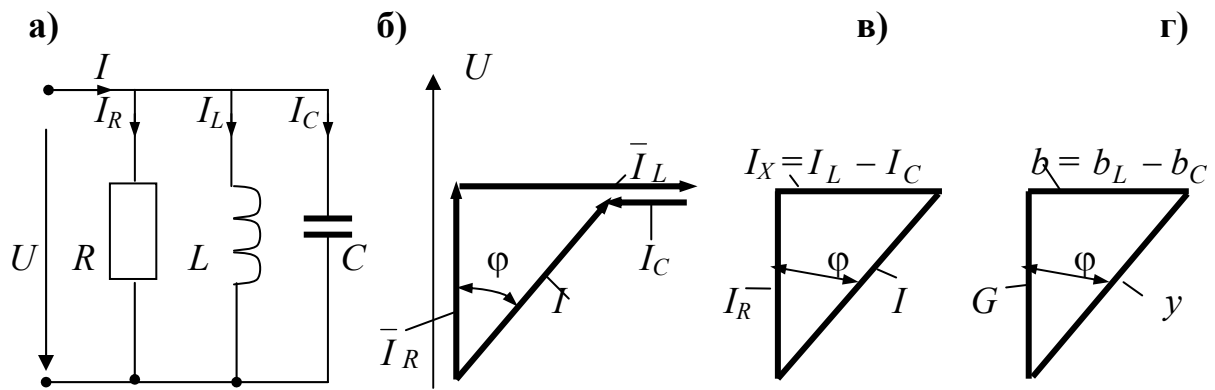


Рис. 1.19

Складывая эти векторы по правилу многоугольника (предварительно выстроив их друг за другом), находим результирующий вектор $\bar{I}$. Из полученной диаграммы следует, что действующие значения токов ветвей (длины векторов) соотносятся между собой как стороны прямоугольного треугольника (рис. 1.19,в). Применяя теорему Пифагора, получаем

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2} = \sqrt{I_R^2 + I_X^2}, \text{ где } I_X = (I_L - I_C). \quad (1.41)$$

В соответствии с табл. 1.2 имеем $I_R = U G$; $I_L = U b_L$; $I_C = U b_C$.

Подставляя эти значения токов в формулу (1.41), находим

$$I = U \sqrt{G^2 + (b_L - b_C)^2} = U \sqrt{G^2 + b^2} \text{ или } I = U y. \quad (1.42)$$

Эта формула является законом Ома для цепи с параллельным соединением активных и реактивных сопротивлений. Здесь

$$y = \sqrt{G^2 + (b_L - b_C)^2} = \sqrt{G^2 + b^2} \quad (1.43)$$

– полная проводимость исследуемой цепи.

Из формулы (1.43) следует, что активная G , реактивная b и полная y проводимости цепи соотносятся между собой как стороны прямоугольного треугольника (рис. 1.19,г), подобного треугольнику тока: его можно получить, если все стороны треугольника тока поделить на действующее значение напряжения цепи U . Сравнивая между собой формулы (1.36) и (1.40), замечаем, что полная проводимость y и полное сопротивление цепи z являются взаимобратными величинами: $y = I/U$; $z = U/I$. Отсюда

$$z = 1/y. \quad (1.44)$$

Из векторной диаграммы на рис. 1.19,б следует, что ток и напряжение цепи не совпадают по фазе. Угол сдвига фаз φ определяется либо из треугольника напряжений, либо из треугольника токов:

$$\varphi = \arctg \frac{I_L - I_C}{I_R} = \arctg \frac{b_L - b_C}{G}. \quad (1.45)$$

Этот угол, как видно из диаграммы, по абсолютному значению меньше 90° . Здесь возможны три варианта. Если $I_L > I_C$ ($b_L > b_C$), этот угол положителен и цепь имеет индуктивный характер. При $I_L < I_C$ ($b_L < b_C$) угол сдвига фаз отрицателен и цепь имеет емкостной характер. Если $I_L = I_C$ ($b_L = b_C$), то $\varphi = 0$ и цепь ведет себя как чисто активная.

На этом поставленная в условии задача нахождения тока цепи решена. Результаты, полученные при рассмотрении данной задачи, позволяют рассчитывать цепи, содержащие параллельно соединенные элементы в любой комбинации.

1.3.12. Мощность цепи синусоидального тока

Электрическая мощность в цепи синусоидального тока определяет количество электроэнергии, поступающее в нагрузку в единицу времени. Она равна произведению действующего значения напряжения U на действующее значение тока I . Ее физическая размерность – вольт-ампер (ВА). Различают три вида мощности: активную (P), реактивную (Q) и полную (S).

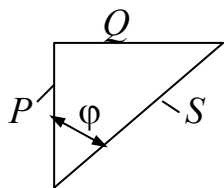
Мощность в активных сопротивлениях цепи называется *активной* (P). Она характеризует скорость преобразования электромагнитной энергии в тепловую энергию и механическую работу и измеряется в ваттах (Вт).

Мощность в реактивных сопротивлениях цепи называется *реактивной* (Q) и измеряется (для ее отличия от активной мощности) в вольт-амперах реактивных (вар). Она характеризует скорость изменения запаса энергии в электрическом и магнитном полях цепи и не связана с преобразованием энергии электромагнитного поля в тепловую энергию.

Мощность на зажимах всей цепи, состоящей из различных комбинаций соединений R , L и C , называется *полной мощностью* (S) и измеряется в вольт-амперах (ВА). Она характеризует скорость поступления электрической энергии в данную цепь.

Заметим, что активная P , реактивная Q и полная S мощности соотносятся между собой как стороны прямоугольного треугольника. Для цепи с последовательным соединением R , L , C его легко получить, если все стороны треугольника напряжений умножить на действующее значение тока I цепи. Для

цепи с параллельным соединением R, L, C треугольник мощностей получается, если все стороны треугольника токов умножить на действующее значение U приложенного напряжения.



$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = UI, \text{ ВА}$$

$$P = S \cos \varphi, \text{ Вт}$$

$$Q = S \sin \varphi, \text{ вар}$$

$$\text{где } \varphi = \arctg Q/S = \arccos P/S$$

1.3.13. Понятие о коэффициенте мощности и коэффициенте полезного действия

В энергетике широко распространено понятие о коэффициенте мощности цепи, под которым понимают отношение ее активной мощности P к полной S :

$$P/S = \cos \varphi. \quad (1.46)$$

Этот коэффициент показывает, какая доля полной мощности преобразуется в тепло и другие виды энергии. Энергетики стремятся эту долю свести к единице, т. е. иметь $P = S$ или $\cos \varphi = 1$, при котором угол φ сдвига фаз между напряжением и током цепи равен нулю. Иначе говоря, наиболее эффективным режимом работы цепи является резонанс токов. С этой целью на зажимы заводских и районных подстанций подключают батареи конденсаторов, подбирая их емкость так, чтобы в цепи имел место резонанс. Энергетики называют такие действия *компенсацией реактивной мощности*.

Не следует путать коэффициент мощности ($\cos \varphi$) и коэффициент полезного действия (η) электроустановок. Коэффициент мощности показывает, какая доля полной мощности S источника преобразуется в активную мощность, а коэффициент полезного действия показывает, насколько эта активная мощность эффективно используется в конкретных электрических установках, например в электродвигателях.

Известно (рис. 1.20), что мощность ($P_{\text{ВЫХ}}$), которую электродвигатель развивает на валу, меньше потребляемой из сети активной мощности ($P_{\text{ВХ}}$) за счет внутренних потерь (ΔP) на нагрев обмоток и сердечников, трение в подшипниках, работу вентилятора.

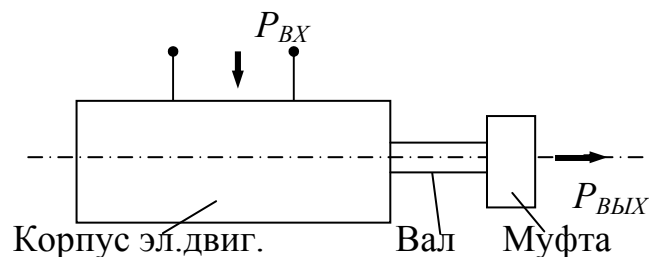


Рис 1.20

Коэффициент полезного действия электротехнической установки - это отношение активной мощности на ее выходе к активной мощности на входе. Измеряется он в относительных единицах (или в процентах) и всегда меньше единицы (меньше 100 %).

$$\eta = \frac{P_{ВЫХ}}{P_{ВХ}} = \frac{P_{ВХ} - \Delta P}{P_{ВХ}} 100 < 100 \% . \quad (1.47)$$

Коэффициент полезного действия мощных электродвигателей достигает 80 % и более.

1.3.14. Понятие о двухполюсниках и об эквивалентных цепях

Двухполюсником называется электрическая цепь любой сложности, имеющая два выходных зажима. Двухполюсник является *активным*, если содержит внутри себя источники энергии, и *пассивным*, - если не содержит.

Заметим, что все рассмотренные нами ранее электрические цепи были пассивными двухполюсниками.

Два или несколько двухполюсников являются *эквивалентными* (равноценными), если на их зажимах одинаковы синусоиды тока и синусоиды напряжения (иначе говоря, внешние характеристики цепи должны остаться неизменными). Эти условия означают, что на зажимах всех эквивалентных двухполюсников одинаковы действующие значения токов, напряжений и углы сдвига фаз между напряжением и током. Такие двухполюсники можно заменять друг на друга без изменения режима работы остальной цепи. Из этого положения, в частности, следует, что пассивный двухполюсник любой сложности можно эквивалентно заменить простейшей цепью с последовательным или параллельным соединением активного и реактивного сопротивлений, как это

показано на рис. 1.21. Такие преобразования широко используются в теоретической электротехнике для упрощения расчетов сложных цепей.

Если двухполюсник, показанный на рис. 1.21, эквивалентен по отдельности схемам (б) и (в), то эти схемы также эквивалентны друг другу.

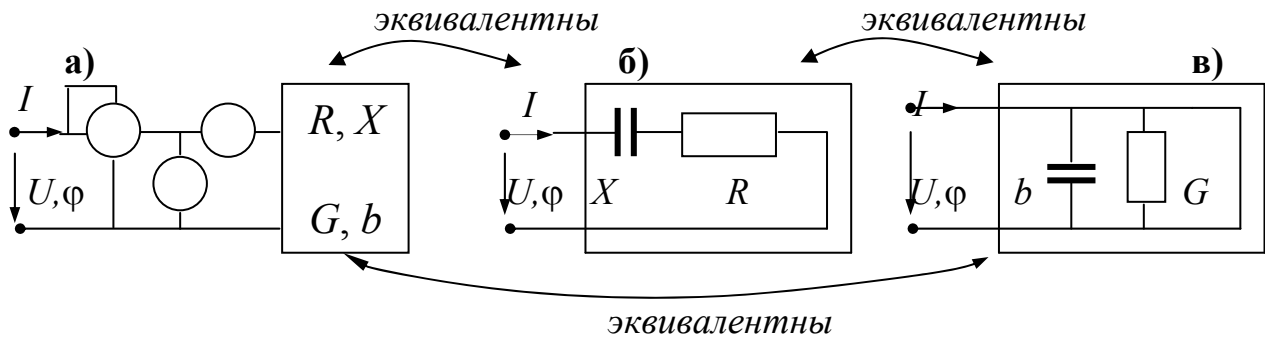
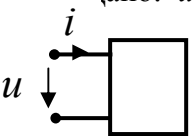
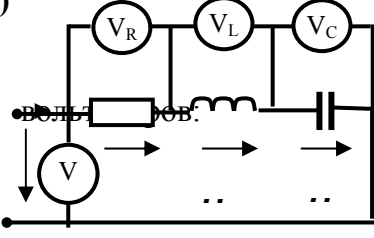
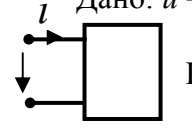
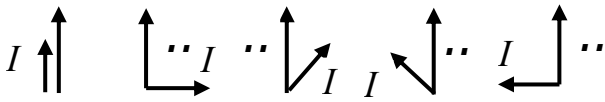
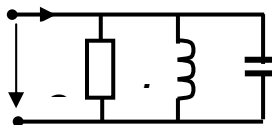
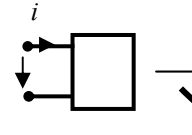
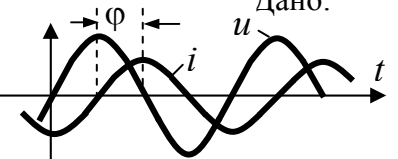
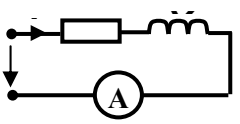
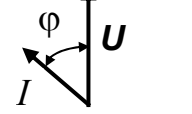
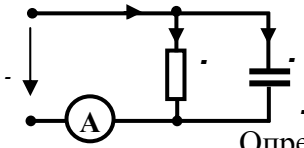
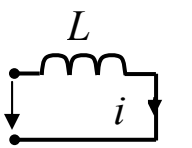
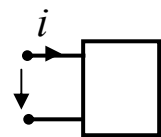


Рис. 1.21

Тема 1.3.

Вопросы для самопроверки к теме 1.3

1) Дано: $u = 282\sin(942t - 20^\circ)$ В; $i = 28,2\sin(942t - 50^\circ)$ А. Определите, какая это цепь:  1.  3.  5.  2.  4. 	6) Даны показания  $V = 50$ В; $V_C = 40$ В; $V_L = 70$ В. Определите показание V_R, вольт. 100 $\sqrt{50}$ 10 50 30 1. 2. 3. 4. 5.
2) Дано: $u = 120\sin(628t + 130^\circ)$ В; $i = 10\sin(628t - 40^\circ)$ А. Какова векторная диаграмма цепи?  1. 2. 3. 4. 5. 	7) Дано: $G = 0,6$ См; $b_L = 1,2$ См; $b_C = 0,4$ См.  Определите угол сдвига фаз φ между напряжением и током цепи. $\arctg \frac{1,2}{0,4}$, $\arctg \frac{0,6}{0,4}$, $\arctg \frac{0,6}{0,8}$, $\arctg \frac{0,8}{0,6}$, 1. 2. 3. 4.
3) Дано:   Какая это цепь? 1.  2.  3.  4.  5. 	8) Дано: $U = 10$ В; $R = 3$ Ом; $X_L = 4$ Ом.  Определите показание амперметра, ампер. 2 3 4 5 6 1. 2. 3. 4. 5.
4) Дана векторная диаграмма цепи. Укажите какая это цепь?  1.  3.  5.  2.  4. 	9) Дано: $U = 10$ В; $G = 0,8$ См; $b_C = 0,6$ См.  Определите показание амперметра, ампер. 1 2 3 4 5 1. 2. 3. 4. 5.
5) Дано: $u = 100\sin(314t + 30^\circ)$ В;  Какова начальная фаза тока в градусах? 0 - 30 30 - 60 120 1. 2. 3. 4. 5.	10) Дано: $u = 100\sqrt{2}\sin(\omega t + 20^\circ)$ В; $i = 10\sqrt{2}\sin(\omega t - 40^\circ)$ А. Определите активную мощность цепи, ватт.  1000 700 500 400 200 1. 2. 3. 4. 5.

Раздел 2. Методы расчета электрических цепей

2.1. Комплексный метод расчета простых цепей синусоидального тока

В теме 2.1 рассматриваются вопросы, входящие во второй раздел рабочей программы. Для изучения данной темы следует использовать материал темы 2.1.

Эти вопросы также разобраны в [1], [2], [3].

Обратите особое внимание на ключевые моменты этой темы, которыми являются:

- основы комплексного метода расчета цепей синусоидального тока;
- комплексные токи, напряжения, сопротивления, проводимости;
- законы Ома и Кирхгофа в комплексной форме;
- комплексная мощность;
- расчет простых цепей комплексным методом

2.1.1. Введение. Основы метода

Расчет разветвленных цепей синусоидального тока с помощью векторных диаграмм весьма затруднен. Выход из этих затруднений состоит в том, что вектор можно математически представить в виде комплексного числа. В результате геометрические действия с векторами можно заменить алгебраическими действиями с комплексными числами.

Таковы исходные положения комплексного (символического) метода. Он позволяет заменить геометрические действия с векторами токов и напряжений алгебраическими действиями с комплексными числами. При этом следует всегда помнить, что каждому вектору на плоскости соответствует комплексное число, а каждому комплексному числу соответствует вектор на плоскости.

Рассмотрев ниже комплексный метод, убедимся в том, что все его формулы окажутся внешне тождественными расчетным формулам цепей постоянного тока, что значительно упрощает освоение этого метода.

Применяя комплексный метод, будем пользоваться всеми известными из курса математики правилами действия с комплексными числами. Сводка наиболее важных из них представлена в табл.2.1.

Главными положениями комплексного метода являются понятия о комплексных токах и напряжениях, о комплексном сопротивлении, комплексной проводимости и комплексной мощности.

2.1.2. Комплексные токи и напряжения

Положения векторов токов и напряжений на комплексной плоскости показаны на рис. 2.1. Здесь $\dot{U}$ – комплексное действующее значение напряжения (сокращенно – комплексное напряжение); $\dot{I}$ – комплексное действующее значение тока (сокращенно – комплексный ток).

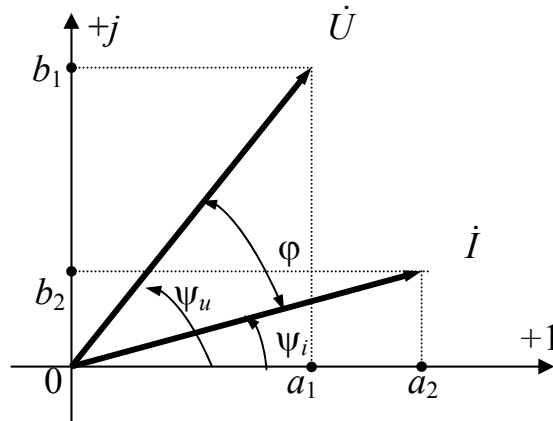


Рис.2.1

Аналитическая запись $\dot{U}$ и $\dot{I}$ имеет вид

$$\dot{U} = a_1 + jb_1 = U \cos \psi_u + U \sin \psi_u = Ue^{j\psi_u};$$

$$\dot{I} = a_2 + jb_2 = I \cos \psi_i + I \sin \psi_i = Ie^{j\psi_i}. \quad (2.1)$$

Формулы (2.1) представляют собой алгебраическую, тригонометрическую и показательную формы записи. В этих формулах a_1 и a_2 – вещественные части комплексных величин; b_1 и b_2 – мнимые части комплексных величин; U и I – модули комплексных величин (действующие значения); ψ_u и ψ_i – аргументы комплексных величин (начальные фазы).

Пример 2.1. Известны комплексное напряжение и комплексный ток на зажимах двухполюсника, изображенного на рис. 2.2,а: $\dot{U} = 30 + j40$ В; $\dot{I} = 4 + j1$ А. Требуется определить: а) показания электромагнитных амперметра и вольтметра*; б) угол сдвига фаз φ между напряжением и током; в) построить векторную диаграмму двухполюсника на комплексной плоскости.

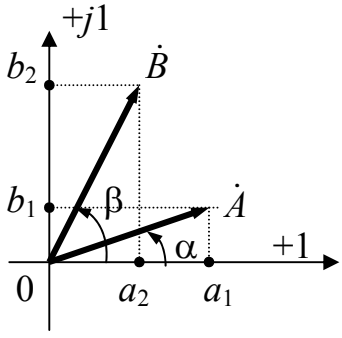
Решение

а) Переведем комплексные напряжения и ток в показательную форму записи, используя данные табл. 2.1:

$$\dot{U} = \sqrt{30^2 + 40^2} e^{j \arctg(40/30)} = 50e^{j53^\circ} \text{ В}; \quad \dot{I} = \sqrt{4^2 + 1^2} e^{j \arctg(1/4)} = 4,12e^{j14^\circ} \text{ А},$$

* Электромагнитные амперметры и вольтметры регистрируют действующие значения токов и напряжений.

Основные действия с комплексными числами применительно к синусоидальным функциям времени

Графическое изображение и формулы перехода	№ п/п	Аналитическая запись комплексных чисел и правила основных действий с ними	
 переход от показатель-ной к алгебраической форме записи $a_1 = A \cos \alpha$ $b_1 = A \sin \alpha$ переход от алгебраичес-кой к показательной форме записи $A = \sqrt{a_1^2 + b_1^2}$ $\alpha = \arctg \frac{b_1}{a_1}$	1	Показательная форма $\dot{A}$ и $\dot{B}$	$\dot{A} = Ae^{j\alpha}; \quad \dot{B} = Be^{j\beta}$
	2	Алгебраическая форма $\dot{A}$ и $\dot{B}$	$\dot{A} = a_1 + jb_1; \quad \dot{B} = a_2 + jb_2$
	3	Число A сопряженное $\dot{A}$	$\dot{A}^* = Ae^{-j\alpha} = a_1 - jb_1$
	4	Сложение и вычитание $\dot{A}$ и $\dot{B}$	$\dot{A} \pm \dot{B} = (a_1 \pm a_2) + j(b_1 \pm b_2)$
	5	Умножение $\dot{A}$ на $\dot{B}$	$\dot{A}\dot{B} = AB e^{j(\alpha+\beta)}$ или $\dot{A}\dot{B} = (a_1 + jb_1)(a_2 + jb_2) =$ $= a_1a_2 + jb_1a_2 + jb_2a_1 - b_1b_2$
	6	Умножение $\dot{A}$ на сопряженное комплексное число $\dot{A}^*$	$\dot{A} \dot{A}^* = Ae^{j\alpha} \cdot Ae^{-j\alpha} = A^2$ $\dot{A} \dot{A}^* = (a_1 + jb_1)(a_1 - jb_1) =$ $= a_1^2 + b_1^2$
	7	Деление $\dot{A}$ на $\dot{B}$	$\frac{\dot{A}}{\dot{B}} = \frac{Ae^{j\alpha}}{Be^{j\beta}} = \frac{A}{B} e^{j(\alpha-\beta)}$ или $\frac{\dot{A}}{\dot{B}} = \frac{a_1 + jb_1}{a_2 + jb_2} \cdot \left(\frac{a_2 - jb_2}{a_2 - jb_2} \right) =$ $= \frac{a_1a_2 + jb_1a_2 - jb_2a_1 + b_1b_2}{a_2^2 + b_2^2}$

Некоторые широко используемые формулы:

$$j1 = \sqrt{-1}; \quad j^2 = -1; \quad e^{\pm j90^\circ} = \pm j1; \quad e^{\pm j180^\circ} = -1;$$

где $I = 4,12 \text{ A}$ – действующее значение тока, соответствующее показанию амперметра; $U = 50 \text{ В}$ – действующее значение напряжения, соответствующее показанию вольтметра, $\psi_i = +14^\circ$ – начальная фаза тока, а $\psi_u = +53^\circ$ – начальная фаза напряжения.

а)

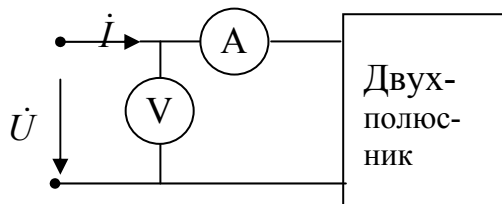
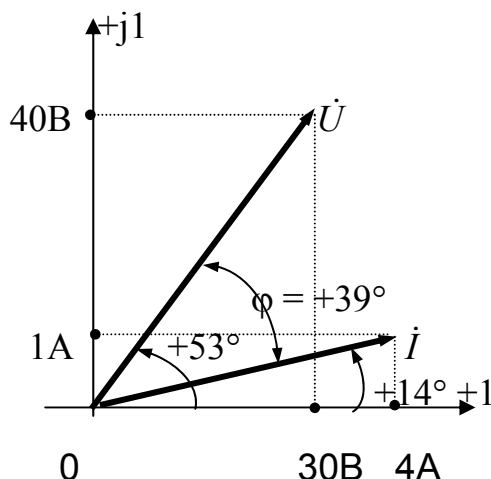


Рис. 2.2

б)



б) Угол сдвига фаз φ между напряжением и током $\varphi = \psi_u - \psi_i = 53^\circ - (+14^\circ) = +39^\circ$. Знак (+) этого угла указывает на индуктивный характер цепи (наличие в ней сопротивления R и индуктивности L).

в) Векторная диаграмма этой цепи показана на рис. 2.2,б.

В рассмотренных выше примерах векторы $\dot{U}$ и $\dot{I}$ располагались на комплексной плоскости в первом и четвертом ее квадрантах. При построении векторных диаграмм сложных цепей (трансформатор, асинхронный двигатель) комплексные токи и напряжения могут располагаться в любом из четырех ее квадрантов, как это показано для тока $\dot{I}$ на рис. 2.3. Здесь же даны формулы, определяющие его алгебраическую и показательную форму записи (номера квадрантов указаны римскими цифрами I, II, III и IV).

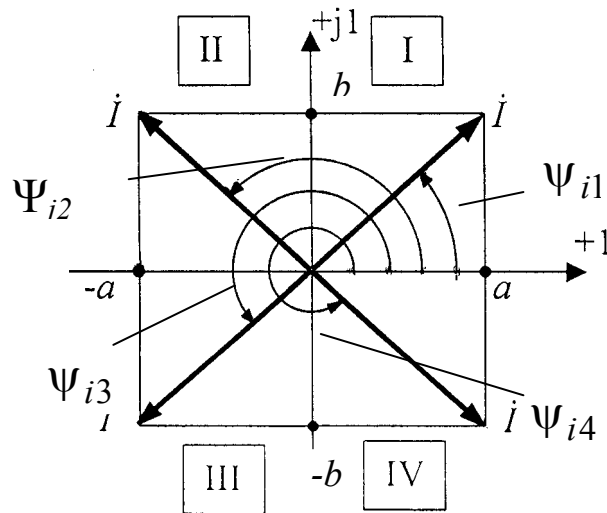


Рис 2.3

На этом рисунке $I = \sqrt{a^2 + b^2}$ одинаков для всех квадрантов.

I	$\dot{I} = a + jb = Ie^{j\psi_i} = Ie^{j\arctg(b/a)};$
II	$\dot{I} = (-a + jb) = Ie^{j\psi_i} = Ie^{j(180^\circ - \arctg b/a)} = -Ie^{-j\arctg b/a};$
III	$\dot{I} = -a - jb = Ie^{j\psi_i} = Ie^{j(180^\circ + \arctg b/a)} = -Ie^{+j\arctg b/a};$
IV	$\dot{I} = a - jb = Ie^{j\psi_i} = Ie^{j(360^\circ - \arctg b/a)} = +Ie^{-j\arctg b/a}.$

Те же соотношения справедливы и для комплексного напряжения $\dot{U}$, расположенного в различных квадрантах комплексной плоскости.

2.1.3. Комплексные сопротивление и проводимость

а) *Комплексное сопротивление $\underline{Z}$* есть отношение комплексного напряжения $\dot{U}$ к комплексному току $\dot{I}$:

$$\underline{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{Ue^{j\psi_u}}{Ie^{j\psi_i}} = \frac{U}{I} e^{j(\psi_u - \psi_i)} = ze^{j\varphi}.$$

Здесь z — полное сопротивление цепи, а φ — угол сдвига между напряжением и током.

Переходя к алгебраической форме записи $\underline{Z}$ через тригонометрическую, находим, что его вещественная часть $z \cos \varphi$ соответствует активному сопротивлению цепи R , а его мнимая часть $z \sin \varphi$ соответствует реактивному сопротивлению X . Поэтому

$$\underline{Z} = \frac{\dot{U}}{I} = ze^{j\varphi} = z \cos \varphi + jz \sin \varphi = (R + jX). \quad (2.2)$$

Таким образом, комплексное сопротивление содержит в себе полное сопротивление цепи z , активное сопротивление R , реактивное сопротивление X и угол сдвига фаз φ между напряжением и током.

б) *Комплексная проводимость $\underline{Y}$* есть величина, обратная комплексному сопротивлению $\underline{Z}$ и равная отношению комплексного тока к комплексному напряжению:

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = \frac{Ie^{j\psi_i}}{Ue^{j\psi_u}} = \frac{I}{U} e^{j(\psi_i - \psi_u)} = ye^{-j\varphi}.$$

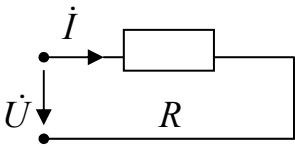
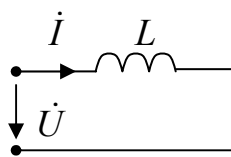
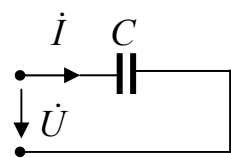
Здесь y – полная проводимость цепи, а φ – угол сдвига фаз между напряжением и током. Аналогично находим, что ее вещественная часть $y \cos \varphi$ соответствует активной проводимости цепи G , а ее мнимая часть $y \sin \varphi$ – реактивной проводимости b . Поэтому

$$\underline{Y} = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = \frac{1}{\underline{Z}} = ye^{-j\varphi} = y \cos \varphi - jy \sin \varphi = (G - jb). \quad (2.3)$$

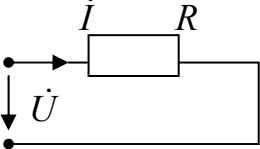
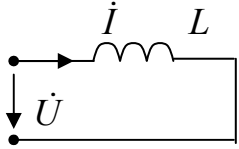
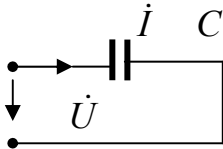
Заметим, что формулы (2.2) и (2.3) представляют собой закон Ома в комплексной форме записи для участка цепи с $\underline{Z}$ или $\underline{Y}$.

Все соотношения в комплексной форме для элементов цепи представлены в табл. 2.2 и 2.3.

**Активные, индуктивные, емкостные сопротивления и проводимости в
комплексной форме записи**

№ п/п	Схемы цепей	Физические свойства цепи	Комплексное сопротивление $\underline{Z}$ $\underline{Z} = z e^{j\varphi}$	Комплексная проводимость $\underline{Y} = 1/\underline{Z}$
1		$z = R$ $\varphi = 0$	$\underline{Z}_R = R e^{j0^\circ} = R$	$\underline{Y}_R = \frac{1}{\underline{Z}_R} =$ $= \frac{1}{R} = G$
2		$z = x_L = \omega L$ $\varphi = +90^\circ$	$\underline{Z}_L = x_L e^{+j90^\circ} =$ $= jx_L = j\omega L$	$\underline{Y}_L = \frac{1}{\underline{Z}_L} =$ $= \frac{1}{jx_L} = -j \frac{1}{\omega L}$
3		$z = x_C = \frac{1}{\omega C}$ $\varphi = -90^\circ$	$\underline{Z}_C = x_C e^{-j90^\circ} =$ $= -jx_C = -j \frac{1}{\omega C} =$ $= + \frac{1}{j\omega C}$	$\underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_C} =$ $= \frac{1}{-jx_C} = +j\omega C$

**Комплексная форма записи закона Ома для цепей с активным,
индуктивным, емкостным сопротивлениями**

№ п/п	Схемы цепей	Соотношение между u и i	Комплексная форма записи закона Ома
1		$u = i R$ $i = u G$	$\dot{U} = \underline{Z}_R \dot{I} = R \dot{I}$ $\dot{I} = \underline{Y}_R \dot{U} = G \dot{U}$
2		$u = L \frac{di}{dt}$ $i = \frac{1}{L} \int u dt$	$\dot{U} = \underline{Z}_L \dot{I} = j\omega L \dot{I}$ $\dot{I} = \underline{Y}_L \dot{U} = -j \frac{1}{\omega L} \dot{U}$
3		$u = \frac{1}{C} \int i dt$ $i = C \frac{du}{dt}$	$\dot{U} = \underline{Z}_C \dot{I} = -j \frac{1}{\omega C} \dot{I}$ $\dot{I} = \underline{Y}_C \dot{U} = +j\omega C \dot{U}$

Из табл. 2.3 вытекают следующие соответствия между мгновенными и комплексными значениями напряжений и токов:

$$u_R = iR \rightleftharpoons R\dot{I}; \quad u_L = L \frac{di}{dt} \rightleftharpoons j\omega L \dot{I}; \quad u_C = \frac{1}{C} \int i dt \rightleftharpoons -j \frac{1}{\omega C} \dot{I} = \frac{\dot{I}}{j\omega C};$$

$$i_G = Gu \rightleftharpoons G\dot{U}; \quad i_C = C du/dt \rightleftharpoons j\omega C \dot{U};$$

где ($\rightleftharpoons$) – принятый здесь знак соответствия

2.1.4. Комплексная мощность

Комплексная мощность есть произведение комплексного напряжения на сопряженный комплексный ток цепи:

$$\tilde{S} = \dot{U}^* I = U e^{j\psi_u} I e^{-j\psi_i} = U I e^{j(\psi_u - \psi_i)} = S e^{j\varphi}.$$

Это показательная форма записи комплексной мощности^{*}. Здесь S – полная мощность цепи; φ – угол сдвига фаз между напряжением и током; $I = Ie^{-j\psi_i}$ – комплексный ток, сопряженный заданному комплексному току $\dot{I} = Ie^{+j\psi_i}$. Переходя от показательной к алгебраической форме записи, находим, что ее вещественная часть $S \cos \varphi$ соответствует активной мощности цепи P , а ее мнимая часть $S \sin \varphi$ – реактивной мощности цепи Q . Поэтому

$$\tilde{S} = \dot{U}^* I = S e^{j\varphi} = S \cos \varphi + j S \sin \varphi = P + jQ. \quad (2.4)$$

Таким образом, комплексная мощность цепи содержит в себе полную мощность S , активную мощность P , реактивную мощность Q и угол сдвига фаз φ между напряжением и током. Заметим, что полная мощность S равна модулю комплексной мощности $\tilde{S}$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \text{ ВА.}$$

2.1.5. Законы Кирхгофа в комплексной форме записи

Законы Кирхгофа в комплексной форме записи и алгоритмы составления уравнений по этим законам выполняются.

Первый закон Кирхгофа: алгебраическая сумма комплексных токов в узле равна нулю:

$$\sum_{k=1}^K \dot{I}_k = 0, \quad (2.5)$$

где K – число ветвей, подходящих к данному узлу цепи

Второй закон Кирхгофа: алгебраическая сумма комплексных ЭДС контура равна алгебраической сумме комплексных напряжений на всех комплексных сопротивлениях этого контура:

$$\sum_m^Q \dot{E}_q = \sum_{n=1}^N \dot{I}_n Z_n, \quad (2.6)$$

где Q – число источников ЭДС контура; N – число комплексных сопротивлений контура.

^{*} Знак $\sim$ над комплексной мощностью носит название «тильда» и ставится вместо точки потому, что мощность не является синусоидой.

2.1.6. Аналогия с цепями постоянного тока

Сравнивая формулы закона Ома и законов Кирхгофа для цепей постоянного тока с соответствующими формулами для цепей синусоидального тока в комплексной форме записи, легко убеждаемся в том, что они формально тождественны (аналогичны) друг другу, хотя физические процессы в сравниваемых цепях различны. Таким образом, если в формулах для цепей постоянного тока заменить U, I, E, R и G на $\dot{U}, \dot{I}, \dot{E}, \underline{Z}$ и $\underline{Y}$, то получаем формулы, записанные в комплексной форме. Это позволяет все методы расчета цепей постоянного тока применять для расчета комплексных токов, на основании которых находятся действующие и мгновенные значения искомых токов.

Расчет цепей комплексным методом рекомендуется вести в следующей последовательности:

1. Изображаем заданные синусоидальные напряжения и параметры реактивных элементов комплексными числами.
2. Используя законы Ома (5) и Кирхгофа (6) в комплексной форме, составляем уравнения для определения комплексных токов (напряжений).
3. Определяем комплексные токи в ветвях в результате решения алгебраических уравнений п. 2. Основные алгебраические действия с комплексными числами, которые используются на этом этапе, приведены в приложении.
4. С учетом соответствия преобразуем найденные комплексные токи в ветвях в соответствующие мгновенные значения.

Пример 2.2. Определить мгновенные и действующие значения токов во всех ветвях цепи (рис. 2.4.), у которой $C = 200$ мкФ, $L = 10$ мГн, $R_1 = R_2 = 10$ Ом, $u = 12\sin(314t + \pi/6)$. *Решение.* 1. Вычислим индуктивное и емкостное сопротивления, включенные в параллельно соединенные ветви

$$X_L = \omega L = 314 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 3,14 \text{ Ом}; \quad X_C = 1/\omega C = 10^6 / (314 \cdot 200) = 15,92 \text{ Ом}.$$

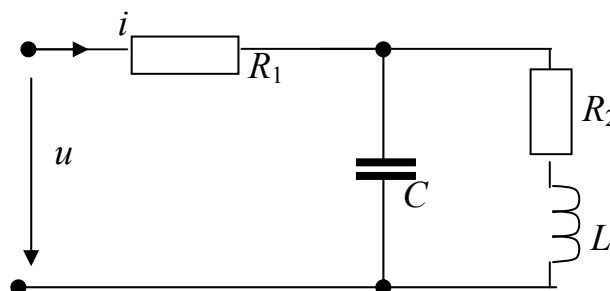


Рис. 2.4

2. Изобразим синусоидальное входное напряжение и параметры реактивных элементов L и C комплексными числами:

$$\dot{U}_m = U_m e^{j\frac{\pi}{6}} = 12e^{j\frac{\pi}{6}}; \quad jX_L = j\omega L = j314 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = j3,14 \text{ Ом};$$

$$-jX_C = -j/\omega C = \frac{-j}{314 \cdot 200 \cdot 10^{-6}} = -j15,92 \text{ Ом}.$$

Если начальная фаза ψ_u входного напряжения в условии задачи не задана, то ее рекомендуется взять равной нулю ($\psi_u = 0$).

3. Используя закон Ома в комплексной форме, составим уравнение для определения комплексной амплитуды тока на входе цепи:

$$\dot{I}_m = \dot{U}_m / \underline{Z},$$

где $\underline{Z}$ – комплексное сопротивление цепи, определяется по аналогичным правилам расчета полного сопротивления резистивной цепи постоянного тока:

$$\underline{Z} = R_1 + \frac{-jX_C(R_2 + jX_L)}{R_2 + jX_L - jX_C} = R_1 + \frac{X_C X_L - jX_C R_2}{R_2 + j(X_L - X_C)} = 10 + \frac{50 - j159}{10 - j12,76} = 19,6 - j3,6.$$

4. Определим амплитуду и действующее значение комплексного тока на входе цепи:

$$\dot{I}_m = \frac{12e^{j\frac{\pi}{6}}}{19,6 - j3,6} = \frac{12e^{j\frac{\pi}{6}}}{20e^{-j\frac{\pi}{18}}} = 0,6e^{j\frac{\pi}{4,5}} = 0,6(\cos 40^\circ + j\sin 40^\circ) = \sqrt{2}(0,33 + j0,28);$$

$$\dot{I} = 0,33 + j0,28 = 0,43e^{j\pi/4}$$

5. Преобразуем амплитуду комплексного тока на входе цепи в мгновенное значение синусоидального тока:

$$i = I_m \sin(314t + \psi_i) = 0,6 \sin(314t + \pi/4,5) \text{ А}.$$

Дальнейший расчет цепи комплексным методом ведем по правилам расчета цепей постоянного тока.

6. Комплексное действующее значение напряжения на резисторе R_1

$$\dot{U}_{R1} = \dot{I} \cdot R_1 = (0,33 + j0,28) \cdot 10 = 3,3 + j2,8 \text{ В}.$$

7. Комплексное действующее значение напряжения на участке разветвления цепи

$$\dot{U}_{23} = \dot{I} Z_{23} = (0,33 + j0,28)(9,6 - j3,6) = 4,18 + j1,5 \text{ В.}$$

8. Комплексное действующее значение токов в ветвях, соединенных параллельно:

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{Z_2} = \frac{(4,18 + j1,5)}{-j15,92} = -0,094 + j0,264 \text{ А;}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}}{Z_3} = \frac{(4,18 + j1,5)}{10 + j3,14} = 0,42 + j0,018 \text{ А.}$$

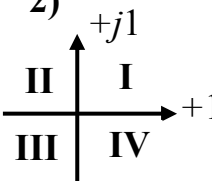
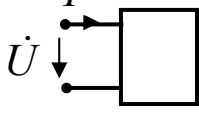
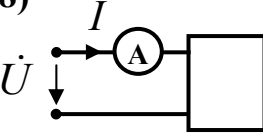
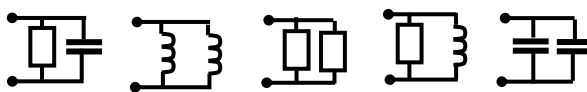
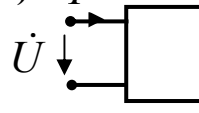
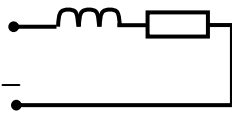
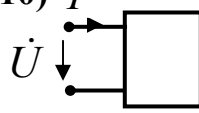
9. Действующие и мгновенные значения токов в ветвях, соединенных параллельно:

$$I_2 = \sqrt{0,094^2 + 0,264^2} = 0,28 \text{ А; } i_2 = \sqrt{2} \cdot 0,28 \sin(314t + \arctg \frac{0,264}{-0,094}) = \\ = 0,395 \sin(314t - 0,531\pi) \text{ А;}$$

$$I_3 = \sqrt{0,42^2 + 0,018^2} = 0,42 \text{ А; } i_3 = \sqrt{2} \cdot 0,42 \sin(314t + \arctg \frac{0,42}{0,018}) = \\ = 0,594 \sin(314t + 0,486\pi) \text{ А.}$$

10. Если рассчитанные комплексные токи и напряжения переместить на комплексную плоскость, то получим векторную диаграмму.

Вопросы для самопроверки по тема 2.1.

1) Дано: $\dot{I} = 5e^{j53^\circ}$ А. Какова алгебраическая форма записи тока? 1. $5 \cos 53^\circ - j5 \sin 53^\circ$ 2. $5 + j53$ 3. $5 \sin 53^\circ + j5 \cos 53^\circ$ 4. $5 \cos 53^\circ + j5 \sin 53^\circ$ 5. $5 \sin 53^\circ - j5 \cos 53^\circ$	6) Дано: $\dot{I} = (-80 - j60)$ А. Какова показательная форма записи тока? 1. $\sqrt{80^2 + 60^2} e^{j[180^\circ + \arctg(3/4)]}$ 2. $\sqrt{80^2 + 60^2} e^{j[180^\circ - \arctg(3/4)]}$ 3. $\sqrt{80^2 + 60^2} e^{j \arctg(3/4)}$ 4. $\sqrt{80^2 + 60^2} e^{-j \arctg(3/4)}$														
2) Дано: $\dot{U} = (30 + j40)$ В. В каком квадранте комплексной плоскости находится вектор напряжения?  <table style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td>II</td><td>I</td><td>IV</td><td>III</td></tr><tr><td>1.</td><td>2.</td><td>3.</td><td>4.</td></tr></table>	II	I	IV	III	1.	2.	3.	4.	7) Дано: $\dot{U} = 60e^{j80^\circ}$ В; $\dot{I} = 2e^{j120^\circ}$ А. Определите активное сопротивление цепи в омах.  <table style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td>1. $30 \cos 60^\circ$</td><td>3. $30 \sin 80^\circ$</td><td>5. $30 \cos 80^\circ$</td></tr><tr><td>2. $30 \sin 60^\circ$</td><td>4. $30 \sin 20^\circ$</td><td></td></tr></table>	1. $30 \cos 60^\circ$	3. $30 \sin 80^\circ$	5. $30 \cos 80^\circ$	2. $30 \sin 60^\circ$	4. $30 \sin 20^\circ$	
II	I	IV	III												
1.	2.	3.	4.												
1. $30 \cos 60^\circ$	3. $30 \sin 80^\circ$	5. $30 \cos 80^\circ$													
2. $30 \sin 60^\circ$	4. $30 \sin 20^\circ$														
3) Дан комплексный ток $\dot{I} = 10e^{j30^\circ}$ А. Найдите соответствующую ему синусоиду тока. 1. $10 \sin(\omega t + 30^\circ)$ 2. $10 \sin(\omega t - 30^\circ)$ 3. $14,1 \sin 30^\circ$ 4. $14,1 \sin(\omega t - 30^\circ)$ 5. $14,1 \sin(\omega t + 30^\circ)$	8) Дано: $\dot{U} = 120e^{j65^\circ}$ В; $\underline{Z} = 2e^{j15^\circ}$ Ом. Определите показания амперметра, ампер  <table style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td>20</td><td>40</td><td>60</td><td>80</td><td>120</td></tr><tr><td>1.</td><td>2.</td><td>3.</td><td>4.</td><td>5.</td></tr></table>	20	40	60	80	120	1.	2.	3.	4.	5.				
20	40	60	80	120											
1.	2.	3.	4.	5.											
4) Дана комплексная проводимость цепи $\underline{Y} = (0,7 - j0,8)$ См. Укажите какая это цепь?  <table style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td>1.</td><td>2.</td><td>3.</td><td>4.</td><td>5.</td></tr></table>	1.	2.	3.	4.	5.	9) Дано: $\dot{U} = 100e^{j70^\circ}$ В; $\dot{I} = 10e^{j40^\circ}$ А Определите реактивную проводимость цепи, сименс.  <table style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td>1. $0,1 \cos 40^\circ$</td><td>3. $0,1 \cos 70^\circ$</td><td>5. $0,1$</td></tr><tr><td>2. $0,1 \sin 30^\circ$</td><td>4. $0,1 \sin 70^\circ$</td><td></td></tr></table>	1. $0,1 \cos 40^\circ$	3. $0,1 \cos 70^\circ$	5. $0,1$	2. $0,1 \sin 30^\circ$	4. $0,1 \sin 70^\circ$				
1.	2.	3.	4.	5.											
1. $0,1 \cos 40^\circ$	3. $0,1 \cos 70^\circ$	5. $0,1$													
2. $0,1 \sin 30^\circ$	4. $0,1 \sin 70^\circ$														
5) Дано: $R = 3$ Ом; $X = 4$ Ом. Укажите комплексное сопротивление цепи $\underline{Z}$ Ом.  <table style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td>1. $4 + j3$</td><td>3. $3 + j4$</td></tr><tr><td>2. $4 - j3$</td><td>4. $3 - j4$</td><td>5. $j7$</td></tr></table>	1. $4 + j3$	3. $3 + j4$	2. $4 - j3$	4. $3 - j4$	5. $j7$	10) Дано: $\dot{U} = 180e^{-j120^\circ}$ В; $\dot{I} = 3e^{-j50^\circ}$ А. Определите реактивную мощность цепи, вольтампер.  <table style="width: 100%; text-align: center;"><tr><td>1. $540 \sin 120^\circ$</td><td>3. $540 \sin 50^\circ$</td></tr><tr><td>2. $540 \cos 120^\circ$</td><td>4. $540 \cos 70^\circ$</td><td>5. $540 \sin 70^\circ$</td></tr></table>	1. $540 \sin 120^\circ$	3. $540 \sin 50^\circ$	2. $540 \cos 120^\circ$	4. $540 \cos 70^\circ$	5. $540 \sin 70^\circ$				
1. $4 + j3$	3. $3 + j4$														
2. $4 - j3$	4. $3 - j4$	5. $j7$													
1. $540 \sin 120^\circ$	3. $540 \sin 50^\circ$														
2. $540 \cos 120^\circ$	4. $540 \cos 70^\circ$	5. $540 \sin 70^\circ$													

2.2. Методы расчета сложных цепей синусоидального тока

В теме 2.2 рассматриваются вопросы, входящие в третий раздел рабочей программы. Для изучения данной темы следует использовать материал темы 2.2.

Эти вопросы также разобраны в [1], [2], [3].

Обратите особое внимание на ключевые моменты этой темы, которыми являются:

- метод контурных токов;
- метод узловых напряжений (узловых потенциалов);
- метод эквивалентного источника;
- метод наложения;
- баланс мощностей цепи синусоидального тока,
- комплексная мощность.

2.2.1. Введение

Сложной называют электрическую цепь, имеющую разветвленную структуру и содержащую несколько источников энергии.

В основу расчета (определения токов) будет положено изображение исходных данных цепи комплексными числами. Напомним, что законы Ома и Кирхгофа в комплексной форме выполняются. Поэтому все рассмотренные ниже методы можно использовать для расчета цепей постоянного тока.

Метод расчета, основанный на непосредственном применении 1-го и 2-го законов Кирхгофа, рассматривался во второй лекции для цепей постоянного тока, и поэтому он здесь не представлен.

2.2.2. Метод контурных токов

В основе метода лежит представление о независимых контурах, по которым протекают независимые друг от друга контурные токи.

Независимым называется контур, который содержит хотя бы одну новую ветвь, не входящую в другие контуры.

На рис. 2.5 показана схема сложной цепи, в которой можно насчитать семь контуров. В ней можно выбрать только три независимых контура. Например, контуры I, II, III независимые, поскольку каждый из них содержит

новые ветви, не входящие в другие контуры. Остальные контуры окажутся зависимыми

В каждом из трех независимых контуров цепи протекает свой контурный ток. На рис.2.5 показаны произвольно (по часовой стрелке) принятые направления действия контурных токов $\dot{I}_I$, $\dot{I}_{II}$ и $\dot{I}_{III}$ в независимых контурах цепи.

Контурные токи – промежуточные неизвестные данного метода расчета. Относительно них составляется система уравнений (используется второй закон Кирхгофа). Легко заметить, что контурных токов меньше, чем токов в ветвях цепи. Это позволяет понизить порядок системы уравнений по сравнению с решением задачи по 1-му и 2-му законам Кирхгофа.

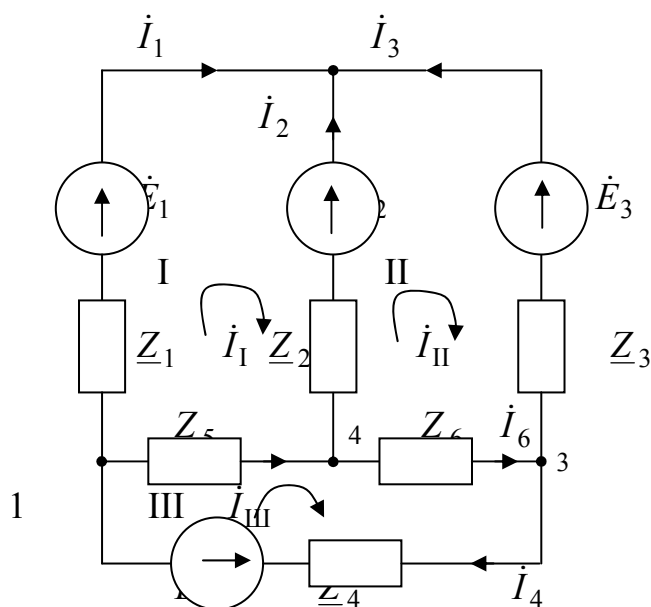


Рис. 2.5

Методику составления уравнений для контурных токов рассмотрим на примере контура I. Составим для него уравнения по второму закону Кирхгофа:

$$\dot{I}_I (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_5) - \dot{I}_{II} \underline{Z}_2 - \dot{I}_{III} \underline{Z}_5 = \dot{E}_1 - \dot{E}_2. \quad (2.7)$$

В левой части этого уравнения представлены все напряжения первого контура. Здесь $\dot{I}_I (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_5)$ – напряжение, создаваемое первым контурным током во всех сопротивлениях первого контура; $\dot{I}_{II} \underline{Z}_2$ – напряжение, создаваемое в сопротивлении $\underline{Z}_2$ первого контура током $\dot{I}_{II}$ второго контура, действующим противоположно току $\dot{I}_I$ и поэтому взятое со знаком (-); $\dot{I}_{III} \underline{Z}_5$ – напряжение, создаваемое в сопротивлении $\underline{Z}_5$ первого контура током $\dot{I}_{III}$ третьего контура,

действующим противоположно току $\dot{I}_I$ и поэтому также взятое в уравнении со знаком $(-)$.

Правая часть уравнения (2.7) состоит из алгебраической суммы ЭДС первого контура. Здесь $\dot{E}_1$ направлена согласно (в одну сторону) с направлением тока $\dot{I}_I$ и, следовательно, входит в уравнение со знаком $(+)$, а $\dot{E}_2$ направлена встречно контурному току $\dot{I}_I$ и имеет знак $(-)$.

Уравнение (2.7) можно записать так:

$$\underline{Z}_{11} \dot{I}_I + \underline{Z}_{12} \dot{I}_{II} + \underline{Z}_{13} \dot{I}_{III} = \dot{E}_{11},$$

где $\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_5$; $\underline{Z}_{12} = -\underline{Z}_2$; $\underline{Z}_{13} = -\underline{Z}_5$; $\dot{E}_{11} = \dot{E}_1 - \dot{E}_2$.

Аналогично можем записать уравнения для остальных контуров, которые образуют систему:

$$(2.8) \quad \left\{ \begin{array}{l} \underline{Z}_{11} \dot{I}_I + \underline{Z}_{12} \dot{I}_{II} + \underline{Z}_{13} \dot{I}_{III} = \dot{E}_{11} \\ \underline{Z}_{21} \dot{I}_I + \underline{Z}_{22} \dot{I}_{II} + \underline{Z}_{23} \dot{I}_{III} = \dot{E}_{22} \end{array} \right.$$

$$\underline{Z}_{31} \dot{I}_I + \underline{Z}_{32} \dot{I}_{II} + \underline{Z}_{33} \dot{I}_{III} = \dot{E}_{33}.$$

Сумму сопротивлений каждого контура будем называть *собственным сопротивлением контура* и обозначать для сокращения записи одним сопротивлением с двойным индексом вида $\underline{Z}_{KK}$. Для нашего примера имеем следующие собственные сопротивления контуров: $\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_5$; $\underline{Z}_{22} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_6$; $\underline{Z}_{33} = \underline{Z}_5 + \underline{Z}_6 + \underline{Z}_4$. Все собственные сопротивления входят в уравнения (2.8) со знаком $(+)$.

Сумму сопротивления общих для любых двух смежных независимых контуров будем называть *взаимным сопротивлением* контуров и обозначать его двойной индексацией вида $\underline{Z}_{KM}$. Взаимные сопротивления входят в уравнение для каждого независимого контура со знаком $(+)$, если контурные токи смежных контуров направлены в них в одну сторону (согласно) и со знаком $(-)$, — если в разные стороны (встречно). В нашем примере взаимное сопротивление первого и второго контуров $\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{21} = -\underline{Z}_2$; взаимное сопротивление первого и третьего контуров $\underline{Z}_{13} = \underline{Z}_{31} = -\underline{Z}_5$; взаимное сопротивление второго и третьего контуров $\underline{Z}_{23} = \underline{Z}_{32} = -\underline{Z}_6$. Все они взяты со

знаком (–) потому, что контурные токи в каждом из смежных контуров направлены встречно друг другу.

Алгебраическую сумму ЭДС каждого независимого контура будем обозначать одной буквой с двойным индексом вида $\dot{E}_{KK}$. Решая полученную систему уравнений, находим контурные токи $\dot{I}_I$, $\dot{I}_{II}$ и $\dot{I}_{III}$. Однако на этом решение задачи не завершается, поскольку надо найти еще токи во всех ветвях цепи.

Во внешних ветвях (в нашем примере это ветви с сопротивлением $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_3$ и $\underline{Z}_4$) их токи равны контурным (с учетом знака).

Во внутренних (смежных) ветвях ($\underline{Z}_2$, $\underline{Z}_5$ и $\underline{Z}_6$) токи ветвей равны алгебраической сумме контурных токов смежных контуров. В нашем примере (рис. 2.7,а): токи внешних ветвей $\dot{I}_1 = \dot{I}_I$, $\dot{I}_3 = -\dot{I}_{II}$, $\dot{I}_4 = \dot{I}_{III}$; токи внутренних ветвей $\dot{I}_2 = \dot{I}_{II} - \dot{I}_I$, $\dot{I}_5 = \dot{I}_{III} - \dot{I}_I$, $\dot{I}_6 = \dot{I}_{III} - \dot{I}_{II}$.

Пример 2.3. Два источника энергии (рис. 2.6) работают параллельно на одну нагрузку. Параметры источников и нагрузки известны: $\dot{E}_1 = 120$ В; $\dot{E}_2 = 115$ В; $\underline{Z}_{01} = \underline{Z}_{02} = (1+j2)$ Ом; $\underline{Z}_H = 10$ Ом. Требуется определить комплексные токи всех ветвей цепи, используя метод контурных токов.

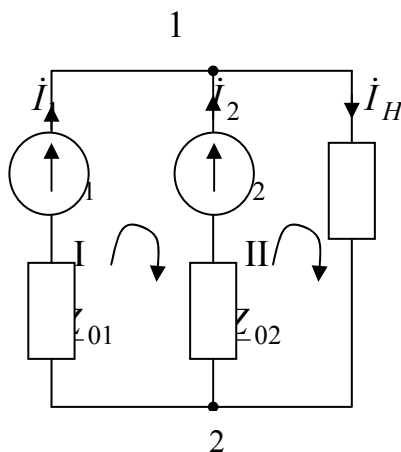


Рис. 2.6

1. Выбираем (произвольно) направления токов во всех ветвях цепи ($\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$, $\dot{I}_H$), как это показано на рис. 2.7.

2. Выбираем в качестве независимых контуры I и II и направления контурных токов $\dot{I}_I$ и $\dot{I}_{II}$ в них, как это показано на рис. 2.7.

3. Составляем систему уравнений по образцу системы (2.7)

$$\begin{cases} \dot{I}_I \underline{Z}_{11} + \dot{I}_{II} \underline{Z}_{12} = \dot{E}_{11}; \\ \dot{I}_I \underline{Z}_{21} + \dot{I}_{II} \underline{Z}_{22} = \dot{E}_{22}. \end{cases} \quad (2.9)$$

Здесь $\dot{E}_{11} = \dot{E}_1 - \dot{E}_2 = 120 - 115 = 5 \text{ В}$; $\dot{E}_{22} = \dot{E}_2 = 115 \text{ В}$;
 $\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_{01} + \underline{Z}_{02} = (1+j2) + (1+j2) = (2+j4) \text{ Ом}$; $\underline{Z}_{22} = \underline{Z}_{02} + \underline{Z}_H = (1+j2) + 10 = (11+j2) \text{ Ом}$;
 $\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{21} = -\underline{Z}_{02} = -(1+j2) \text{ Ом}$.

4. Рассчитываем контурные токи $\dot{I}_I$ и $\dot{I}_{II}$, воспользовавшись теорией определителей.

Главный определитель системы

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{vmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} (2+j4) & -(1+j2) \\ -(1+j2) & (11+j2) \end{vmatrix} = \\ &= (2+j4)(11+j2) - (1+j2)(1+j2) = 17 + j44 = 47,2e^{j68,8^\circ}. \end{aligned}$$

Первый дополнительный определитель получаем из главного заменой первого столбца свободными членами уравнений

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \begin{vmatrix} \dot{E}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \dot{E}_{22} & \underline{Z}_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & -(1+j2) \\ 115 & (11+j2) \end{vmatrix} = \\ &= 5(11+j2) + 115(1+j2) = 170 + j240 = 294e^{j54,7^\circ}. \end{aligned}$$

Второй дополнительный определитель получаем из главного заменой второго столбца свободными членами уравнений.

$$\begin{aligned} \Delta_2 &= \begin{vmatrix} \underline{Z}_{11} & \dot{E}_{11} \\ \underline{Z}_{21} & \dot{E}_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2+j4 & 5 \\ -(1+j2) & 115 \end{vmatrix} = \\ &= 115(2+j4) + 5(1+j2) = 235 + j470 = 525,5e^{j63,4^\circ}. \end{aligned}$$

Теперь определяем контурные токи цепи

$$\begin{aligned} \dot{I}_I &= \Delta_1 / \Delta = 294e^{j54,7^\circ} / 47,2e^{j68,8^\circ} = 6,23e^{-j14,1^\circ} = 6,04 - j1,52 \text{ А}; \\ \dot{I}_{II} &= \Delta_2 / \Delta = 525,5e^{j63,4^\circ} / 47,2e^{j68,8^\circ} = 11,1e^{-j5,4^\circ} = 11,06 - j1,04 \text{ А}. \end{aligned}$$

5. Находим токи во всех ветвях цепи. Ток $\dot{I}_I$ в левой ветви цепи равен контурному току, так как совпадает с ним по направлению: $\dot{I}_1 = \dot{I}_I = (6,04 - j1,25)$

А. Ток $\dot{I}_H$ в правой ветви цепи равен контурному току $\dot{I}_{II}$, поскольку совпадает с ним по направлению: $\dot{I}_H = \dot{I}_{II} = (11,06 - j1,04)$ А. Ток в средней ветви $\dot{I}_2$ равен алгебраической сумме контурных токов: $\dot{I}_2 = \dot{I}_{II} - \dot{I}_I = (11,06 - j1,04) - (6,04 - j1,52) = (5,02 + j0,48)$. Здесь ток $\dot{I}_{II}$ взят со знаком (+), так как он совпадает по направлению с током ветви $\dot{I}_2$, а контурный ток $\dot{I}_I$ взят со знаком (–), так как его направление противоположно $\dot{I}_2$.

2.2.3. Метод узловых напряжений (узловых потенциалов)

Метод основан на положении о том, что токи во всех ветвях сложной цепи можно рассчитать, если известны напряжения на всех ее ветвях.

На рис. 2.7,а представлена схема некоторой сложной цепи, имеющей шесть ветвей. Рассмотрим одну из ветвей этой цепи, расположенную между любыми двумя узлами "k" и "m" (рис. 2.7,б). Применив второй закон Кирхгофа, и учитывая, что $\underline{Y}_{km} = 1/\underline{Z}_{km}$, получаем $\dot{I}_{km}\underline{Z}_{km} - \dot{U}_{km} = \dot{E}_{km}$ или

$$\dot{I}_{km} = (\dot{E}_{km} + \dot{U}_{km}) / \underline{Z}_{km} = \underline{Y}_{km} (\dot{E}_{km} + \dot{U}_{km}) . \quad (2.10)$$

В этой формуле ток, напряжение и ЭДС обозначены двойными индексами. При этом все они направлены (для удобства записи) от узла "k" к узлу "m". Если реальные токи, напряжения и ЭДС окажутся направлены в противоположную сторону, то они войдут в уравнение (2.10) с обратным знаком (со знаком "–"). Здесь $\dot{E}_{km}$ и $\underline{Z}_{km}$ – известные из условия задачи величины. Если, кроме того, найти напряжение $\dot{U}_{km}$, то ток $\dot{I}_{km}$ в этой ветви также будет найден.

В нашей схеме шесть ветвей и, следовательно, шесть неизвестных напряжений. Для их нахождения необходимо предварительно найти только те из них, которые действуют между каждым из узлов цепи и опорным узлом "О" (выбираются произвольно). Они называются *узловыми напряжениями*.

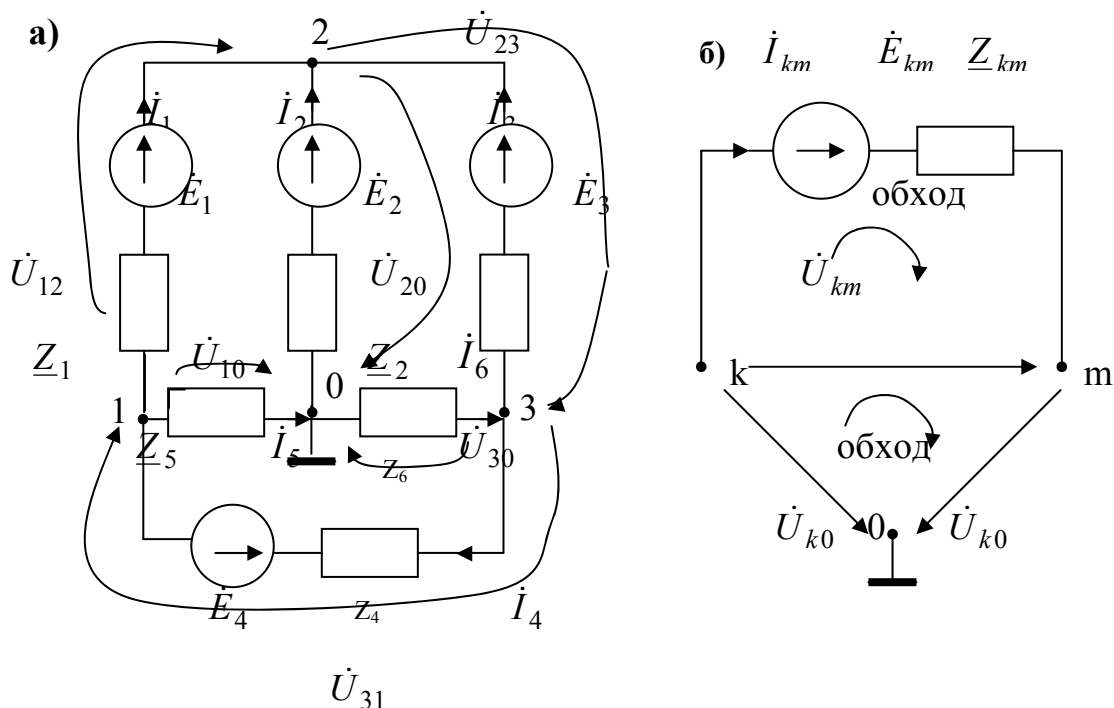


Рис. 2.7

Для схемы рис. 2.7,а узловыми являются напряжения $\dot{U}_{10}$, $\dot{U}_{20}$ и $\dot{U}_{30}$. Все они направлены к опорному узлу "О". Если узловые напряжения известны, то напряжения между всеми остальными узлами легко находятся в соответствии со вторым законом Кирхгофа (рис. 2.7,б) по формуле

$$\dot{U}_{km} = \dot{U}_{k0} - \dot{U}_{m0}. \quad (2.10 \text{ а})$$

В нашем примере $\dot{U}_{12} = \dot{U}_{10} - \dot{U}_{20}$; $\dot{U}_{31} = \dot{U}_{30} - \dot{U}_{10}$; $\dot{U}_{23} = \dot{U}_{20} - \dot{U}_{30}$.

Заметим, что если опорный узел "0" заземлить, т.е. принять его электрический потенциал равным 0, то тогда узловые напряжения $\dot{U}_{10}$, $\dot{U}_{20}$ и $\dot{U}_{30}$ будут являться также электрическими потенциалами узлов 1, 2 и 3.

Узловые напряжения являются промежуточными неизвестными данного метода расчета. Относительно них составляется система уравнений. При этом используется первый закон Кирхгофа. Очевидно, что узловых напряжений меньше, чем токов ветвей. Поэтому данный метод позволяет существенно понизить порядок системы уравнений по сравнению с непосредственным применением 1-го и 2-го законов Кирхгофа. Рассмотрим составление системы уравнений по методу узловых напряжений.

Согласно 1-му закону Кирхгофа алгебраическая сумма комплексных токов, подходящих к любому узлу цепи, равна нулю. Каждый из этих токов определяется формулой (2.10). Тогда для каждого узла цепи имеем

$$\Sigma I_{km} = \Sigma \dot{E}_{km} \underline{Y}_{km} + \Sigma \underline{Y}_{km} \dot{U}_{km} = 0, \quad \text{или} \quad \Sigma \underline{Y}_{km} (\dot{U}_{k0} - \dot{U}_{m0}) = -\Sigma \dot{E}_{km} \underline{Y}_{km}.$$

Здесь $\Sigma \dot{E}_{km} \underline{Y}_{km}$ – сумма произведений ЭДС на проводимость всех ветвей, подходящих к рассматриваемому узлу цепи. Эти величины известны из условий задачи; $\Sigma \underline{Y}_{km} (\dot{U}_{k0} - \dot{U}_{m0})$ – сумма произведений проводимости ветвей на напряжения ветвей, где $\underline{Y}_{km}$ – известные из условий задачи величины, а $\dot{U}_{k0}$ и $\dot{U}_{m0}$ – неизвестные узловые напряжения.

Опуская ряд несложных промежуточных преобразований, получаем в результате систему уравнений относительно неизвестных узловых напряжений цепи в следующем виде:

$$\begin{cases} \dot{U}_{10} \underline{Y}_{11} + \dot{U}_{20} \underline{Y}_{12} + \dot{U}_{30} \underline{Y}_{13} = \dot{J}_{11} \\ \dot{U}_{10} \underline{Y}_{21} + \dot{U}_{20} \underline{Y}_{22} + \dot{U}_{30} \underline{Y}_{23} = \dot{J}_{22} \\ \dot{U}_{10} \underline{Y}_{31} + \dot{U}_{20} \underline{Y}_{32} + \dot{U}_{30} \underline{Y}_{33} = \dot{J}_{33}, \end{cases} \quad (2.11)$$

где $\dot{U}_{10}, \dot{U}_{20}, \dot{U}_{30}$ – неизвестные узловые напряжения; $\underline{Y}_{11}, \underline{Y}_{22}, \underline{Y}_{33}$ – собственные проводимости узлов, т. е. сумма проводимости всех ветвей, подходящих к данному узлу цепи (в уравнения (2.11) они всегда входят со знаком +); $\underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{21}$; $\underline{Y}_{13} = \underline{Y}_{31}$; $\underline{Y}_{23} = \underline{Y}_{32}$ – взаимные проводимости узлов, т. е. сумма проводимости всех ветвей цепи, находящихся между узлами 1–2, 1–3 и 2–3; их численные значения всегда входят в уравнения (2.11) со знаком (–); $\dot{J}_{11}, \dot{J}_{22}, \dot{J}_{33}$ – известные из условий задачи величины, представляющие собой сумму произведений ЭДС на проводимость ($\Sigma \dot{E} \underline{Y}$) всех ветвей, подходящих к данному узлу. Если при этом $\dot{E}$ направлена к узлу, то произведение $\dot{E} \underline{Y}$ этой ветви берется со знаком (+), а если $\dot{E}$ направлена от узла, – со знаком (–). Заметим, что произведение $\dot{E} \underline{Y}$ каждой ветви можно рассматривать как ток эквивалентного источника тока этой ветви.

Решая полученную систему уравнений, находим узловые напряжения $\dot{U}_{10}, \dot{U}_{20}, \dot{U}_{30}$, затем напряжения на всех ветвях цепи в соответствии с формулой (2.10 а) и, наконец, токи во всех ее ветвях, используя формулу (2.10).

Если разветвленная цепь имеет только два узла (например, трехфазная цепь, соединенная звездой), то система (2.11) превращается в одно уравнение следующего вида:

$$\dot{U}_{10}\underline{Y}_{11} = \dot{J}_{11}. \quad (2.11 \text{ а})$$

2.2.4. Метод эквивалентного источника

Метод эквивалентного источника применяется для расчета тока в какой-либо одной выделенной ветви сложной цепи. В его основе лежит *теорема об эквивалентном источнике*, суть которой состоит в следующем: любая сколь угодно сложная электрическая цепь относительно выделенной ветви может быть представлена одним эквивалентным источником ЭДС или одним эквивалентным источником тока.

Рассмотрим здесь метод расчета, основанный на эквивалентном преобразовании сложной цепи в эквивалентный источник ЭДС. На рис. 2.8,а представлена сложная цепь со многими источниками и многими сопротивлениями в виде активного двухполюсника. Требуется определить ток $\dot{I}$ в выделенном из этой цепи сопротивлении $\underline{Z}$.

Представим двухполюсник в виде эквивалентного источника ЭДС с параметрами $\dot{E}_Г$ и $\underline{Z}_Г$ (рис. 2.8,б) и получим, что в соответствии со вторым законом Кирхгофа искомый ток цепи

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}_Г}{\underline{Z}_Г + \underline{Z}} \quad (2.12)$$

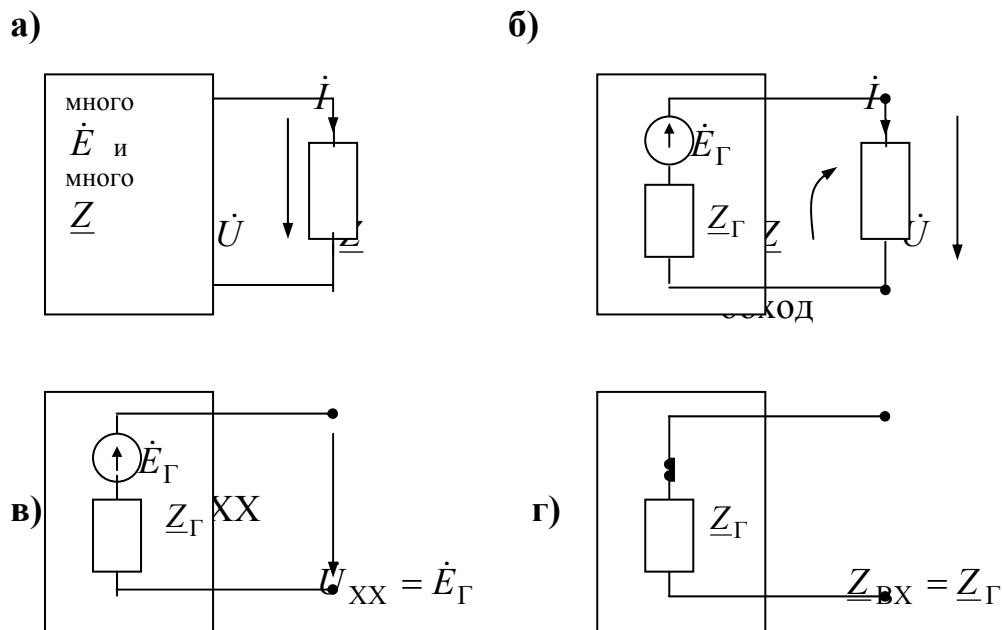


Рис. 2.8

Неизвестные величины $\dot{E}_Г$ и $\underline{Z}_Г$ можно найти из опыта холостого хода (XX) и короткого замыкания (КЗ). При проведении опыта XX (рис. 2.8,в) ветвь с сопротивлением $\underline{Z}$ размыкается и на ее зажимах возникает напряжение $\dot{U}_{XX}$, равное ЭДС эквивалентного генератора: $\dot{U}_{XX} = \dot{E}_Г$. При проведении опыта КЗ (рис. 2.8,г) отключаются все ЭДС цепи и заменяются перемычками без сопротивления. Тогда входное сопротивление цепи становится равным сопротивлению эквивалентного генератора: $\underline{Z}_{ВХ} = \underline{Z}_Г$.

2.2.5. Метод наложения

Этот метод расчета основан на фундаментальном физическом принципе суперпозиции. Применительно к электрическим цепям он формулируется следующим образом: *ток в любой ветви электрической цепи есть алгебраическая сумма токов в этой ветви от действия каждого из источников энергии этой цепи по отдельности.*

Применяя принцип наложения для расчета цепи, следует по очереди оставлять в ней только один источник энергии и для каждой такой схемы рассчитывать токи во всех ее ветвях. Реальные токи ветвей являются результатом наложения этих частных токов от действия каждого источника энергии по отдельности. При формировании схемы с одним каким-либо конкретным источником энергии все ЭДС остальных источников заменяют короткозамкнутыми перемычками, а у источников тока размыкают ветви с

током, оставляя в цепи ветви с их внутренними проводимостями источников тока. Заметим, что метод наложения применим только к линейным электрическим цепям, у которых сопротивления ветвей не зависят от величины токов и напряжений и при всех преобразованиях цепей остаются постоянными величинами.

Пример 2.4. Для схемы, представленной на рис. 2.9 и при тех же исходных данных, что в примере 2.3, определить токи всех ветвей цепи, используя метод наложения. Исходные данные: $\dot{E}_1=120$ В; $\underline{Z}_{01}=(1+j2)$ Ом; $\dot{E}_2=115$ В; $\underline{Z}_{02}=(1+j2)$ Ом; $\underline{Z}_H=10$ Ом.

Решение. По очереди рассчитываем токи во всех ветвях цепи от каждого источника энергии по отдельности.

1. Оставляем в схеме только один источник ЭДС $\dot{E}_1$ и рассчитываем токи во всех ветвях от действия только этого источника (рис. 2.9,а). Сопротивление всей цепи для источника $\dot{E}_1$:

$$\underline{Z}_{\Sigma}' = \underline{Z}_{01} + [(\underline{Z}_{02} \cdot \underline{Z}_H) / (\underline{Z}_{02} + \underline{Z}_H)] = 1 + j2 + [(1 + j2)(10)] / (1 + j2 + 10) = (2,2 + j3,6) \text{ Ом};$$

$$\text{ток } I_1' = \dot{E}_1 / \underline{Z}_{\Sigma}' = 120 / (2,2 + j3,6) = (264 - j432) / 17,8 = (14,83 - j24,26) \text{ А};$$

$$\text{напряжение } \dot{U}_{12}' = \dot{E}_1 - \dot{U}_1' = \dot{E}_1 - I_1' \underline{Z}_{01} = 120 - (63,3 + j54) = (56,6 - j5,4) \text{ В};$$

$$\text{ток } I_2' = \dot{U}_{12}' / \underline{Z}_{02} = (56,6 - j5,4) / (1 + j2) = (9,17 - j23,74) \text{ А};$$

$$\text{ток } I_H' = \dot{U}_{12}' / \underline{Z}_H = (56,6 - j5,4) / 10 = (5,7 - j0,54) \text{ А}.$$

2. Оставляем в схеме только один источник $\dot{E}_2$ и рассчитываем токи во всех ее ветвях от действия только этого источника (рис. 2.9,б).

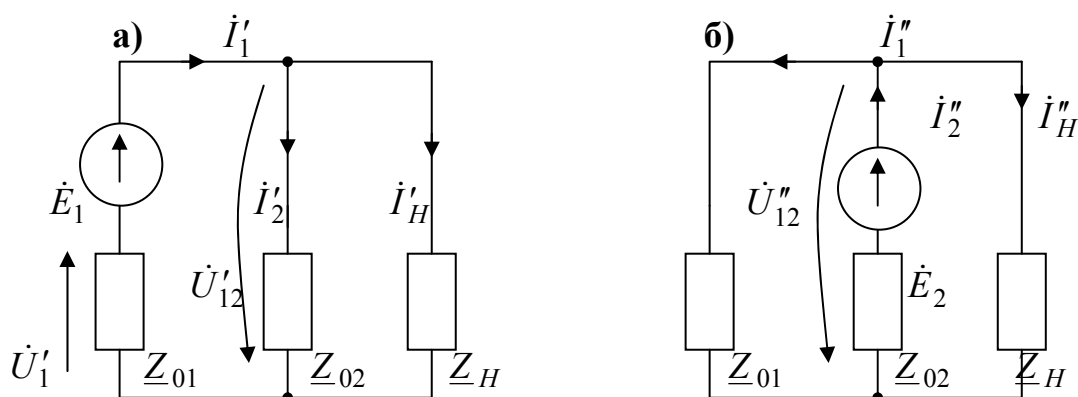


Рис. 2.9

Соппротивление всей цепи для источника $\dot{E}_2$:

$$\underline{Z}_\Sigma'' = \underline{Z}_{02} + [(\underline{Z}_{01} \cdot \underline{Z}_H) / (\underline{Z}_{01} + \underline{Z}_H)] = (2,2 + j3,6) \text{ Ом};$$

ток $\dot{I}_2'' = \dot{E}_2 / \underline{Z}_\Sigma'' = 115 / (2,2 + j3,6) = 14,21 - j23,26 \text{ А};$

напряжение $\dot{U}_{12}'' = \dot{E}_2 - \dot{I}_2'' \underline{Z}_{02} = 115 - [(14,2 - j23,26)(1+j2)] = (54,3 - j5,14) \text{ В};$

ток $\dot{I}_1'' = \dot{U}_{12}'' / \underline{Z}_{01} = (54,3 - j5,14) / (1+j2) = (44 - j113,42) / 5 = (8,8 - j22,68) \text{ А};$

ток $\dot{I}_H'' = \dot{U}_{12}'' / \underline{Z}_H = (54,3 - j5,14) / 10 = (5,43 - j0,514) \text{ А}.$

3. Находим реальные токи во всех трех ветвях цепи при одновременном действии обоих источников энергии исследуемой цепи. Сопоставляя направления токов на рис. 2.9 и применяя принцип наложения, получаем

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_1' - \dot{I}_1'' = (14,83 - j24,26) - (8,8 - j22,18) = (6,03 - j1,58) \text{ А};$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_2'' - \dot{I}_2' = (14,21 - j23,26) - (9,17 - j23,74) = (5,04 + j0,48) \text{ А};$$

$$\dot{I}_H = \dot{I}_H' + \dot{I}_H'' = (5,7 - j0,54) + (5,43 - j0,514) = (11,13 - j1,05) \text{ А}.$$

2.2.6. Баланс мощностей цепи синусоидального тока

Энергетический баланс любой цепи синусоидального тока заключается в том, что *сумма комплексных мощностей источников энергии равна сумме комплексных мощностей приемников энергии*:

$$\sum_{k=1}^K \dot{E}_k^* I_k = \sum_{m=1}^M \dot{U}_m^* I_m, \quad (2.13)$$

где K – число источников энергии, а M – число приемников энергии цепи.

В формуле (2.13) мощность каждого источника энергии $\dot{E}_k^* I_k = P_k + jQ_k$, а мощность каждого приемника $\dot{U}_m^* I_m = P_m + jQ_m$, поэтому можно записать:

$$\sum_{k=1}^K (P_k + jQ_k) = \sum_{m=1}^M (P_m + jQ_m) \quad (2.14)$$

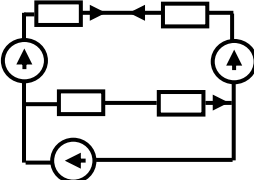
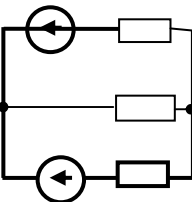
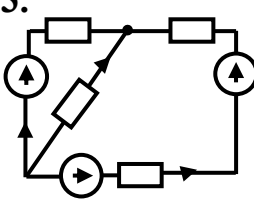
или

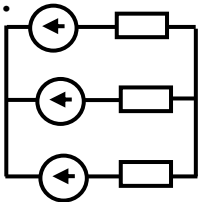
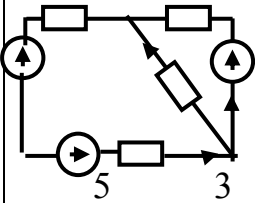
$$\sum_{k=1}^K P_k = \sum_{m=1}^M P_m \quad \text{и} \quad \sum_{k=1}^K Q_k = \sum_{m=1}^M Q_m. \quad (2.15)$$

Таким образом, в любой цепи синусоидального тока сумма активных мощностей всех источников равна сумме активных мощностей приемников, а сумма реактивных мощностей всех источников равна сумме реактивных мощностей всех приемников.

Заметим, что баланс мощностей цепи синусоидального тока, как и баланс мощностей цепи постоянного тока, является, фактически, следствием закона сохранения энергии.

Тема 2.2. Вопросы для самопроверки

1.  Сколько уравнений надо составить для расчета цепи по законам Кирхгофа? 6 5 4 3 2 1. 2. 3. 4. 5.	6. Какое положение лежит в основе метода наложения? 1. Уравнение первого закона Кирхгофа. 2. Уравнение второго закона Кирхгофа. 3. Уравнение баланса мощностей. 4. Теорема об активном двухполюснике. 5. Независимость действия источников.
2.  Сколько уравнений надо составить для расчета узловых напряжений? 1 2 3 4 5 1. 2. 3. 4. 5.	7. Сколько уравнений надо составить для расчета узловых напряжений? Их количество равно: 1. Число ветвей цепи. 2. На единицу меньше числа узлов. 3. Число контуров цепи. 4. Число независимых контуров цепи. 5. Число источников энергии цепи.
3.  Сколько уравнений надо составить для расчета контурных токов? 4 3/2 5 6 7 1. 2. 3. 4. 5.	8. Укажите неизвестные величины, относительно которых составляется система уравнений по первому и второму законам Кирхгофа? 1. Токи во всех ветвях цепи. 2. Токи в независимых контурах. 3. Токи во внешних контурах. 4. Напряжения между узлами. 5. Токи во всех контурах цепи.

4. Требуется рассчитать цепь по законам Кирхгофа. Чему равно число уравнений, составленных по второму закону Кирхгофа? 1. На единицу меньше числа узлов. 2. На единицу больше числа узлов. 3. Числу ветвей цепи. 4. Числу независимых контуров цепи. 5. Числу узлов цепи.	9.  Сколько уравнений надо составить для расчета контурных токов? <table><tr><td>6</td><td>5</td><td>4</td><td>3</td><td>2</td></tr><tr><td>1.</td><td>2.</td><td>3.</td><td>4.</td><td>5.</td></tr></table>	6	5	4	3	2	1.	2.	3.	4.	5.
6	5	4	3	2							
1.	2.	3.	4.	5.							
5.  Сколько уравнений надо составить для расчета узловых напряжений? <table><tr><td>2</td><td>4</td><td>6</td></tr><tr><td>1.</td><td>2.</td><td>3.</td><td>4.</td><td>5.</td></tr></table>	2	4	6	1.	2.	3.	4.	5.	10. Каковы ограничения на применение метода контурных токов? 1. Только к цепям постоянного тока. 2. Только к цепям синусоид. тока. 3. Только к линейным цепям. 4. Только к нелинейным цепям. 5. Только к цепям с одним источником.		
2	4	6									
1.	2.	3.	4.	5.							

Раздел 3. Резонанс. Индуктивно связанные цепи

3.1. Резонансные явления

В теме 3.1 рассматриваются вопросы, входящие в третий раздел рабочей программы. Для изучения данной темы следует использовать материал темы 3.1. Эти вопросы также разобраны в [1],[2],[3].

Обратите особое внимание на ключевые моменты этой темы, которыми являются:

- условие возникновения резонанса;
- резонанс напряжений;
- резонанс токов.

3.1.1. Резонанс в электрических цепях

Резонансом в цепи, содержащей сопротивления индуктивности и емкости, называется такой режим, при котором ток и напряжение на входе цепи совпадают по фазе. Это обусловлено тем, что реактивные сопротивления и проводимости отдельных участков цепи могут быть как положительными, так и отрицательными величинами и, следовательно, взаимно компенсироваться. Существует резонанс напряжений и резонанс токов.

3.1.2. Резонанс в последовательной цепи из элементов R, L, C (резонанс напряжений)

Комплексное сопротивление цепи, состоящей из последовательно соединенных элементов R, L и C (рис. 3.1) имеет вид

$$\underline{Z} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R + jx = ze^{j\varphi},$$

$$x = \omega L - \frac{1}{\omega C}, \quad z = \sqrt{R^2 + x^2}, \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

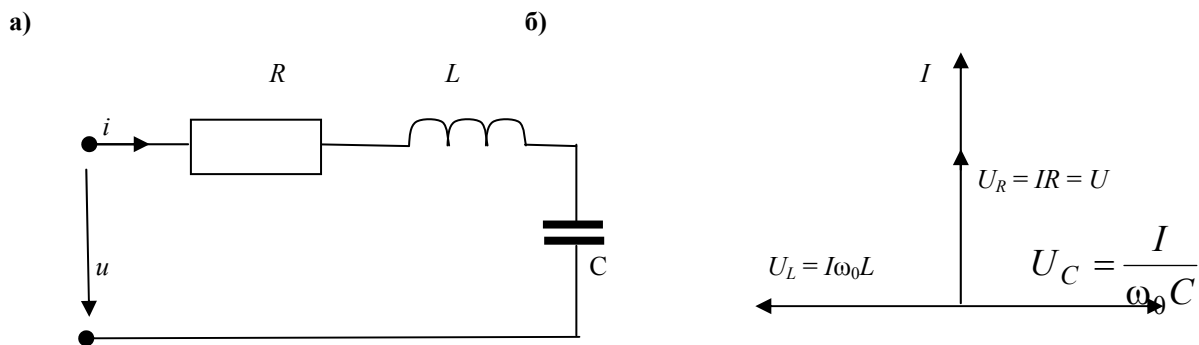


Рис. 3.1

Резонанс имеет место, как указано выше, при $\varphi = 0$, что равносильно при последовательном соединении условию

$$x = \omega L - \frac{1}{\omega C} = 0, \quad \text{т. е.} \quad \omega L = \frac{1}{\omega C}.$$

Резонанса можно достичь, изменяя или частоту приложенного к цепи напряжения, или индуктивности катушки или емкости конденсатора. При этом значения угловой частоты, при которой наступает резонанс, определяется формулой

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Частоту ω_0 называют резонансной частотой. Если реактивные сопротивления $x_L = x_C$ при резонансе превосходят по величине активное сопротивление R , то напряжения на индуктивности $U_L = I\omega_0 L$ и на емкости $U_C = \frac{I}{\omega_0 C}$ могут

превосходить напряжение на зажимах цепи. Поэтому такой резонанс называют *резонансом напряжений*

Отношение

$$Q = \frac{U_{C0}}{U} = \frac{U_{L0}}{U}$$

определяет кратность превышения напряжения на индуктивности и на емкости над напряжением на зажимах всей цепи. Величину Q , определяющую резонансные свойства контура, называют *добротностью контура*.

3.1.3. Резонанс в параллельной цепи из элементов R, L, C (резонанс токов)

Условием резонанса при параллельном соединении активного индуктивного и емкостного сопротивлений (рис. 3.2,а) является также отсутствие сдвига фаз между током и напряжением на входе цепи.

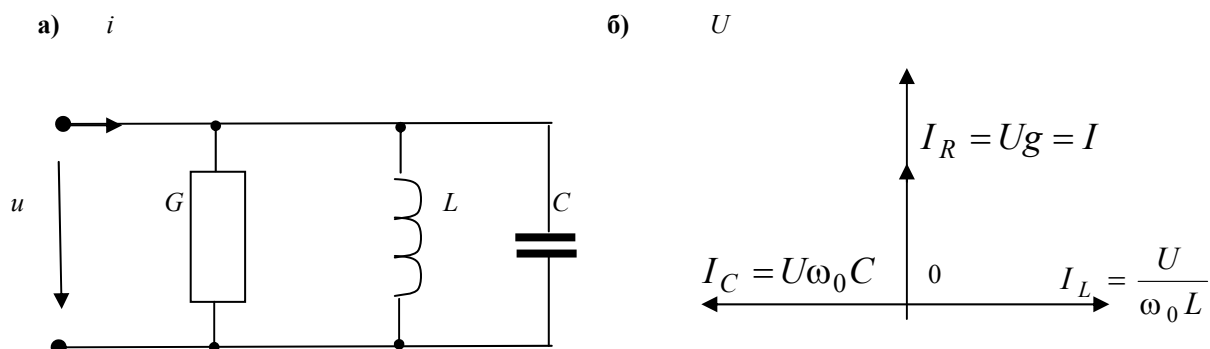
Комплексная проводимость цепи имеет вид

$$\underline{Y} = g - jb = ye^{-j\varphi},$$

$$\text{где } y = \sqrt{g^2 + b^2} = \sqrt{g^2 + (b_L - b_C)^2} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}, \quad \varphi = \arctg \frac{b_L - b_C}{g}.$$

Резонанс имеет место, как указано выше, при $\varphi = 0$, что равносильно при параллельном соединении условию

$$b = b_L - b_C = 0 \text{ или } \frac{1}{\omega L} - \omega C = 0.$$



Резонанса токов можно достичь, изменяя или частоту приложенного к цепи напряжения, или индуктивности катушки или емкости конденсатора. При этом значения угловой частоты, при которой наступает резонанс, определяется формулой

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

При резонансе реактивная проводимость цепи равна нулю и полная проводимость цепи достигает своего минимального значения. Поэтому ток в общей ветви $I = Uy$ при неизменном значении оказывается наименьшим в отличие от резонанса с последовательным соединением. Векторная диаграмма при резонансе в рассматриваемой цепи приведена на рис. 3.2,б. При этом токи в индуктивности и в емкости равны и находятся в противофазе. По величине они могут превосходить, а иногда намного, суммарный ток в цепи. Поэтому такой резонанс называют *резонансом токов*.

Отношение

$$Q = \frac{I_{C0}}{I} = \frac{I_{L0}}{I}$$

определяет кратность превышения тока в индуктивности и тока в емкости над суммарным током всей цепи.

Величину Q , определяющую резонансные свойства контура, называют *добротностью контура*.

Вопросы для самопроверки

1. Какое условие должно выполняться, чтобы в цепи, содержащей реактивные элементы, возник резонанс?
2. Почему нельзя получить резонанс в цепи в результате изменения величины напряжения на входе цепи?
3. Укажите все возможные варианты изменений в цепи (рис. 3.1), чтобы получить в ней резонанс.
4. Укажите все возможные варианты изменений в цепи (рис. 3.2), чтобы получить в ней резонанс токов.
5. В каких случаях добротность цепи больше 1, а в каких – меньше 1?

6. Для всех ли цепей резонансная частота может быть определена из соотношения $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$?

3.2. Индуктивно связанные цепи

В теме 3.2 рассматриваются вопросы, входящие в третий раздел рабочей программы. Для изучения данной темы следует использовать материал темы 3.2. Эти вопросы также разобраны в [1],[2],[3].

Обратите особое внимание на ключевые моменты этой темы, которыми являются:

- взаимная и собственная индуктивности;
- согласное и встречное включение двух индуктивно связанных катушек;
- трансформаторная связь между катушками.

3.2.1. Цепи с индуктивно связанными катушками

Если при изменении во времени тока в одной катушке на зажимах второй возникает ЭДС – такие катушки называются *индуктивно связанными*. Это, например, катушки на стальных сердечниках электрических машин и аппаратов, провода линий электропередач, а также многие другие электротехнические устройства. На рис. 3.3,а показаны две идеальные (без активных сопротивлений) катушки индуктивности.

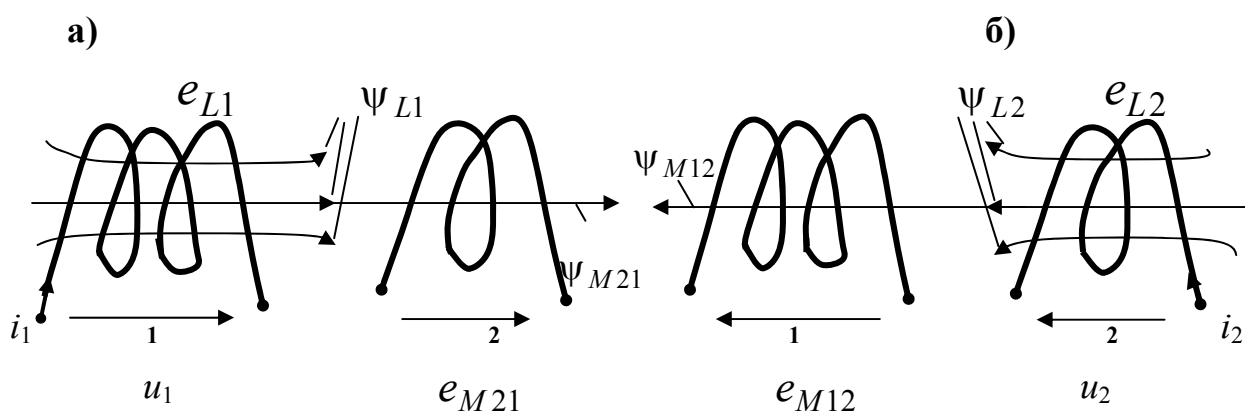


Рис. 3.3

При протекании в первой катушке синусоидального тока i_1 в ней возникает магнитное поле, характеризуемое потокоцеплением самоиндукции $\psi_{L1} = w_1 \Phi$, где w_1 – число витков первой катушки, Φ магнитный поток, проходящий через

один виток катушки. Это потокосцепление в соответствии с законом электромагнитной индукции индуцирует в первой катушке ЭДС самоиндукции:

$$e_{L1} = -d\psi_{L1} / dt.$$

Напряжение u_1 на этой катушке численно равно этой ЭДС, но направлено в противоположную сторону и поэтому имеет обратный знак:

$$u_1 = -e_{L1} = + \frac{d\psi_{L1}}{dt} = L \frac{di_1}{dt}.$$

Здесь $\psi_{L1} = L_1 i_1$, где L_1 – индуктивность первой катушки.

В комплексной форме записи это напряжение имеет вид $\dot{U}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1$, где $\omega L_1 = X_{L1}$ – индуктивное сопротивление первой катушки.

При наличии магнитной связи между катушками 1 и 2, некоторая часть потокосцепления самоиндукции первой катушки ψ_{L1} проникает во вторую катушку. Эта его часть ψ_{M21} называется потокосцеплением взаимной индукции второй катушки, вызванное током i_1 первой катушки.

Потокосцепление ψ_{M21} индуцирует во второй катушке ЭДС взаимной индукции $e_{M21} = -\frac{d\psi_{M21}}{dt}$. *Отношение потокосцепления взаимной индукции*

ψ_{M21} *к току в первой катушке i_1 есть взаимная индуктивность этих катушек:* $\psi_{M21}/i_1 = M_{21}$. Взаимная индуктивность также, как и собственная индуктивность, измеряется в генри (Гн). С учетом последнего соотношения ЭДС взаимной индукции второй катушки приобретает вид

$$e_{M21} = -\frac{d\psi_{M21}}{dt} = -M_{21} \frac{di_1}{dt}.$$

Аналогичные рассуждения можно привести и для случая, когда синусоидальный ток i_2 протекает только по 2-й катушке (рис. 3.3,б). Потокосцепление самоиндукции ψ_{L2} второй катушки индуцирует в ней электродвижущую силу самоиндукции $e_{L2} = -(d\psi_{L2}/dt)$. Напряжение на второй катушке равно ей по величине и противоположно по знаку: $u_2 = -e_{L2} = +d\psi_{L2}/dt = L_2 di_2/dt$. Здесь $\psi_{L2} = L_2 i_2$, где L_2 – индуктивность 2-й катушки. В символической форме записи это напряжение имеет вид $\dot{U}_2 = j\omega L_2 \dot{I}_2$, где $\omega L_2 = X_{L2}$ – индуктивное сопротивление 2-й катушки.

Некоторая часть потокосцепления самоиндукции ψ_{L2} проникает в первую катушку и образует там потокосцепление взаимной индукции ψ_{M12} . Оно индуцирует в 1-й катушке ЭДС взаимной индукции $e_{M12} = -d\psi_{M12}/dt$.

Отношение потокосцепления взаимной индукции Ψ_{M12} к току во второй катушке i_2 есть взаимная индуктивность этих двух катушек: $\Psi_{M12}/i_2 = M_{12}$. С учетом этого соотношения ЭДС взаимной индуктивности в первой катушке $e_{M12} = -M_{12} di_2/dt$.

Заметим, что для линейных электрических цепей взаимная индуктивность двух катушек не зависит от того, каким образом она была определена экспериментально:

$$\frac{\Psi_{M12}}{i_2} = \frac{\Psi_{M21}}{i_1} = M_{12} = M_{21} = M. \quad (3.1)$$

Она является их общим параметром и не зависит от величин потокосцеплений и токов, а определяется только конструкцией катушек, их взаимным расположением и магнитными свойствами окружающей среды.

Придвигая катушки друг к другу, мы увеличиваем M , а, отодвигая их друг от друга, — уменьшаем M . Наибольшей взаимной индуктивностью обладают две катушки, навитые одинаково друг на друга (рис. 3.4,а), а наименьшей — расположенные своими осями под углом 90° друг к другу (рис. 3.4,б) или далеко удаленные друг от друга.

При одновременном протекании токов в обеих катушках в соответствии с принципом наложения имеем распределение их магнитных потоков, указанное на рис. 3.5.

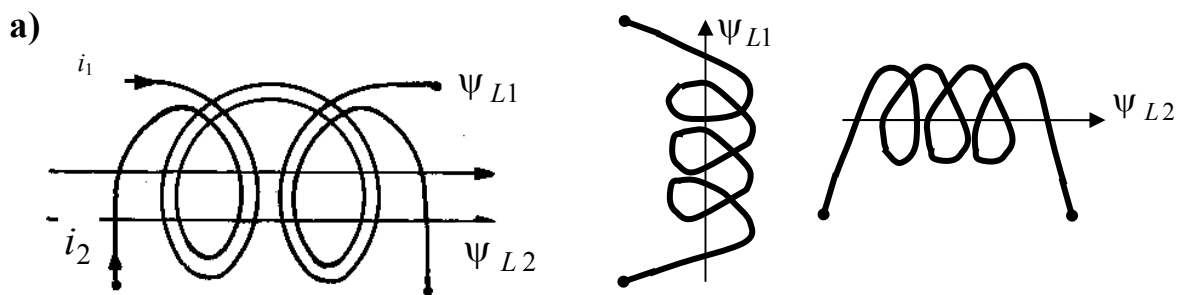


Рис. 3.4

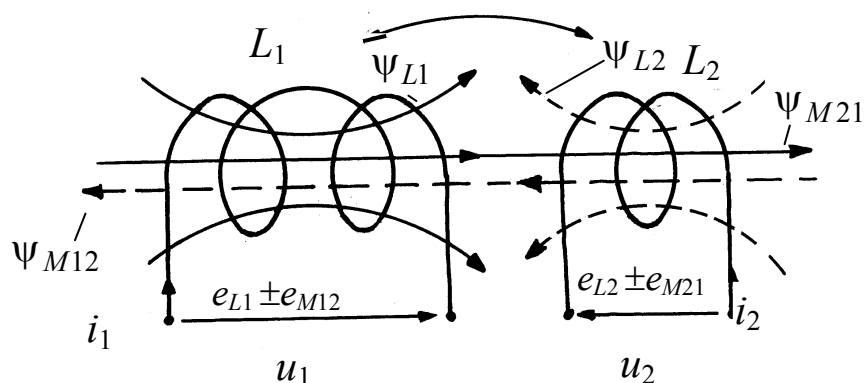


Рис. 3.5

Здесь в каждой из катушек индуцируются одновременно две электродвижущие силы: ЭДС самоиндукции и ЭДС взаимной индукции. Поэтому напряжения u_1 и u_2 каждой индуктивно связанной катушки имеют две составляющие: одна из них (u_L) вызвана действием ЭДС самоиндукции, а другая (u_M) вызвана действием ЭДС взаимной индукции

$$u_1 = u_{L1} \pm u_{M12} = \frac{d\psi_{L1}}{dt} \pm \frac{d\psi_{M12}}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt} ; \quad (3.2)$$

$$u_2 = u_{L2} \pm u_{M21} = \frac{d\psi_{L2}}{dt} \pm \frac{d\psi_{M21}}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt} . \quad (3.3)$$

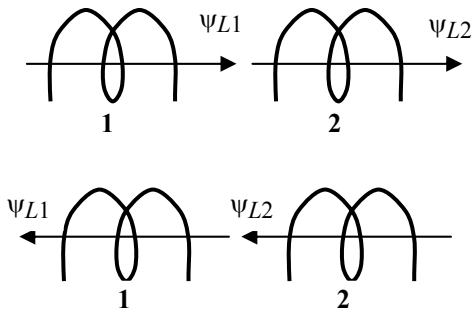
В формулах (3.2) и (3.3) знаки (+) или (–) у вторых составляющих напряжений зависят от взаимного направления магнитных потоков самоиндукции и взаимной индукции в катушках.

Знак (+) берется в том случае, когда потоки самоиндукции и взаимной индукции совпадают по направлению. Такое соединение катушек называется *согласным включением*. Если потоки самоиндукции и взаимной индукции не совпадают по направлению, то берется знак (–) и такое соединение катушек называется *встречным включением*.

На рис. 3.6 показаны примеры согласного и встречного включения двух индуктивно связанных катушек.

На электрических схемах индуктивно связанные катушки изображаются так, как это показано на рис. 3.7.

Согласное включение



Встречное включение

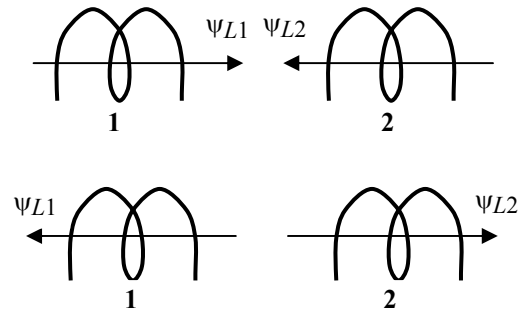


Рис. 3.6

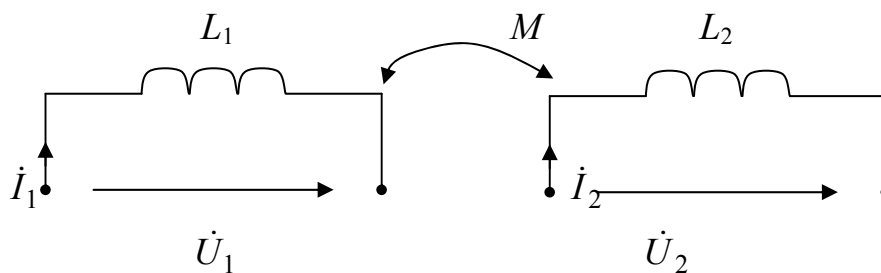


Рис. 3.7

Переходя к комплексной форме записи напряжений на индуктивно связанных катушках, получаем

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 \pm j\omega M \dot{I}_2; \\ \dot{U}_2 = j\omega L_2 \dot{I}_2 \pm j\omega M \dot{I}_1, \end{cases} \quad (3.4)$$

где $j\omega L_1 \dot{I}_1$ и $j\omega L_2 \dot{I}_2$ – комплексные напряжения первой и второй катушек, вызванные действиями токов $\dot{I}_1$ и $\dot{I}_2$ катушек; $\pm j\omega M \dot{I}_2$ – дополнительная составляющая напряжения первой катушки, вызванная током $\dot{I}_2$ второй катушки; $\pm j\omega M \dot{I}_1$ – дополнительная составляющая напряжения второй катушки, вызванная током $\dot{I}_1$ первой катушки. В уравнениях (3.4) знак (+) соответствует согласному включению катушек, а знак (–) – встречному включению.

Способ включения индуктивно связанных катушек указывается на ее схеме путем маркировки "начал" катушек либо в виде жирных точек (знак •), либо в виде звездочек (знак *). При этом действует следующее правило: *если токи в катушках направлены к одноименным выводам, то включение катушек является согласным, а если к разноименным выводам – встречным.*

3.2.2. Цепь с трансформаторной связью между катушками

Такая цепь представлена на рис. 3.8, у которой катушки не имеют друг с другом проводниковых соединений. Известны параметры обеих катушек R_1, R_2, L_1, L_2 , их взаимная индуктивность M , частота ω и комплексное напряжение $\dot{U}_1$.

Требуется определить комплексные токи $\dot{I}_1, \dot{I}_2$ катушек при согласном и встречном их включении.

Решение. 1. Составляем уравнения для левого и правого контуров цепи в соответствии с формулами (3.4) и получаем

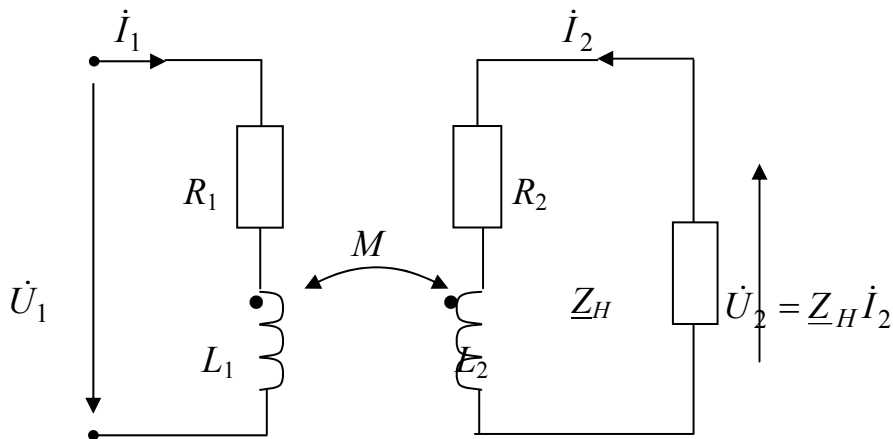


Рис. 3.8

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = (R_1 + j\omega L_1)\dot{I}_1 \pm j\omega M\dot{I}_2; \\ 0 = \pm j\omega M\dot{I}_1 + (R_2 + j\omega L_2)\dot{I}_2 + \underline{Z}_H \dot{I}_2. \end{cases} \quad (3.5)$$

В этих уравнениях знак (+) у составляющих вида $j\omega M\dot{I}$ соответствует согласному включению катушек, а знак (–) – встречному включению.

Заметим, что в уравнениях (3.5) $\underline{Z}_H \dot{I}_2 = \dot{U}_2$.

Обозначаем в этих уравнениях для краткости записи

$$(R_1 + j\omega L_1) = \underline{Z}_1; \quad (R_2 + j\omega L_2 + \underline{Z}_H) = \underline{Z}_2; \quad j\omega M = \underline{Z}_M,$$

и получаем

$$\dot{U}_1 = \underline{Z}_1 \dot{I}_1 \pm \underline{Z}_M \dot{I}_2; \quad 0 = \pm \underline{Z}_M \dot{I}_1 + \underline{Z}_2 \dot{I}_2. \quad (3.6)$$

Решая эту систему уравнений, находим комплексные токи $\dot{I}_1$ и $\dot{I}_2$ обеих катушек цепи. При решении задачи применяем теорию определителей:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \underline{Z}_1 & \pm \underline{Z}_M \\ \pm \underline{Z}_M & \underline{Z}_2 \end{vmatrix} = \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2; \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} \dot{U}_1 & \pm \underline{Z}_M \\ 0 & \underline{Z}_2 \end{vmatrix} = \underline{Z}_2 \dot{U}_1;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} \underline{Z}_1 & \dot{U}_1 \\ \pm \underline{Z}_M & 0 \end{vmatrix} = -\underline{Z}_M \dot{U}_1; \quad \dot{I}_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{\underline{Z}_2 \dot{U}_1}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2};$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{\mp \underline{Z}_M \dot{U}_1}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 - \underline{Z}_M^2}.$$

Заметим, что знак $(-)$ в числителе $\dot{I}_2$ соответствует согласному включению катушек, а знак $(+)$ – встречному.

Пример 3.3. В цепи с трансформаторной связью двух идеальных (без активных сопротивлений) катушек индуктивности (рис. 3.9) к катушке X_1 приложено синусоидальное напряжение частотой $f = 500$ Гц, а катушка X_2 разомкнута. Действующее значение тока в катушке X_1 составляет $I_1 = 10$ А, а напряжение на разомкнутых зажимах катушки X_2 составляет $U_2 = 50$ В. Требуется определить величину взаимной индуктивности M этих катушек.

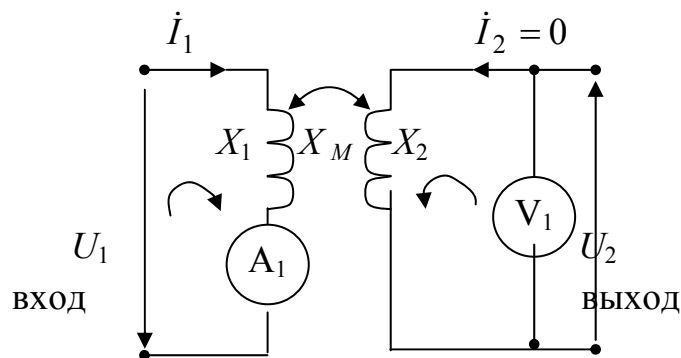


Рис. 3.9

Решение. При отсутствии активных сопротивлений катушек ($R_1 = R_2 = 0$) уравнения (3.6) можно составить только для модулей токов, напряжений и сопротивлений, не применяя символического метода.

С учетом, что правый контур цепи разомкнут ($I_2 = 0$), имеем

$$U_1 = I_1 X_1; \quad 0 = \pm I_1 X_M + U_2,$$

где $X_1 = \omega L_1$, $X_M = \omega M$.

При этом из второго уравнения следует, что $\pm X_M = -U_2/I_1$ или $|X_M| = U_2/I_1 = 5$ Ом. Тогда величина взаимной индуктивности катушек

$$M = \frac{X_M}{\omega} = \frac{5}{2\pi f} = \frac{5}{6,28 \cdot 500} = 1,95 \cdot 10^{-3} \text{ Гн.}$$

Вопросы и примеры для самопроверки

1. Какое условие необходимо наложить на две катушки, чтобы они были индуктивно связанные?

2. Как определяется на схеме встречное и согласное включение катушек?

3. В условиях примера 3.3 (рис. 3.9) определить комплексный ток цепи при согласном и встречном включении индуктивно связанных катушек, используя символический метод.

Ответы: $\dot{I}_{\text{согл}} = -j2 \text{ А}; \dot{I}_{\text{встр}} = -j3 \text{ А}.$

4. В условиях примера 6.3 (рис. 6.8) определить токи при согласном и встречном включении индуктивно связанных катушек, используя символический метод.

Ответы: при согл. $\dot{I}_1 = -j2 \text{ А}, \dot{I}_2 = -j4 \text{ А};$ при встр. $\dot{I}_1 = -j6 \text{ А}, \dot{I}_2 = -j8 \text{ А}.$

5. К цепи с трансформаторной связью двух катушек (рис. 3.9) приложено напряжение, действующее значение которого $U_1 = 100 \text{ В}$. Индуктивное сопротивление первой катушки $X_1 = 10 \text{ Ом}$, а сопротивление взаимной индуктивности $X_M = 5 \text{ Ом}$. Определить действующее значение напряжения U_2 , индуцированного на разомкнутых зажимах второй катушки.

Ответ: $U_2 = 50 \text{ В}.$

6. Определить величину коэффициента магнитной связи двух индуктивно связанных катушек, если $X_{L1} = 9 \text{ Ом}, X_{L2} = 4 \text{ Ом}, X_M = 3 \text{ Ом}.$

Ответ: $K = 0,5 .$

7. Цепь с последовательным соединением двух идеальных ($R=0$) индуктивно связанных катушек имеет при согласном их включении $X_{\text{согл}} = 80 \text{ Ом}$, а при встречном включении $X_{\text{встр.}} = 20 \text{ Ом}$. Определить величину сопротивления взаимной индуктивности этих катушек.

Ответ: $X_M = 15 \text{ Ом}.$

Раздел 4. Трехфазные цепи. Цепи с распределенными параметрами

4.1. Трехфазные электрические цепи

В теме 4.1 рассматриваются вопросы, входящие в четвертый раздел рабочей программы. Для изучения данной темы следует использовать материал темы 4.1.

Эти вопросы также разобраны в [1], [2], [3].

Обратите особое внимание на ключевые моменты этой темы, которыми являются:

- достоинство трехфазных цепей;
- соединение трехфазной цепи звездой;
- соединение трехфазной цепи треугольником;
- расчет трехфазных цепей;

4.1.1. Введение

Трехфазные цепи синусоидального тока получили широчайшее распространение в электроэнергетике. Они обладают двумя основными преимуществами перед однофазными (двухпроводными) цепями: а) экономией цветного металла при передаче одной и той же мощности, б) возможностью получения вращающегося магнитного поля, на базе которого создан простой и надежный трехфазный асинхронный двигатель.

Источником энергии в трехфазных цепях служит трехфазный генератор, схематическое устройство которого показано на рис. 4.1,а.

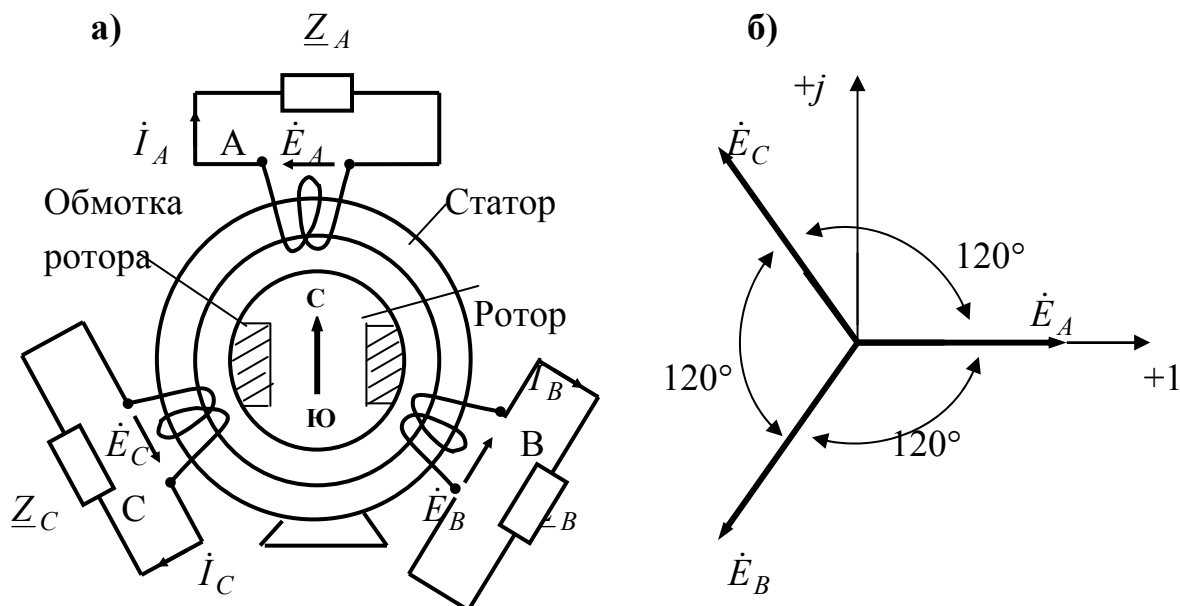


Рис. 4.1

Генератор состоит из статора (неподвижная часть) и ротора (подвижная часть). На статоре в специальных пазах на его внутренней поверхности расположены три одинаковые обмотки, сдвинутые друг относительно друга в пространстве на 120° . Их начала обозначены заглавными буквами А, В, С.

Ротор генератора представляет собой электромагнит постоянного тока, обмотка которого питается от отдельного источника постоянного тока через два контактных кольца, расположенных на валу. Ротор устроен так, что его магнитное поле распределяется в зазоре вдоль внутренней поверхности статора по закону косинуса. При вращении ротора с некоторой постоянной скоростью, его магнитное поле индуцирует в обмотках статора три одинаковые синусоидальные ЭДС, сдвинутые друг относительно друга по фазе на 120° . Они образуют симметричную систему, которая в виде векторной диаграммы представлена на рис. 4.1,б. Расположив ЭДС обмотки А вдоль оси вещественных чисел комплексной плоскости, получаем запись ЭДС в следующем виде:

$$\dot{E}_A = E_A; \quad \dot{E}_B = E_A e^{j240^\circ} = E_A e^{-j120^\circ}; \quad \dot{E}_C = E_A e^{j120^\circ}, \quad (4.1)$$

где $E_A = E_B = E_C$ - действующие значения фазных ЭДС генератора.

Величину e^{+j120° для краткости обозначают буквой a ($e^{+j120^\circ} = a$) и называют *фазовым множителем*. Используя его в формулах 4.1, получаем

$$\dot{E}_A = E_A; \quad \dot{E}_B = a^2 E_A; \quad \dot{E}_C = a E_A. \quad (4.1,а)$$

Заметим, что

$$a = e^{j120^\circ} = (-0,5 + j0,87); \quad a^2 = e^{j240^\circ} = (-0,5 - j0,87); \quad 1 + a + a^2 = 0. \quad (4.1,б)$$

С учетом формул (4.1,б) очевидно, что сумма трех векторов симметричной системы фазных ЭДС генератора, показанных на рис. 4.1,б, равна нулю:

$$\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = E_A(1 + a + a^2) = 0. \quad (4.2)$$

Если к обмоткам генератора (рис. 4.1,а) подсоединить нагрузочные сопротивления, получится простейшая (несвязанная) трехфазная цепь, состоящая из трех отдельных двухпроводных цепей, называемых *фазами*. Для отличия друг от друга их обозначают буквами А, В, С. На рис. 4.1,а этими буквами обозначены начала фазных обмоток генератора.

Термин «фаза», употребляемый здесь, следует отличать от термина «фаза», используемого в теории цепей синусоидального тока для обозначения стадии развития синусоиды тока, напряжения или ЭДС.

Обычно трехфазные цепи связывают звездой (условное обозначение Y) или треугольником (условное обозначение Δ).

4.1.2. Соединение трехфазной цепи звездой

При соединении звездой концы всех трех обмоток генератора объединяют в одну общую точку, которая называется *нейтральной точкой* генератора или *нейтралью*. Также поступают и с приемниками, которые образуют нейтральную

точку (нейтраль) трехфазного приемника. При этом три обратных провода отдельных фаз объединяются в один, и система из шестипроводной становится четырехпроводной, как это показано на рис. 4.2.

Провода, идущие от генератора к приемникам, называются *линейными*, а провод, соединяющий нейтральные точки генератора и приемника, называется *нейтральным*. Показанные на этом рисунке направления действия ЭДС, токов и напряжений соответствуют направлениям, принятым в большинстве учебников по теории цепей.

Трехфазная цепь, связанная звездой, имеет ряд особенностей.

1. Токи линейных проводов, не разветвляясь, попадают в фазы приемников, поэтому фазные токи равны токам в линейных проводах: $\dot{I}_\phi = \dot{I}_л$.

2. Ток в нейтральном проводе $\dot{I}_N$ равен алгебраической сумме комплексных токов всех трех фаз. В соответствии с 1-м законом Кирхгофа для нейтральной точки приемника ($0'$) имеем

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = \dot{I}_N. \quad (4.3)$$

При отсутствии или обрыве нейтрального провода получаем

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0. \quad (4.3 \text{ а})$$

В этом случае, зная два линейных тока, можно легко найти третий ток.

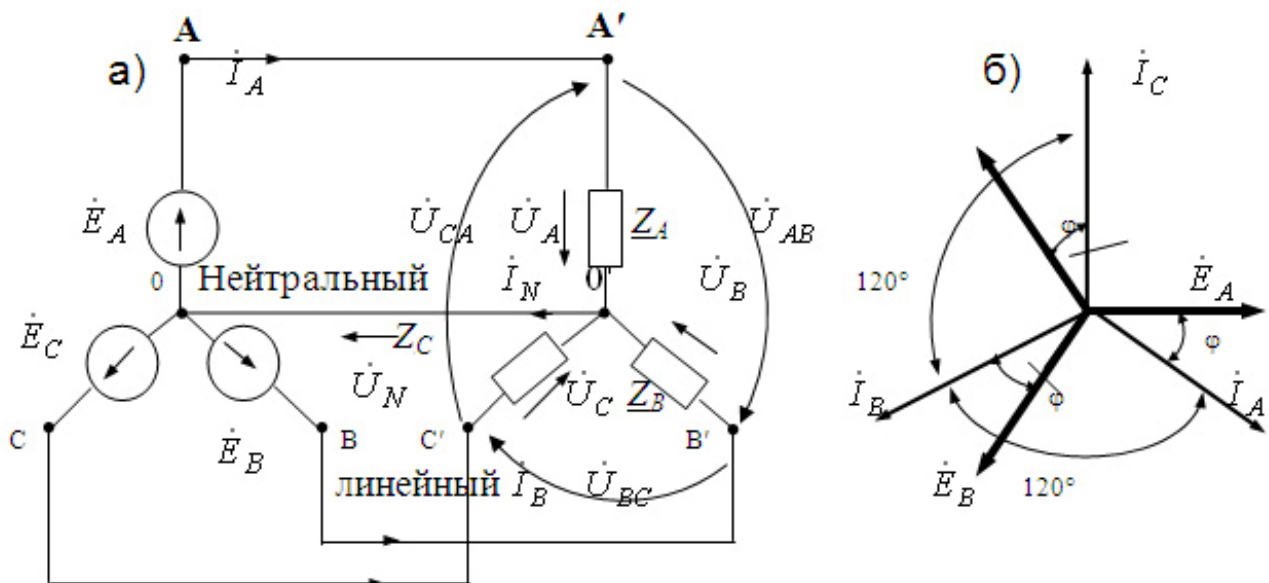


Рис. 4.2

3. Если генератор вырабатывает симметричную систему фазных ЭДС (рис. 4.1,б) и, кроме того, комплексные сопротивления всех трех фаз цепи одинаковы ($\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z}_\phi = R \pm jX$), то комплексные токи, определяемые в соответствии с формулой закона Ома ($\dot{I}_\phi = \dot{U}_\phi / \underline{Z}_\phi$), имеют одинаковые действующие значения и сдвинуты друг относительно друга по фазе на 120° (как это показано на рис. 4.2,б). Они образуют симметричную систему фазных токов и при этих условиях $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$. Следовательно, ток в нейтральном проводе отсутствует и этот провод фактически не нужен.

Заметим, что на рис. 4.2,б угол $\varphi = \arctg X/R$ соответствует индуктивному характеру фазного сопротивления.

Рассмотренный выше режим работы трехфазной цепи называется *симметричным*. В этом режиме работают все трехфазные приемники (например, трехфазные двигатели, нагревательные печи). Они имеют три одинаковые обмотки и не нуждаются в нейтральном проводе. Такие трехфазные приемники называют *симметричными*. Однофазные же приемники (лампы освещения, бытовые приборы) при соединении их звездой требуют наличия нейтрального провода для поддержания одинакового напряжения на всех трех фазах цепи.

4. Трехфазные цепи, связанные звездой, широко используются в электроэнергетике для передачи электромагнитной энергии на большие расстояния. Упрощенная схема такой цепи показана на рис. 4.3. Эта цепь является трехпроводной и наглядно демонстрирует свои преимущества по сравнению с подачей той же мощности тремя однофазными цепями. Энергетики стремятся включать однофазные приемники энергии так, чтобы нагрузка каждой из трех фаз линии электропередачи (ЛЭП) была равномерной.

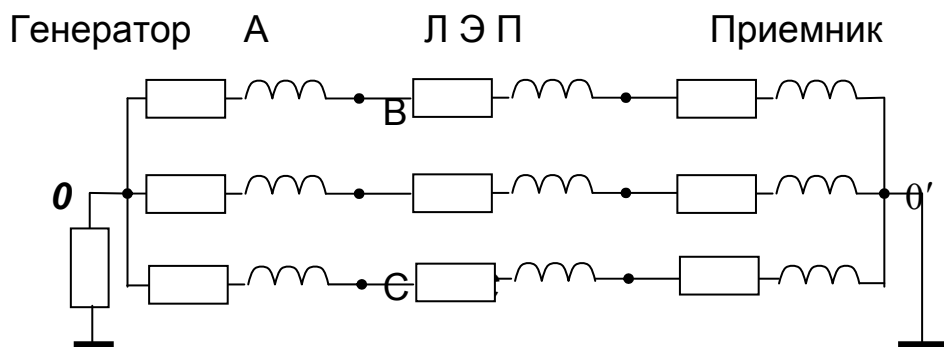


Рис. 4.3

Возможная несимметрия в ЛЭП компенсируется нейтральным проводом, в качестве которого используется земля (система с заземленной нейтралью).

5. При связывании звездой (рис. 4.2) различают фазные и линейные напряжения. Фазные напряжения ($\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$) действуют между началом и концом каждой фазы. Их направление принято в соответствии с направлением фазных токов цепи – от начала фазы к ее концу (к нейтральной точке O'). Линейные напряжения ($\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$) действуют между линейными проводами. Их направление принято по часовой стрелке.

В соответствии со вторым законом Кирхгофа для каждого из трех контуров, образованных одним линейным и двумя фазными напряжениями, имеем

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B; \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C; \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A. \quad (4.4)$$

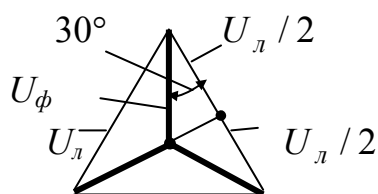


Рис. 4.4

Для построения, например, вектора линейного напряжения $\dot{U}_{AB}$ надо сложить в соответствии с формулами (4.4) вектор фазного напряжения $\dot{U}_A$ с вектором $\dot{U}_B$, взятым с обратным знаком: $\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A + (-\dot{U}_B)$. Если полученный таким образом вектор $\dot{U}_{AB}$ перенести параллельно самому себе так, чтобы его конец совпал с концом вектора $\dot{U}_A$, то его начало совпадет с концом вектора $\dot{U}_B$. Аналогичным образом следует поступить и при построении векторов $\dot{U}_{BC}$ и $\dot{U}_{CA}$: $\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B + (-\dot{U}_C)$; $\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C + (-\dot{U}_A)$, как это показано на векторной диаграмме рис. 4.4. Перенеся эти векторы параллельно самим себе аналогично предыдущему, получим, что вектор линейного напряжения $\dot{U}_{BC}$ расположится между концами векторов фазных напряжений $\dot{U}_B$ и $\dot{U}_C$, а вектор линейного напряжения $\dot{U}_{CA}$ – между концами векторов фазных напряжений $\dot{U}_C$ и $\dot{U}_A$.

В частном случае, если система векторов фазных напряжений симметрична, то система векторов линейных напряжений также симметрична и образует равносторонний треугольник, и

Рис.7.2

орого следует, что

действующие значения (длины векторов) линейных напряжений в $\sqrt{3}$ больше действующих значений фазных напряжений.

$$U_{\text{л}} = \sqrt{3}U_{\text{ф}} . \quad (4.5)$$

4.1.3. Соединение трехфазной цепи треугольником

При соединении трехфазной цепи треугольником (рис. 4.5) конец обмотки фазы А генератора соединяется с началом обмотки В, конец обмотки В с началом обмотки С, конец обмотки С с началом обмотки А, образуя замкнутый контур.

Из начала фаз А, В и С генератора отходят три провода к приемникам энергии. Они называются *линейными*. Направления действия линейных токов $\dot{I}_A, \dot{I}_B$ и $\dot{I}_C$ принято на рис. 4.5 такое же, как и при соединении звездой – от генератора к приемнику.

Заметим, что при соединении треугольником фазные ЭДС генератора и фазные сопротивления приемников удобно здесь обозначать двойными индексами: $\dot{E}_A = \dot{E}_{AB}$; $\dot{E}_B = \dot{E}_{BC}$; $\dot{E}_C = \dot{E}_{CA}$; $\underline{Z}_A = \underline{Z}_{AB}$; $\underline{Z}_B = \underline{Z}_{BC}$; $\underline{Z}_C = \underline{Z}_{CA}$. Это же относится к фазным токам и фазным напряжениям, направления действия которых принято по часовой стрелке.

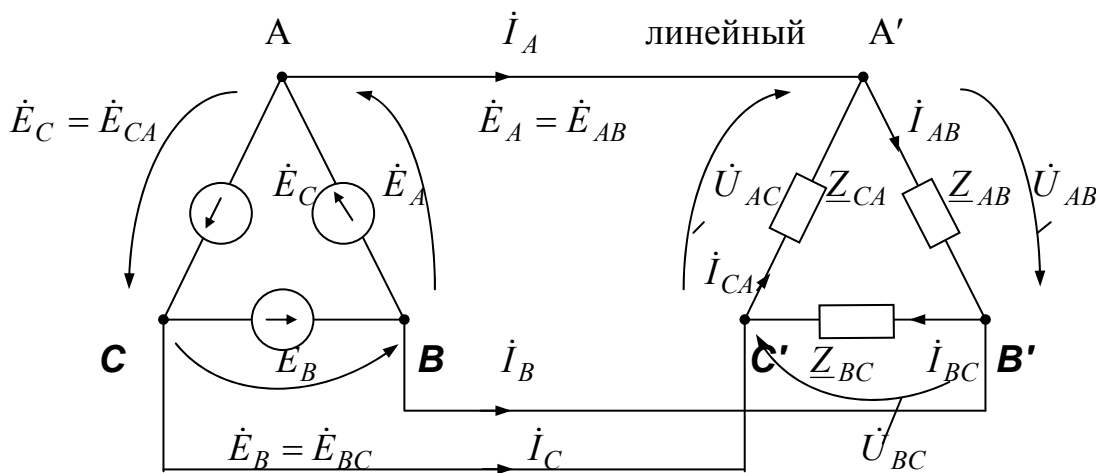


Рис. 4.5

Трехфазная цепь, связанная треугольником, имеет ряд особенностей.

1. Напряжения между линейными проводами ($\dot{U}_л$) одновременно являются и фазными ($\dot{U}_\phi$) напряжениями: $\dot{U}_л = \dot{U}_\phi$.

2. При связывании трехфазной цепи треугольником различают фазные ($\dot{I}_{AB}$, $\dot{I}_{BC}$ и $\dot{I}_{CA}$) и линейные ($\dot{I}_A$, $\dot{I}_B$ и $\dot{I}_C$) токи. Применяя первый закон Кирхгофа к узлам А, В и С трехфазного приемника, получаем следующие соотношения между этими токами:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA}; \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB}; \quad \dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC} . \quad (4.6)$$

Эти соотношения в виде векторной диаграммы показаны на рис. 4.6, где представлена симметричная система фазных токов $\dot{I}_{AB}$, $\dot{I}_{BC}$ и $\dot{I}_{CA}$ и показано, что векторы линейных токов расположены между концами векторов фазных токов.

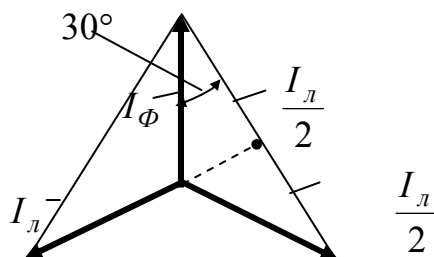


Рис. 4.6

В частном случае при симметрии системы векторов фазных токов (рис. 4.6) система векторов линейных токов получается также симметричной и образует равносторонний треугольник, из геометрии которого следует, что действующие значения (длины векторов) линейных токов в $\sqrt{3}$ больше действующих значений фазных токов:

$$I_л = \sqrt{3} I_\phi . \quad (4.7)$$

3. Соединение треугольником не применяется для передачи электромагнитной энергии на большие расстояния ввиду того, что токи в линейных проводах больше токов в фазах приемников (в $\sqrt{3}$ раз при симметричном режиме работы) и это соединение менее экономично по сравнению с соединением звездой.

4.1.4. Расчет трехфазных цепей

Трехфазные цепи могут работать в двух основных режимах — симметричном и несимметричном.

а) *Симметричный режим работы трехфазной цепи* имеет место при следующих двух условиях: генератор вырабатывает симметричную систему ЭДС (рис. 4.1,б) и, кроме того, комплексные сопротивления всех трех фаз приемника одинаковы (симметричный приемник). Очевидно, что при симметричном режиме достаточно произвести расчет только одной фазы трехфазной цепи (например, фазы А). Токи других фаз будут иметь с фазой А одинаковые амплитуды (а также и действующие значения) и сдвинуты по фазе относительно своих фазных напряжений на один и тот же угол φ . При этом друг относительно друга токи всех трех фаз будут сдвинуты по фазе на $\pm 120^\circ$, как это показано на рис. 4.2,б.

б) *Несимметричный режим работы трехфазной цепи* имеет место в тех случаях, когда хотя бы одно из двух условий симметричного режима отсутствует. При этом необходимо производить расчеты токов и напряжений всех трех фаз, используя известные методы расчета цепей синусоидального тока.

Пример 4.1. Трехфазная цепь (рис. 4.2,а) состоит из генератора, вырабатывающего симметричную систему ЭДС с действующим значением $E=220\text{В}$ и симметричного приемника соединенного звездой, сопротивление каждой фазы которого составляет $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z}_\phi = R = 22 \text{ Ом}$. Требуется определить токи и напряжения всех трех фаз приемника, ток в нейтральном проводе, а также построить векторную диаграмму цепи на комплексной плоскости.

Решение. 1. Принимаем направление действия ЭДС, токов и напряжений в данной цепи в соответствии с рис.8.2,а.

2. Определяем комплексные фазные ЭДС генератора. Для этого совмещаем ЭДС фазы А с осью вещественных чисел (рис. 4.1,а) и получаем $\dot{E}_A = 220\text{В}$, $\dot{E}_B = 220e^{-j120^\circ} = (-110 - j190)\text{В}$; $\dot{E}_C = 220e^{+j120^\circ} = (-110 + j190)\text{В}$.

3. Определяем комплексные линейные напряжения приемника. Для этого воспользуемся вторым законом Кирхгофа для контуров цепи, образованных фазными ЭДС генератора и линейными напряжениями трехфазного приемника.

$$\dot{U}_{AB} = \dot{E}_A - \dot{E}_B = [220 - (-110 - j190)] = (330 + j190) =$$

$$= \sqrt{330^2 + 190^2} e^{j \arctg \frac{190}{330}} = 380e^{j30^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{E}_B - \dot{E}_C = [(-110 - j190) - (-110 + j190)] = -j380 = 380e^{-j90^\circ} \text{ В};$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{E}_C - \dot{E}_A = [(-110 + j190) - 220] = -330 + j190 = 380e^{+j150^\circ} \text{ В}.$$

Действующие значения всех трех линейных напряжений одинаковы и составляют $U_n = 380 \text{ В}$.

4. Определяем комплексные фазные напряжения приемника. В соответствии со 2-м законом Кирхгофа непосредственно из схемы цепи находим, что при наличии нейтрального провода они равны фазным ЭДС генератора:

$$\dot{U}_A = \dot{E}_A = 220 \text{ В}; \quad \dot{U}_B = \dot{E}_B = 220e^{-j120^\circ} \text{ В}; \quad \dot{U}_C = \dot{E}_C = 220e^{+j120^\circ} \text{ В}.$$

Действующие значения всех трех фазных напряжений одинаковы ($U_\phi=220$ В) и в $\sqrt{3}$ раз меньше линейных напряжений ($U_n=380$ В).

5. Определяем комплексные фазные (они же линейные) токи приемника, используя закон Ома:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}_A} = \frac{220}{22} = 10 \text{ А}; \quad \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{\underline{Z}_B} = \frac{220e^{-j120^\circ}}{22} = 10e^{-j120^\circ} = (-5 - j8,7) \text{ А};$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{\underline{Z}_C} = \frac{220e^{+j120^\circ}}{22} = 10e^{+j120^\circ} = 10(-0,5 + j8,7) = (-5 + j8,7) \text{ А}.$$

Действующие значения токов во всех трех фазах цепи одинаковы и составляют $I_\phi = 10$ А. Вектора этих токов образуют симметричную систему, и их сумма, определяющая ток в нейтральном проводе $\dot{I}_N$ в соответствии с формулой (4.3 а) равна нулю. Следовательно, при симметричном режиме работы нейтральный провод для нормальной работы цепи не нужен.

6. Векторная диаграмма токов и напряжений исследуемой цепи представлена на рис. 4.7 в двух вариантах.

В первом варианте (рис. 4.7,а) все вектора исходят из начала координат комплексной плоскости. Во втором варианте (рис. 4.7,б) вектора линейных напряжений перенесены параллельно самим себе так, чтобы они расположились между концами соответствующих векторов фазных напряжений и образовали равносторонний треугольник.

Из этой диаграммы видно, что при симметричном режиме работы достаточно рассчитать токи и напряжения только одной из фаз цепи, например фазы А. Токи и напряжения остальных двух фаз будут такими же по действующему значению, но сдвинуты относительно фазы А по фазе на $\pm 120^\circ$.

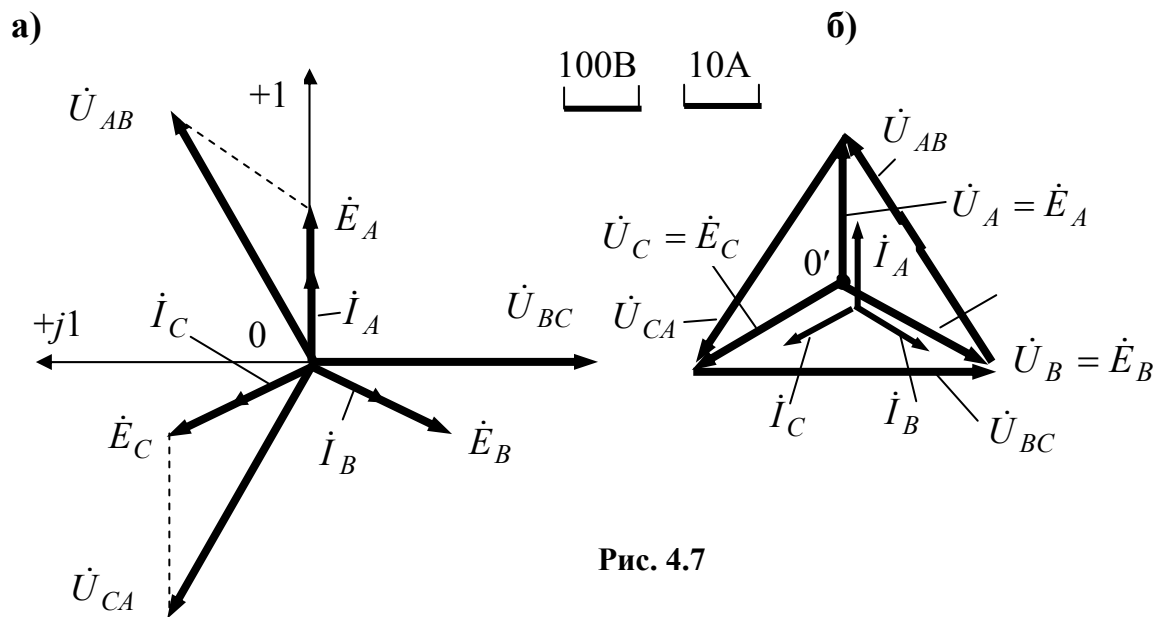


Рис. 4.7

Пример 4.2. Три одинаковых нагрузочных сопротивления $\underline{Z}_{AB} = \underline{Z}_{BC} = \underline{Z}_{CA} = \underline{Z}_{\phi} = (30 + j40)$ Ом соединены треугольником и подключены к трехфазному генератору, фазные обмотки которого объединены в звезду (рис. 4.8). Генератор вырабатывает симметричную систему фазных ЭДС с действующим значением $E_{\phi} = 380$ В. Требуется определить показания электромагнитных амперметра и вольтметра, включенных в цепь, а также построить векторную диаграмму токов и напряжений трехфазного приемника.

Решение. 1. Данная трехфазная цепь работает в симметричном режиме, поэтому для решения задачи достаточно рассчитать только одну ее фазу (например, фазу АВ приемника). Принятые направления напряжений и токов соответствуют рис. 4.2 и 4.5.

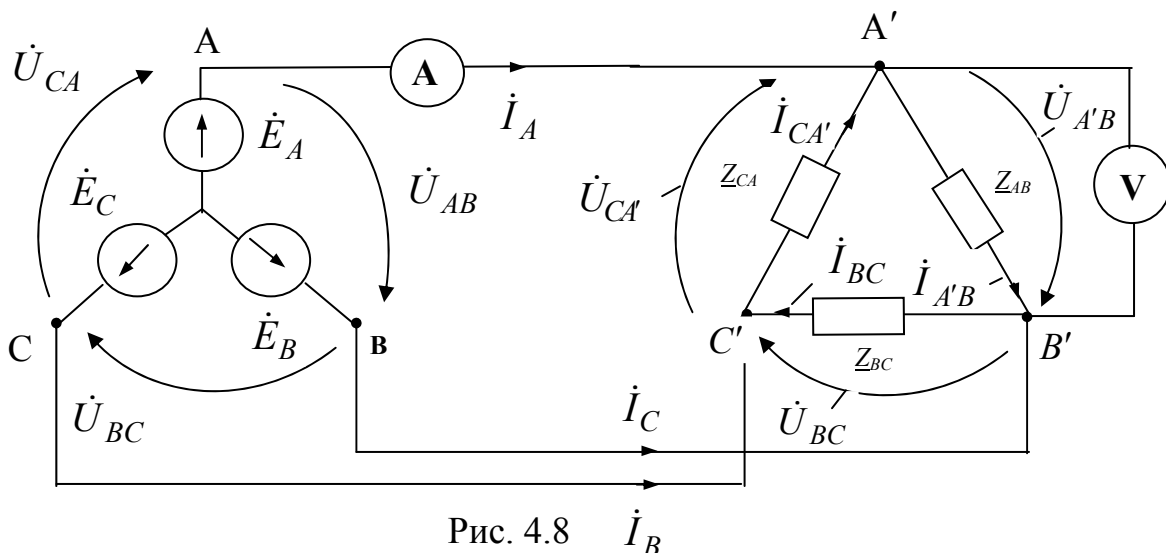


Рис. 4.8

2. Действующие значения линейных ЭДС трехфазного генератора в $\sqrt{3}$ больше действующих значений его фазных ЭДС и составляют $E_L = \sqrt{3}E_\phi = 660 \text{ В}$. Провода линии электропередачи в нашем примере не обладают сопротивлением, поэтому действующие значения фазных напряжений приемника, соединенного треугольником, $U_\phi = E_L = 660 \text{ В}$. Таким образом, показание вольтметра электромагнитной системы, включенного в фазу АВ приемника, составляет 660 В.

3. Действующие значения тока в фазе АВ приемника

$$I_\phi = \frac{U_\phi}{z_\phi} = \frac{660}{50} = 13 \text{ А}, \quad \text{где } z_\phi = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50 \text{ Ом}.$$

4. Угол сдвига фаз φ между напряжением и током фазы АВ: $\varphi = \arctg X/R = \arctg 40/30 = 53^\circ$. На этот угол (цепь имеет индуктивный характер) ток I_{AB} в фазе АВ отстает от приложенного напряжения U_{AB} .

5. Действующие значения напряжений и токов в фазах ВС и СА приемника такие же, как и в фазе АВ, но их вектора сдвинуты относительно векторов фазы АВ на 120° : в фазе ВС на 120° по часовой стрелке, а в фазе СА на 120° против часовой стрелки.

6. При симметричном режиме работы трехфазной цепи действующие значения линейных токов в $\sqrt{3}$ раз больше действующих значений фазных токов, поэтому $I_L = \sqrt{3}I_\phi = \sqrt{3} \cdot 13 = 25 \text{ А}$. Следовательно, показание амперметра, включенного в любой линейный провод, составляет 25А.

7. Векторную диаграмму фазных токов и напряжений приемника предлагаем читателю построить самостоятельно по образцу рис. 4.2,б.

4.1.5. Несимметричные режимы трехфазной цепи

Пример 4.3. Три однофазных приемника с сопротивлениями $R = 55 \text{ Ом}$; $X_L = 44 \text{ Ом}$ и $X_C = 36,6 \text{ Ом}$ объединены в звезду и подключены к симметричному трехфазному генератору, также соединенному звездой с действующим значением фазной ЭДС $E_\phi = 220 \text{ В}$ (рис. 4.9). Требуется определить показание электромагнитного амперметра, включенного в нейтральный провод цепи.

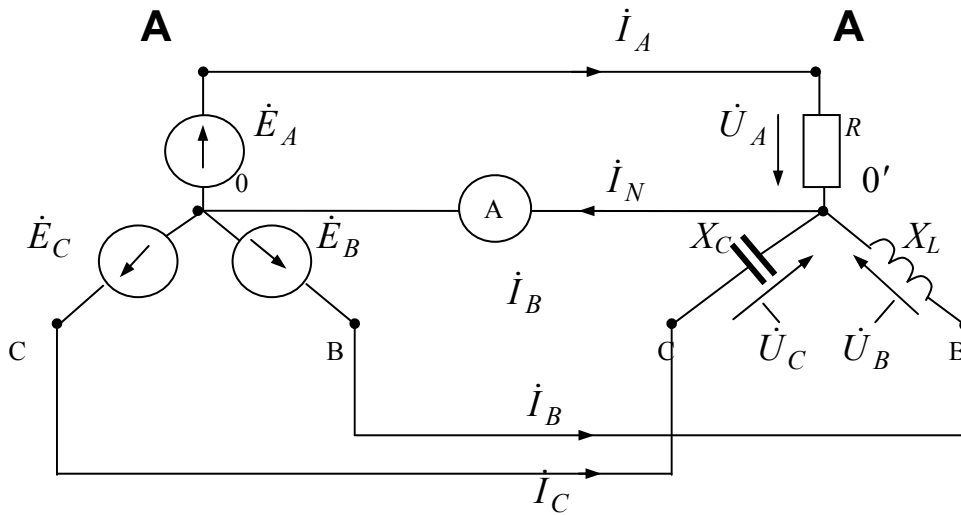


Рис. 4.9

Решение. 1. Представленная на рис. 4.9 трехфазная цепь работает в несимметричном режиме и требует расчета всех трех фаз. Для этого предварительно: а) выбираем направления токов и напряжений в соответствии с рис. 4.9; б) совмещаем ЭДС фазы А с осью вещественных чисел комплексной плоскости и записываем систему фазных ЭДС генератора по аналогии с формулами (4.1):

$$\dot{E}_A = 220 \text{ В}; \quad \dot{E}_B = 220e^{j240^\circ} = (-110 - j190) \text{ В};$$

$\dot{E}_C = 220e^{j120^\circ} = (-110 + j190) \text{ В};$ в) записываем сопротивления фаз приемника в комплексной форме:

$$\underline{Z}_A = R = 55 \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_B = 44e^{j90^\circ} = j44 \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_C = 36,6e^{-j90^\circ} = -j36,6 \text{ Ом}.$$

2. В данной цепи линейные провода и нейтральный провод не обладают сопротивлением и поэтому, в соответствии со 2-м законом Кирхгофа, имеем

$$\dot{U}_A = \dot{E}_A; \quad \dot{U}_B = \dot{E}_B; \quad \dot{U}_C = \dot{E}_C.$$

3. Определяем токи во всех трех фазах приемника, используя закон Ома:

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}_A} = \frac{220}{55} = 4 \text{ А}; \quad \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{\underline{Z}_B} = \frac{220e^{j240^\circ}}{44e^{j90^\circ}} = 5e^{+j150^\circ} = (-4,3 + j2,5) \text{ А};$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{\underline{Z}_C} = \frac{220e^{j120^\circ}}{36,6e^{-j90^\circ}} = 6e^{+j210^\circ} = (-5,2 - j3) \text{ А}.$$

4. Определяем комплексный ток в нейтральном проводе, воспользовавшись формулой (4.3):

$$\begin{aligned} \dot{I}_N &= \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 4 + (-4,3 + j2,5) + (-5,2 - j3) = \\ &= (-5,5 - j0,5) = 5,52e^{j\left(180^\circ + \arctg \frac{0,5}{5,5}\right)} = 5,52e^{+j185^\circ} \text{ А}. \end{aligned}$$

Модуль тока в нейтральном проводе $I_N = 5,52$ А соответствует искомому показанию амперметра.

Пример 4.4. В условиях примера 4.3 определить показания электромагнитных амперметров A_1 , A_2 и A_3 и вольтметра, включенных в линейные провода, как это показано на рис. 4.10 при обрыве (отсутствии) в цепи нейтрального провода.

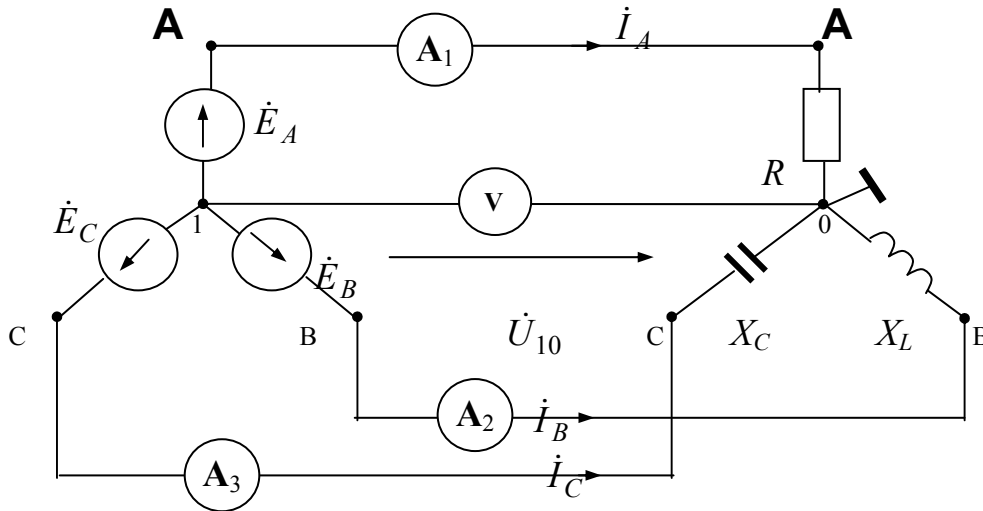


Рис. 4.10

Исходные данные: $\dot{E}_A = 220$ В; $\dot{E}_B = 220e^{j240^\circ} = (-110 - j190)$ В; $\dot{E}_C = 220e^{j120^\circ} = (-110 + j190)$ В; $Z_A = 55$ Ом; $Z_B = j44$ Ом; $Z_C = -j36,6$ Ом.

Решение. 1. Применяем метод узловых напряжений, в соответствии с которым промежуточной неизвестной величиной является узловое напряжение $\dot{U}_{10}$. Приняв нейтраль генератора за узел (1), а нейтраль приемника за опорный узел (0) и направив $\dot{U}_{10}$ от узла 1 к узлу 0, получаем $\dot{U}_{10} = \dot{J}_{11} / \underline{Y}_{11}$, где $J_{11} = -(\dot{E}_A \underline{Y}_A + \dot{E}_B \underline{Y}_B + \dot{E}_C \underline{Y}_C)$ и $\underline{Y}_{11} = (\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C)$.

2. Находим численные значения указанных выше величин

$$\underline{Y}_A = \frac{1}{Z_A} = \frac{1}{55} = 0,0182 \text{ См}; \quad \underline{Y}_B = \frac{1}{Z_B} = \frac{1}{j44} = -j0,0227 \text{ См};$$

$$\underline{Y}_C = \frac{1}{Z_C} = \frac{1}{-j36,6} = +j0,0273 \text{ См}; \quad \dot{E}_A \underline{Y}_A = 220 \cdot 0,0182 = 4 \text{ А};$$

$$\dot{E}_B \underline{Y}_B = 220e^{j240^\circ} \cdot 0,0227e^{-j90^\circ} = 5e^{j150^\circ} = (-4,3 + j2,5) \text{ А};$$

$$\dot{E}_C \underline{Y}_C = 220e^{j120^\circ} \cdot 0,0272e^{+j90^\circ} = 6e^{j210^\circ} = (-5,2 - j3) \text{ А};$$

$$\dot{J}_{11} = -[4 + (-4,3 + j2,5) + (-5,2 - j3)] = 5,5 + j0,5 = 5,52e^{j5,2^\circ} \text{ А};$$

$$\underline{Y}_{11} = 0,0182 - j0,0227 + j0,0273 = 0,0182 + j0,0046 = 0,0188e^{j14,2^\circ} \text{ См.}$$

3. Находим узловое напряжение:

$$\dot{U}_{10} = \frac{\dot{J}_{11}}{\underline{Y}_{11}} = \frac{5,52e^{j5,2^\circ}}{0,0182e^{j14,2^\circ}} = 234e^{-j9^\circ} = (289 - j46) \text{ В.}$$

Модуль этого напряжения $U_{10} = 234 \text{ В}$ определяет показание вольтметра V.

4. Определяем токи в линейных проводах, используя закон Ома для обобщенной ветви:

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \underline{Y}_A (\dot{E}_A + \dot{U}_{10}) = 0,0182[220 + (289 - j46)] = (9,3 - j0,8) = 9,3e^{-j5^\circ} \text{ А;} \\ \dot{I}_B &= \underline{Y}_B (\dot{E}_B + \dot{U}_{10}) = -j0,0227[(-110 - j190) + (289 - j46)] = \\ &= (-5,4 - j4,1) = 6,7e^{-j217^\circ} \text{ А;} \\ \dot{I}_C &= \underline{Y}_C (\dot{E}_C + \dot{U}_{10}) = +j0,0273[(-110 + j190) + (289 - j46)] = \\ &= (-3,9 + j4,9) = 6,3e^{j129^\circ} \text{ А.} \end{aligned}$$

Заметим, что при нахождении начальных фаз искомых токов использовался рис. 4.4 и приложенные к нему формулы.

5. Показания амперметров, включенных в линейные провода цепи, соответствуют модулям линейных токов и составляют $A_1 - 9,3 \text{ А}$; $A_2 - 6,7 \text{ А}$; $A_3 - 6,3 \text{ А}$.

Пример 4.5. В трехфазной симметричной цепи примера 4.1 произошел обрыв фазы А при отсутствии нулевого провода. Требуется определить комплексные токи и напряжения всех трех фаз приемника и комплексное напряжение между нейтральными точками приемника и генератора. Построить векторную диаграмму токов и напряжений цепи на комплексной плоскости.

Решение. 1. Исходные данные для расчета: $E_\phi = 220 \text{ В}$; $\underline{Z}_\phi = R = 22 \text{ Ом}$. Совмещая вектор ЭДС фазы А источника с осью вещественных чисел, получаем:

$$\dot{E}_A = 220 \text{ В}; \dot{E}_B = 220e^{-j120^\circ} = (-110 - j190) \text{ В}; \dot{E}_C = 220e^{+j120^\circ} = (-110 + j190) \text{ В.}$$

2. Линейные напряжения приемника остаются такими же, как и при симметричном режиме работы цепи:

$$\dot{U}_{AB} = 380e^{j30^\circ} = (330 + j190) \text{ В}; \dot{U}_{BC} = 380e^{-j90^\circ} = -j380 \text{ В}; \dot{U}_{CA} = (-330 + j190) \text{ В.}$$

Однако фазные напряжения здесь изменяются, поскольку в цепи отсутствует нулевой провод, поддерживающий их равными фазным напряжениям генератора.

3. Определяем комплексное напряжение между нейтральными точками приемника и генератора, используя формулу метода узловых напряжений и принимая нейтраль генератора (0) за опорный узел

$$\dot{U}_N = \frac{\dot{E}_A \underline{Y}_A + \dot{E}_B \underline{Y}_B + \dot{E}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N}.$$

В этой формуле $\underline{Y}_A = 0$ (фаза А оборвана); $\underline{Y}_B = \underline{Y}_C = 1/\underline{Z}_\phi = 0,0455 \text{ См}$; $\underline{Y}_N = 0$ (нет нейтрального провода). Таким образом

$$\begin{aligned} \dot{U}_N &= \frac{\dot{E}_B \underline{Y}_B + \dot{E}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_B + \underline{Y}_C} = \frac{[(-110 - j190) \cdot 0,0455] + [(-110 + j190) \cdot 0,0455]}{0,0455 + 0,0455} = \\ &= \frac{(-5 - j8,64) + (-5 + j8,64)}{0,091} = \frac{-10}{0,091} = -110 \text{ В}. \end{aligned}$$

4. Определяем комплексные токи в линейных проводах (они же фазные токи приемника). С учетом принятых в данном примере направлений токов и напряжений имеем:

$$\begin{aligned} \dot{I}_A &= \underline{Y}_A (\dot{E}_A - \dot{U}_N) = 0, \text{ так как } \underline{Y}_A = 0; \\ \dot{I}_B &= \underline{Y}_B (\dot{E}_B - \dot{U}_N) = 0,045[(-110 - j190) - (-110)] = \\ &= 0,0455(-j190) = -j8,64 = 8,64e^{-j90^\circ} \text{ А}; \\ \dot{I}_C &= \underline{Y}_C (\dot{E}_C - \dot{U}_N) = 0,045[(-110 + j190) - (-110)] = \\ &= 0,0455(+j190) = +j8,64 = 8,64e^{+j90^\circ} \text{ А}. \end{aligned}$$

Из этих расчетов следует, что $\dot{I}_C$ и $\dot{I}_B$ – это фактически один и тот же ток в контуре 0BB0'CC0 (фаза А разорвана), направление которого на рис. 4.2 принято в соответствии с направлением $\dot{U}_{BC}$, т.е. в направлении $\dot{I}_B$. Поэтому ток $\dot{I}_C$ имеет знак, противоположный $\dot{I}_B$. Действующее значение этого тока $I_B = I_C = 8,64 \text{ А}$.

5. Определяем комплексные фазные напряжения $\dot{U}_B$ и $\dot{U}_C$ приемника, воспользовавшись формулой закона Ома:

$$\dot{U}_B = \dot{I}_B \underline{Z}_B = -j8,64 \cdot 22 = -j190 \text{ В}; \quad \dot{U}_C = \dot{I}_C \underline{Z}_C = -j8,64 \cdot 22 = +j190 \text{ В}.$$

Отсюда следует, что $\dot{U}_C = -\dot{U}_B$ и истинное направление напряжения $\dot{U}_C$ на схеме рис. 4.2,а противоположно принятому. Действующие значения этих напряжений равны между собой и каждое из них равно половине действующего значения напряжения U_{BC} . Этот результат находится в полном соответствии с конфигурацией электрической схемы при обрыве фазы А и отсутствии линейного провода. В самом деле, ток в образовавшейся после разрыва фазы А

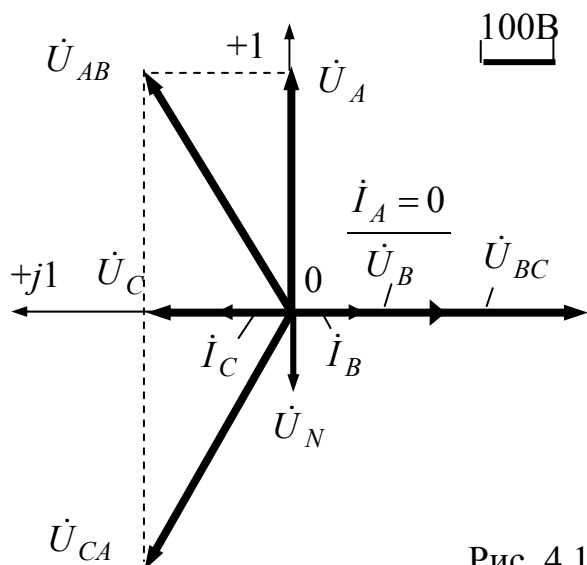
цепи протекает через два одинаковых сопротивления $\underline{Z}_\phi = R = 22$ Ом, соединенных между собой последовательно и находящихся под воздействием линейного напряжения $U_{BC} = 380$ В. На каждое из них приходится половина этого напряжения ($U_B = U_C = 190$ В), а действующее значение тока составляет $I_B = I_C = 380 / 44 = 8,64$ А.

6. Определяем комплексное напряжение $\dot{U}_A$ на оборванной фазе А. Непосредственно из закона Ома это напряжение найти невозможно, так как $\dot{I}_A = 0$ и $\underline{Z}_A = \infty$. Его определяем из рассмотрения контура 0AA0'A цепи, для которого в соответствии со вторым законом Кирхгофа имеем: $\dot{E}_A = \dot{U}_A + \dot{U}_N$ или $\dot{U}_A = \dot{E}_A - \dot{U}_N = 220 - (-110) = +330$ В.

7. Векторная диаграмма исследуемой цепи представлена на рис. 4.11 в двух вариантах.

В первом варианте (рис. 4.11,а) все вектора исходят из начала координат комплексной плоскости (точка 0). Во втором варианте (рис. 4.11,б) вектора линейных напряжений перенесены параллельно самим себе так, чтобы они опирались на концы векторов фазных напряжений. Такое их расположение позволяет определять действующие значения токов и напряжений, используя только геометрию равностороннего треугольника.

а)



б)

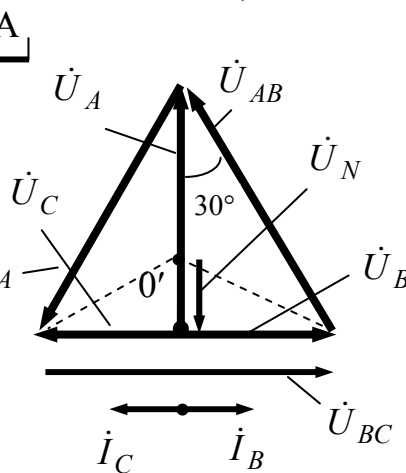


Рис. 4.11

Очевидно, что здесь нейтральная точка 0' симметричного режима опустилась на середину вектора $\dot{U}_{BC}$ и поэтому действующие значения напряжений фаз В и С стали равными половине действующего значения линейного напряжения: $U_B = U_C = U_\phi / 2 = 380 / 2 = 190$ В (на схеме цепи два одинаковых сопротивления $R = 22$ Ом соединены последовательно и находятся

под воздействием линейного напряжения $\dot{U}_\Delta = 380 \text{ В}$). Действующее значение напряжения $\dot{U}_A$ на разорванной фазе А определяет высота равностороннего треугольника, величина которой $\dot{U}_A = \dot{U}_{AB} \cos 30^\circ = 380 \cdot 0,86 = 330 \text{ В}$.

Действующее значение напряжения на нейтральном проводе U_N определяется на диаграмме рис. 4.11,б расстоянием между точками 0' при симметричном и исследуемым режимах работы: $U_N = 220 \cdot \cos 60^\circ = 110 \text{ В}$. Заметим, что при определении U_A и U_N можно использовать также известный из курса математики факт, что центр равностороннего треугольника делит его высоту в отношении 2 : 1. Действующие значения токов в фазах В и С

$$I_B = I_C = U_\Delta / 2R = 380 / 44 = 8,64 \text{ А}.$$

Пример 4.6. В трехфазной цепи примера 4.1 произошло короткое замыкание фазы А при отсутствии нейтрального провода. Требуется определить комплексные токи и напряжения всех трех фаз приемника, а также напряжение между нейтральной точкой приемника и генератора; построить векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости.

Решение. 1. Исходные данные для расчета: $\dot{E}_\phi = 220 \text{ В}$; $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z}_\phi = R = 22 \text{ Ом}$. Совместим ЭДС фазы А с осью вещественных чисел и получим $\dot{E}_A = 220 \text{ В}$; $\dot{E}_B = 220e^{-j120^\circ} = (-110 - j190) \text{ В}$; $\dot{E}_C = 220e^{+j120^\circ} = (-110 + j190) \text{ В}$.

2. Линейные напряжения приемника остаются такими же, как и при симметричном режиме работы $\dot{U}_{AB} = 380e^{j30^\circ} = (330 + j190) \text{ В}$;

$\dot{U}_{BC} = 380e^{-j90^\circ} = -j380 \text{ В}$; $\dot{U}_{CA} = 380e^{+j150^\circ} = (-330 + j190) \text{ В}$. Однако фазные напряжения приемника претерпевают изменения.

3. Определяем комплексное напряжение $\dot{U}_N$ между нейтральными точками приемника и генератора. Формула метода узловых напряжений здесь не годится, так как при коротком замыкании фазы А $\underline{Y}_A = \infty$ и она приводит к неопределенности вида ∞ / ∞ . Поэтому комплексное напряжение $\dot{U}_N$ находим, рассмотрев контур 0АА'0' и составив для него уравнение по второму закону Кирхгофа: $\dot{E}_A = \dot{U}_A + \dot{U}_N$. При коротком замыкании фазы А, $\dot{U}_A = 0$, и получаем, что $\dot{U}_N = \dot{E}_A = 220 \text{ В}$.

4. Определяем комплексные токи в фазах В и С приемника:

$$\dot{I}_B = \underline{Y}_B (\dot{E}_B - \dot{U}_N) = 0,045[(-110 - j190) - 220] = (-15 - j8,6) = 17,3e^{-j150^\circ} \text{ A};$$

$$\dot{I}_C = \underline{Y}_C (\dot{E}_C - \dot{U}_N) = 0,045[(+110 + j190) - 220] = (-15 + j8,6) = 17,3e^{+j150^\circ} \text{ A}.$$

5. Определяем комплексный ток в линейном проводе А, используя соотношение, согласно которого $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$. Тогда $\dot{I}_A = -(\dot{I}_B + \dot{I}_C) = -[-15 - j8,6] + (-15 + j8,6) = -(-30) = +30 \text{ A}$.

6. Определяем комплексные напряжения на фазах В и С приемника (напряжение $\dot{U}_A = 0$), используя формулу закона Ома:

$$\dot{U}_B = \dot{I}_B \underline{Z}_B = [(-15 - j8,6) \cdot 22] = (-330 - j190) = 380e^{-j150^\circ} \text{ В}, \quad \dot{U}_B = -\dot{U}_{AB};$$

$$\dot{U}_C = \dot{I}_C \underline{Z}_C = [(-15 + j8,6) \cdot 22] = (-330 + j190) = 380e^{+j150^\circ} \text{ В}, \quad \dot{U}_C = \dot{U}_{CA}.$$

7. Векторная диаграмма токов и напряжений при коротком замыкании фазы А показана на рис. 4.12 в двух вариантах.

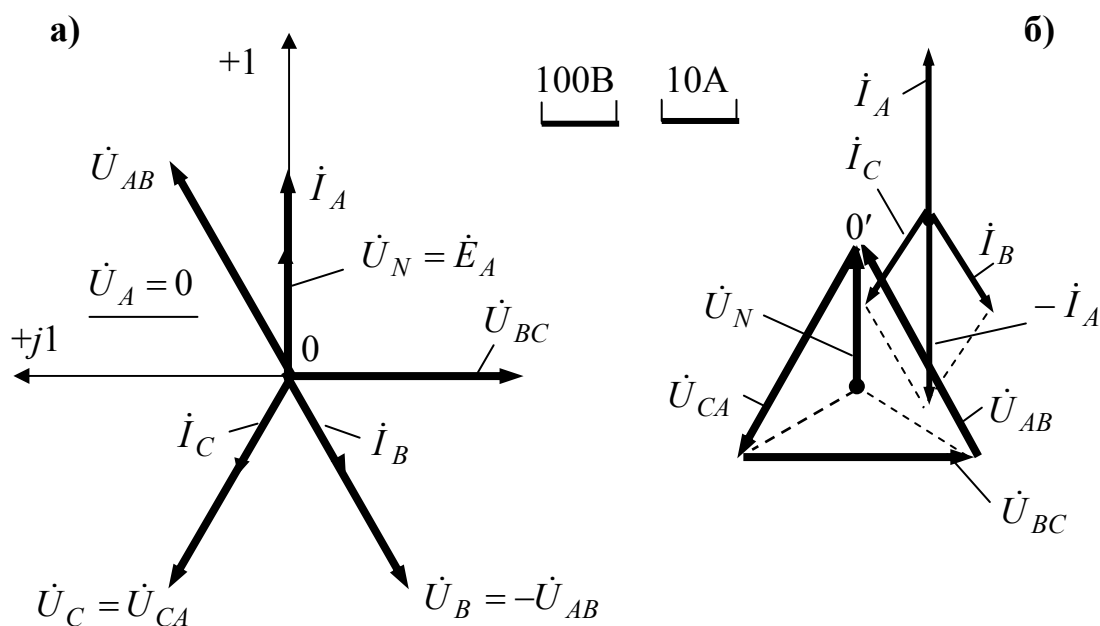


Рис. 4.12

В первом варианте (рис. 4.12,а) все векторы расположены в начале координат комплексной плоскости (точка 0). Во втором варианте (рис.4.12,б) векторы линейных напряжений перенесены параллельно самим себе так, чтобы они расположились между концами соответствующих фазных векторов. Такое их расположение позволяет определять действующие значения всех фазных токов и напряжений цепи, не производя ее полного расчета.

Очевидно, что точка 0' диаграммы, находящаяся при симметричном режиме работы в центре равностороннего треугольника, перемещается при коротком

замыкании фазы А ($\dot{U}_A = 0$) вверх и совпадает с его вершиной. При этом действующие значения напряжений на фазах В и С становятся равными линейным напряжениям и составляют $U_B = U_C = 380$ В, т.е. увеличиваются по сравнению с симметричным режимом работы данной цепи в $\sqrt{3}$ раз. Токи в фазах В и С совпадают по фазе со своими фазными напряжениями, и их действующие значения составляют $I_B = I_C = 17,3$ А, т. е. возрастают по сравнению с симметричным режимом работы также в $\sqrt{3}$ раз. Ток в закороченной фазе А $\dot{I}_A = -(\dot{I}_B + \dot{I}_C)$. Его действующее значение, как это непосредственно следует из геометрических построений, составляет 30 А и увеличивается по сравнению с симметричным режимом работы в 3 раза.

4.1.6. Мощность трехфазной цепи

Комплексная мощность трехфазной цепи равна сумме комплексных мощностей всех трех ее фаз:

$$\tilde{S}_{3\phi} = \tilde{S}_A + \tilde{S}_B + \tilde{S}_C, \quad (4.8)$$

$$\tilde{S}_A = \dot{U}_A^* \dot{I}_A = S_A e^{j\varphi_A} = P_A + jQ_A;$$

$$\tilde{S}_B = \dot{U}_B^* \dot{I}_B = S_B e^{j\varphi_B} = P_B + jQ_B; \quad \tilde{S}_C = \dot{U}_C^* \dot{I}_C = S_C e^{j\varphi_C} = P_C + jQ_C.$$

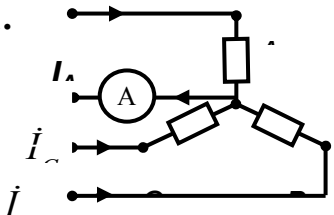
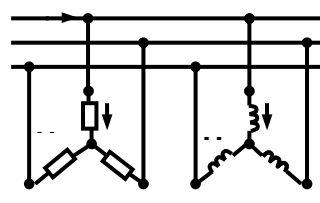
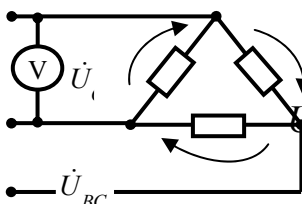
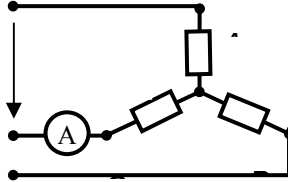
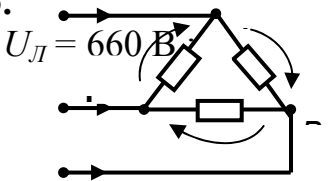
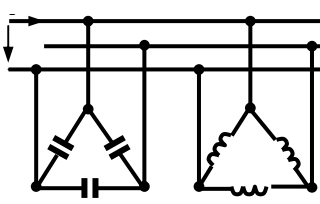
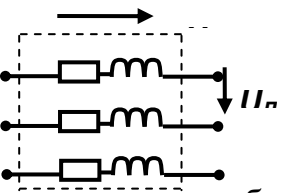
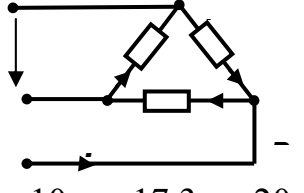
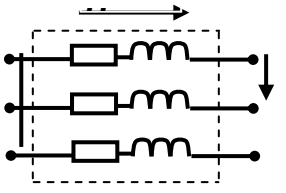
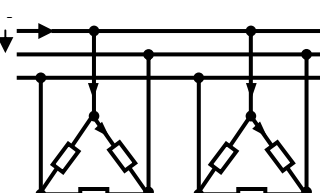
Здесь $\dot{I}_A^*$, $\dot{I}_B^*$ и $\dot{I}_C^*$ – комплексные токи, сопряженные соответствующим комплексным токам фаз $\dot{I}_A$, $\dot{I}_B$ и $\dot{I}_C$. С учетом формулы (4.10) для комплексной мощности трехфазной цепи получаем

$$\tilde{S}_{3\phi} = \sum P_\phi + j \sum Q_\phi, \text{ где } \sum P_\phi = P_A + P_B + P_C \text{ и } \sum Q_\phi = Q_A + Q_B + Q_C. \quad (4.9)$$

В частном случае при симметричном режиме работы трехфазной цепи имеем $P_{3\phi} = 3P_\phi$; $Q_{3\phi} = 3Q_\phi$; $S_\phi = U_\phi I_\phi = \sqrt{P_\phi^2 + Q_\phi^2}$. С учетом формул (4.5) и (4.9) получаем для соединения приемников как звездой, так и треугольником:

$$P_{3\phi} = \sqrt{3} U_{л} I_{л} \cos \varphi; \quad Q_{3\phi} = \sqrt{3} U_{л} I_{л} \sin \varphi; \quad S_{3\phi} = \sqrt{3} U_{л} I_{л} = \sqrt{(P_{3\phi})^2 + (Q_{3\phi})^2}.$$

Вопросы для самопроверки по теме 4.1

1.  Дано: $\dot{I}_A = j10 \text{ A};$ $\dot{I}_B = j20 \text{ A};$ $\dot{I}_C = j10 \text{ A}.$ Определите показание амперметра электромагнитной системы А. 10 20 30 $\sqrt{2}$ $\sqrt{40}$ 1. 2. 3. 4. 5.	6.  Дано: $U_\phi = 120 \text{ В};$ $X_\phi = 40 \text{ Ом};$ $R_\phi = 30 \text{ Ом}.$ Определите линейный ток I_L, А. 8 7 6 5 4 1. 2. 3. 4. 5.
2.  Дано: $\dot{U}_{AB} = -j500 \text{ В};$ $\dot{U}_{BC} = j200 \text{ В}.$ Определите показание вольтметра, В. 300 -300 $j500$ $j300$ $-j200$ 1. 2. 3. 4. 5.	7.  Дано: $U_L = 660 \text{ В};$ $R = 33 \text{ Ом}.$ Определите показание амперметра. 5 10 15 20 33 1. 2. 3. 4. 5.
3.  Дано: $U_L = 660 \text{ В};$ $I_L = 17,3 \text{ А};$ $R_{AB} = R_{BC} = R_{CA}.$ Найдите сопротивление фазы R, Ом. 10 17,3 22 38 66 1. 2. 3. 4. 5.	8.  Дано: $U_L = 440 \text{ В};$ $X_\phi = 38 \text{ Ом}.$ Определите линейный ток I_L, ампер. 0 10 17,3 20 34,6 1. 2. 3. 4. 5.
4.  Дано: $U_\phi = 220 \text{ В};$ Как соединить обмотки двигателя для его работы при $U_L = 380 \text{ В}$? звездой, последов., треугол., параллел. 1. 2. 3. 4.	9.  Дано: $U_L = 440 \text{ В};$ $R = 22 \text{ Ом}.$ Определите ток I_{BC}, А. 10 17,3 20 34,6 38 1. 2. 3. 4. 5.
 Дано: $U_L = 380 \text{ В};$ $\underline{Z} = (6 + j8) \text{ Ом}.$ Определите активную мощность двигателя, кВт. 9,12 5,28 3,96 11,4 15 1. 2. 3. 4. 5.	10.  Дано: $U_L = 440 \text{ В};$ $R_\phi = 38 \text{ Ом}.$ Определите линейный ток I_L, А. 5 10 17,3 20 34,6 1. 2. 3. 4. 5.

4.2. Метод симметричных составляющих

Расчет несимметричных режимов работы трехфазных электрических цепей методами, изложенными в теме 4.1 настоящего УМК, возможен только в том случае, когда в них отсутствуют вращающиеся электрические машины (генераторы и двигатели) либо их внутренние сопротивления настолько малы, что ими можно пренебречь по сравнению с сопротивлениями проводов и сопротивлениями приемников.

Дело в том, что сопротивления обмоток трехфазных генераторов и двигателей, в силу особенности их конструкции, сложным образом зависят от несимметрии токов и не могут быть заданы для каждого конкретного случая. Они легко определяются только для симметричных режимов работы и приводятся в паспортных данных машин.

Метод симметричных составляющих основан на замене расчета одной несимметричной цепи расчетом токов в трех симметричных цепях, в каждой из которых действуют независимые друг от друга симметричные системы ЭДС токов и напряжений. Это позволяет применять к ним принцип наложения и находить реальные токи несимметричной трехфазной цепи как сумму токов в трех независимых друг от друга симметричных трехфазных цепях.

Этот метод был разработан для расчетов токов при коротких замыканиях в трехфазных цепях, содержащих вращающиеся машины. Однако в силу своей универсальности он применяется и для расчета других несимметричных режимов работы трехфазных цепей.

В основе метода лежит возможность разложения несимметричных трехфазных систем ЭДС, токов и напряжений на три симметричные составляющие: прямой, обратной и нулевой последовательностей.

На рис. 4.13 в качестве примера показана несимметричная система фазных ЭДС генератора (а) и ее составляющие прямой (б), обратной (в) и нулевой (г) последовательностей (даны вне реальных масштабов). Симметричные составляющие ЭДС прямой последовательности обозначены индексом (1), симметричные составляющие ЭДС обратной последовательности индексом (2) и составляющие ЭДС нулевой последовательности индексом (0).

Симметричные составляющие векторов ЭДС прямой и обратной последовательностей (рис. 4.13,б и в) образуют симметричные трехфазные звезды, а симметричные составляющие ЭДС нулевой последовательности состоят из трех одинаковых векторов, совпадающих между собой по фазе (рис. 4.13,г).

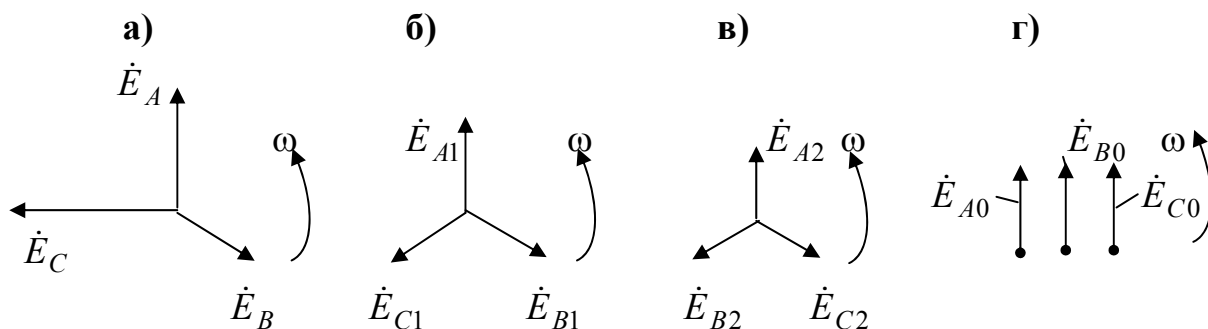


Рис. 4.13

Все системы векторов, показанные на рис. 4.13, вращаются, как это и принято в теории цепей, с угловой скоростью ω против часовой стрелки. Однако система прямой последовательности имеет порядок чередования фаз ABC (т. е. порядок прохождения вращающимися векторами оси вещественных чисел комплексной плоскости), система обратной последовательности имеет порядок следования фаз ACB, а в системе нулевой последовательности все три вектора проходят при своем вращении ось вещественных чисел одновременно.

Несимметричную систему векторов фазных ЭДС генератора (а также по аналогии с ней систему токов и систему напряжений) можно записать в виде суммы симметричных составляющих прямой, обратной и нулевой последовательностей следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_A &= \dot{E}_{A1} + \dot{E}_{A2} + \dot{E}_{A0} \\ \dot{E}_B &= \dot{E}_{B1} + \dot{E}_{B2} + \dot{E}_{B0} \\ \dot{E}_C &= \dot{E}_{C1} + \dot{E}_{C2} + \dot{E}_{C0} \end{aligned} \right\}. \quad (4.10)$$

Используя понятие о фазовом множителе a , приведенное в теме 3.8, симметричные составляющие векторов ЭДС (а также токов и напряжений) прямой, обратной и нулевой последовательностей можно выразить через симметричные составляющие векторов фазы А:

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_{A1} &= \dot{E}_{A1}; & \dot{E}_{B1} &= a^2 \dot{E}_{A1}; & \dot{E}_{C1} &= a \dot{E}_{A1} \\ \dot{E}_{A2} &= \dot{E}_{A2}; & \dot{E}_{B2} &= a \dot{E}_{A2}; & \dot{E}_{C2} &= a^2 \dot{E}_{A2} \\ \dot{E}_{A0} &= \dot{E}_{A0}; & \dot{E}_{B0} &= \dot{E}_{A0}; & \dot{E}_{C0} &= \dot{E}_{A0} \end{aligned} \right\}. \quad (4.11)$$

С учетом (4.11) уравнения (4.10) принимают следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_A &= \dot{E}_{A1} + \dot{E}_{A2} + \dot{E}_{A0} \\ \dot{E}_B &= a^2 \dot{E}_{A1} + a \dot{E}_{A2} + \dot{E}_{A0} \\ \dot{E}_C &= a \dot{E}_{A1} + a^2 \dot{E}_{A2} + \dot{E}_{A0} \end{aligned} \right\}. \quad (4.12)$$

Соотношения (4.13) позволяют находить реальную несимметричную систему ЭДС (а также по этому образцу несимметричную систему токов и напряжений) по ее симметричным составляющим прямой, обратной и нулевой последовательностей. Решая систему уравнений (4.13) относительно симметричных составляющих, находим, что

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_{A1} &= (1/3) (\dot{E}_A + a \dot{E}_B + a^2 \dot{E}_C) \\ \dot{E}_{A2} &= (1/3) (\dot{E}_A + a^2 \dot{E}_B + a \dot{E}_C) \\ \dot{E}_{A0} &= (1/3) (\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C) \end{aligned} \right\}. \quad (4.13)$$

Эти уравнения позволяют находить симметричные составляющие прямой, обратной и нулевой последовательностей для любой известной (заданной) несимметричной системы ЭДС (а также по этому образцу токов и напряжений).

Пример 4.7. Рассмотрим последовательность расчета несимметричной трехфазной электрической цепи методом симметричных составляющих на примере линии электропередачи (ЛЭП), представленной на рис. 4.14,а. Линия подключена к несимметричному трехфазному генератору, обмотки которого соединены звездой. В ЛЭП произошло короткое замыкание на землю. Сопротивления этого короткого замыкания $\underline{Z}_{KA}$, $\underline{Z}_{KB}$ и $\underline{Z}_{KC}$ известны. Известны также сопротивления проводов ЛЭП $\underline{Z}_л$, сопротивление нейтрального провода $\underline{Z}_N$, сопротивления обмоток генератора токам прямой $\underline{Z}_{Г1}$, обратной $\underline{Z}_{Г2}$ и нулевой $\underline{Z}_{Г0}$ последовательностей и система фазных ЭДС генератора $\dot{E}_A, \dot{E}_B, \dot{E}_C$ (в общем случае – несимметричная). Требуется определить токи в линейных проводах цепи $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$.

Решение. Расчет данной цепи производим в следующем порядке.

1. Заменяем место несимметрии трехфазной цепи (место короткого замыкания) эквивалентным источником с несимметричной системой фазных напряжений $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ (рис. 4.14,б) и при этом получаем, что

$$\dot{U}_A = \underline{Z}_{KA} \dot{I}_A; \quad \dot{U}_B = \underline{Z}_{KB} \dot{I}_B; \quad \dot{U}_C = \underline{Z}_{KC} \dot{I}_C. \quad (4.14)$$

При таком подходе сама трехфазная цепь становится симметричной, а несимметричными остаются только трехфазный генератор (источник ЭДС) и источник напряжения в месте короткого замыкания. ЭДС и напряжения этих

источников можно разложить на составляющие прямой, обратной и нулевой последовательностей, используя в качестве образца формулы (4.13).

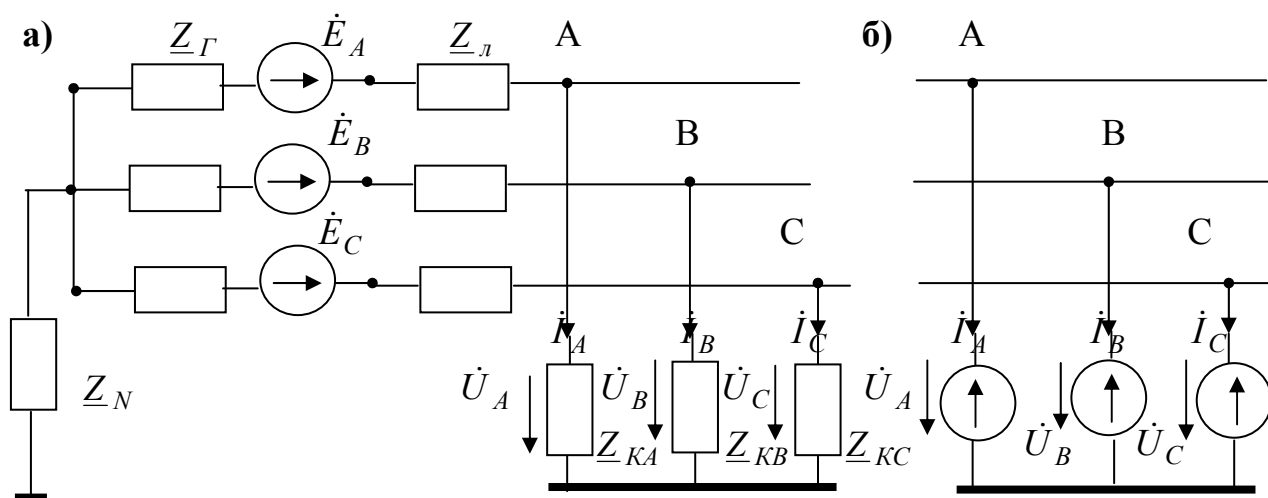


Рис. 4.14

Условие симметричности трехфазной цепи является здесь определяющим, так как только у симметричных цепей симметричные составляющие ЭДС напряжений и токов действуют независимо друг от друга и, следовательно, можно применять к ним принцип наложения. Таким образом, вместо одной несимметричной трехфазной цепи в рассмотрение вводятся три симметричные трехфазные цепи, в каждой из которых действуют ЭДС, токи и напряжения только одной последовательности.

2. Составляем три независимые друг от друга трехфазные цепи для определения токов прямой, обратной и нулевой последовательностей. В каждой из них действуют токи, напряжения и ЭДС только своей последовательности.

В трехфазной симметричной цепи, составленной для определения токов прямой последовательности, действуют только составляющие токов напряжений и ЭДС прямой последовательности. В трехфазной симметричной цепи, составленной для определения токов обратной последовательности, действуют только составляющие токов напряжений и ЭДС обратной последовательности. В трехфазной симметричной цепи, составленной для определения токов нулевой последовательности, действуют составляющие токов напряжений и ЭДС только этой последовательности.

Каждая такая цепь работает в симметричном режиме, и поэтому достаточно рассчитать симметричные составляющие токов и напряжений только для одной из ее фаз. Обычно для этого используется фаза А.

На рис. 4.15 показаны схемы для расчета токов прямой (а), обратной (б) и нулевой (в) последовательностей, составленные для фазы А.

На этих схемах $\dot{I}_{A1}$, $\dot{U}_{A1}$ и $\dot{E}_{A1}$ - симметричные составляющие токов, напряжений и ЭДС прямой последовательности фазы А; $\dot{I}_{A2}$, $\dot{U}_{A2}$ и $\dot{E}_{A2}$ - симметричные составляющие токов, напряжений и ЭДС обратной последовательности фазы А; $\dot{I}_{A0}$, $\dot{U}_{A0}$ и $\dot{E}_{A0}$ - симметричные составляющие токов, напряжений и ЭДС нулевой последовательности фазы А.

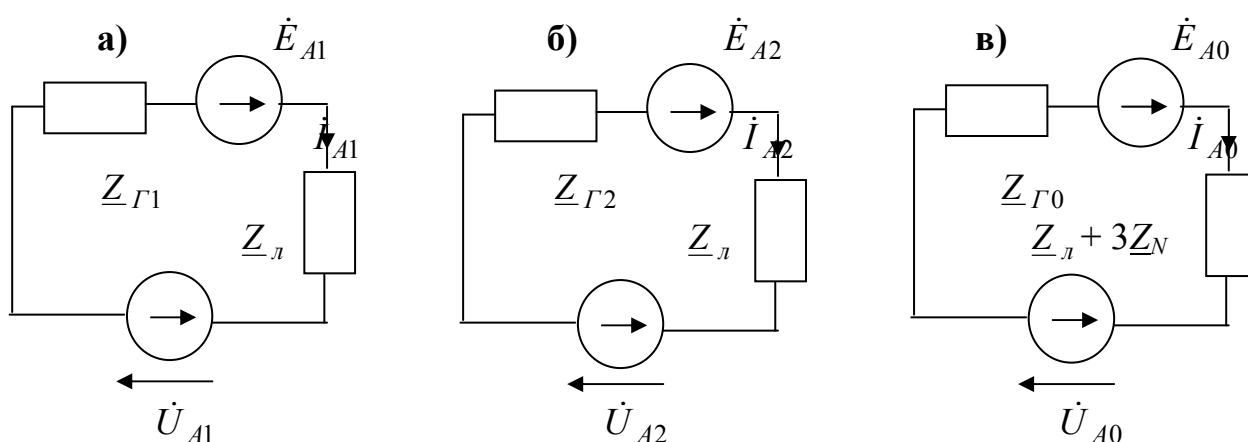


Рис. 4.15

3. Определяем сопротивления трехфазной цепи, которые они оказывают токам прямой, обратной и нулевой последовательностей.

Сопротивления генератора токам прямой, обратной и нулевой последовательностей $\underline{Z}_{G1}$, $\underline{Z}_{G2}$ и $\underline{Z}_{G0}$ не равны друг другу и заданы в его паспортных данных.

Сопротивление ЛЭП токам прямой и обратной последовательностей равны друг другу и реальному сопротивлению проводов: $\underline{Z}_{L1} = \underline{Z}_{L2} = \underline{Z}_L$.

Сопротивления ЛЭП токам нулевой последовательности содержит сопротивление линии $\underline{Z}_L$ и, кроме того, утроенное сопротивление нейтрального провода: $\underline{Z}_{L0} = \underline{Z}_L + 3\underline{Z}_N$. Так происходит, потому что в нейтральном проводе симметричной трехфазной цепи протекает утроенный ток нулевой последовательности, и в однофазной схеме для сохранения ее эквивалентности с реальной следует утраивать сопротивление нейтрального провода.

4. Составляем (в соответствии со вторым законом Кирхгофа) уравнения для цепей, представленных на рис. 4.15, и получаем

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_{A1} &= \dot{I}_{A1}(\underline{Z}_{\Gamma 1} + \underline{Z}_{\mathcal{L}1}) + \dot{U}_{A1} \\ \dot{E}_{A2} &= \dot{I}_{A2}(\underline{Z}_{\Gamma 2} + \underline{Z}_{\mathcal{L}2}) + \dot{U}_{A2} \\ \dot{E}_{A0} &= \dot{I}_{A0}(\underline{Z}_{\Gamma 0} + \underline{Z}_{\mathcal{L}0}) + \dot{U}_{A0} \end{aligned} \right\}. \quad (4.15)$$

В этих трех уравнениях шесть неизвестных величин: три тока ($\dot{I}_{A1}, \dot{I}_{A2}, \dot{I}_{A0}$) и три напряжения ($\dot{U}_{A1}, \dot{U}_{A2}, \dot{U}_{A0}$). Для их определения требуется привлечь еще три дополнительных уравнения, которыми служат уравнения (4.14), описывающие место несимметрии (место короткого замыкания). Разлагая систему напряжений эквивалентного источника и систему линейных токов на симметричные составляющие по образцу формул (4.12), получаем уравнения (4.14) в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{A1} + \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} &= \underline{Z}_{KA}(\dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0}) \\ a^2\dot{U}_{A1} + a\dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} &= \underline{Z}_{KB}(a^2\dot{I}_{A1} + a\dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0}) \\ a\dot{U}_{A1} + a^2\dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} &= \underline{Z}_{KC}(a\dot{I}_{A1} + a^2\dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0}) \end{aligned} \right\}. \quad (4.16)$$

5. Решая систему из шести уравнений (4.15) и (4.16), находим все шесть неизвестных величин, которыми являются симметричные составляющие линейных токов цепи прямой, обратной и нулевой последовательностей ($\dot{I}_{A1}, \dot{I}_{A2}, \dot{I}_{A0}$) и симметричные составляющие напряжений эквивалентного источника прямой, обратной и нулевой последовательностей ($\dot{U}_{A1}, \dot{U}_{A2}, \dot{U}_{A0}$).

6. Находим реальные линейные токи цепи по их симметричным составляющим, используя в качестве образца формулы (4.13):

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0} \\ \dot{I}_B &= a^2\dot{I}_{A1} + a\dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0} \\ \dot{I}_C &= a\dot{I}_{A1} + a^2\dot{I}_{A2} + \dot{I}_{A0} \end{aligned} \right\}. \quad (4.17)$$

7. Находим реальные напряжения по их симметричным составляющим, используя в качестве образца формулы (4.13):

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_A &= \dot{U}_{A1} + \dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} \\ \dot{U}_B &= a^2\dot{U}_{A1} + a\dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} \\ \dot{U}_C &= a\dot{U}_{A1} + a^2\dot{U}_{A2} + \dot{U}_{A0} \end{aligned} \right\}. \quad (4.18)$$

Пример 4.8. Трехфазный генератор вырабатывает несимметричную систему фазных ЭДС:

$$\dot{E}_A = 220 \text{ В}; \quad \dot{E}_B = 220e^{-j90^\circ} = -j220 \text{ В}; \quad \dot{E}_C = 220e^{+j90^\circ} = +j220 \text{ В}.$$

Векторная диаграмма этих ЭДС на комплексной плоскости показана на рис. 4.16,а. Требуется определить симметричные составляющие ЭДС генератора прямой, обратной и нулевой последовательностей.

Решение. В соответствии с формулами (4.14) имеем:

1. Симметричные составляющие прямой последовательности

$$\begin{aligned} \dot{E}_{A1} &= \frac{1}{3}(\dot{E}_A + a\dot{E}_B + a^2\dot{E}_C) = \frac{1}{3}\left[220 + \left(e^{j120^\circ}\right) \cdot 220e^{-j90^\circ} + \left(e^{j240^\circ}\right) \cdot 220e^{+j90^\circ}\right] = \\ &= \frac{1}{3}\left(220 + 220e^{+j30^\circ} + 220e^{+j330^\circ}\right) = \frac{1}{3}[220 + (190 + j110) + (190 - j110)] = \\ &= \frac{1}{3}(220 + 380) = \frac{600}{3} = 200 \text{ В}. \end{aligned}$$

2. Симметричные составляющие обратной последовательности

$$\begin{aligned} \dot{E}_{A2} &= \frac{1}{3}(\dot{E}_A + a^2\dot{E}_B + a\dot{E}_C) = \frac{1}{3}\left[220 + \left(e^{j240^\circ}\right) \cdot 220e^{-j90^\circ} + e^{j120^\circ} \cdot 220e^{+j90^\circ}\right] = \\ &= \frac{1}{3}\left[220 + 220e^{j150^\circ} + 220e^{j210^\circ}\right] = \frac{1}{3}[220 + (-360)] = \frac{-160}{3} = -53,3. \end{aligned}$$

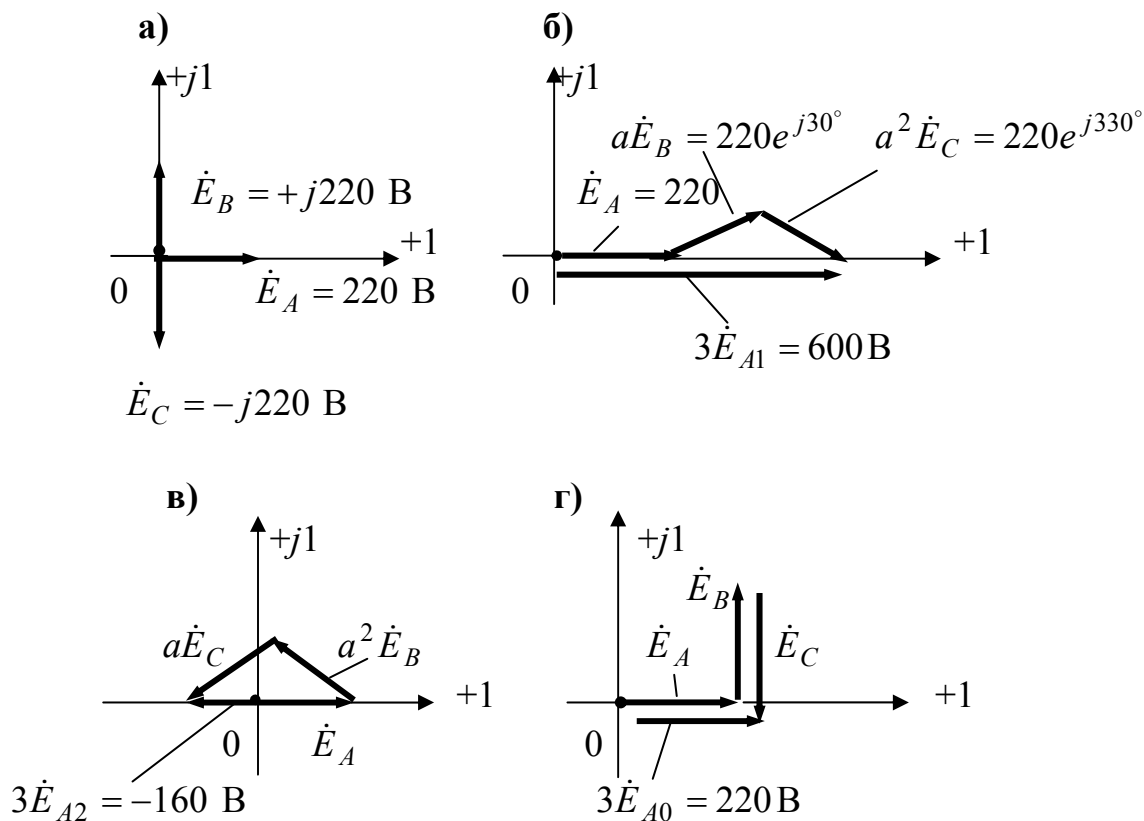


Рис. 4.16

3. Симметричные составляющие нулевой последовательности

$$\dot{E}_{A0} = \frac{1}{3}(\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C) = \frac{1}{3}[220 - j220 + j220] = \frac{220}{3} = 73,3 \text{ В.}$$

Графическая интерпретация разложения несимметричной системы фазных ЭДС генератора на симметричные составляющие дана на рис. 4.16,б, в, г.

Проверку правильности решения осуществим с помощью формул (4.13)

$$\dot{E}_A = \dot{E}_{A1} + \dot{E}_{A2} + \dot{E}_{A0} = 200 - 53,3 + 73,3 = 220 \text{ В;}$$

$$\begin{aligned} \dot{E}_B &= a^2 \dot{E}_{A1} + a \dot{E}_{A2} + \dot{E}_{A0} = 200e^{j240^\circ} + \left(-53,3e^{j120^\circ}\right) + 73,3 = (-100 - j173,2) + \\ &+ (+26,7 - j46,2) + 73,3 = -j220 \text{ В;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{E}_C &= a \dot{E}_{A1} + a^2 \dot{E}_{A2} + \dot{E}_{A0} = 200e^{j120^\circ} + \left(-53,3e^{j240^\circ}\right) + 73,3 = (-100 + j173,2) + \\ &+ (26,7 + j46,2) + 73,3 = +j220 \text{ В.} \end{aligned}$$

Полученный результат совпадает с исходными данными, поэтому задача решена верно.

Вопросы для самопроверки

1. В каких случаях для расчета цепей следует использовать метод симметричных составляющих?

2. На чем основан метод симметричных составляющих?

3. Укажите порядок чередования фазных напряжений для прямой, обратной и нулевой последовательности.

4. Как можно записать несимметричную систему векторов фазных ЭДС генератора?

4.3. Цепи с распределенными параметрами

4.3.1. Общие положения

Параметры линий электропередачи, линий связи, волноводов и некоторых других электро- и радиотехнических устройств распределены на всем их протяжении и указываются на единицу длины (на 1 метр или 1 километр). Обозначим их R , L , G и C и назовем *первичными параметрами*. Линии, у которых параметры распределены равномерно по их длине, называются *однородными*. Именно такие линии рассматриваются в данной теме.

В качестве примера возьмем двухпроводную линию передач. Если к ней приложить некоторое напряжение u_1 , то, продвигаясь вдоль линии, можно заметить, что напряжение между проводами и ток в проводах не остаются одинаковыми, а изменяются вдоль линии из-за токов утечки через изоляцию и токов смещения.

Таким образом, напряжение и ток в линии есть функции двух переменных – времени t и расстояния x от ее начала.

4.3.2. Дифференциальные уравнения линии

Найдем зависимость тока i и напряжения u от времени t и расстояния x . Для этого рассмотрим бесконечно малый участок линии длиной dx , расположенный на расстоянии x от начала линии (левые зажимы). Общую длину линии обозначим ℓ .

Электрическая схема этого участка dx показана на рис. 4.17. Вся линия может рассматриваться как цепная схема с бесконечно большим числом бесконечно малых звеньев. Каждое из звеньев состоит из следующих элементов: Rdx – активное сопротивление проводов участка; Ldx – индуктивность участка; Cdx – емкость между проводами участка; Gdx – активная проводимость изоляции участка.

При этом напряжение в начале участка (u); напряжение в конце участка ($u+du$); ток в начале участка (i); ток в конце участка ($i+di$); ток в изоляции $i(x)$.

В начале составим уравнение по 2-му закону Кирхгофа для контура $acdb$, обойдя его по часовой стрелке:

$$-u + iRdx + Ldx \frac{di}{dt} + (u + du) = 0, \quad \text{откуда} \quad -du = iRdx + Ldx \frac{di}{dt}$$

или

$$-\frac{du}{dx} = iR + L \frac{di}{dt}. \quad (4.19)$$

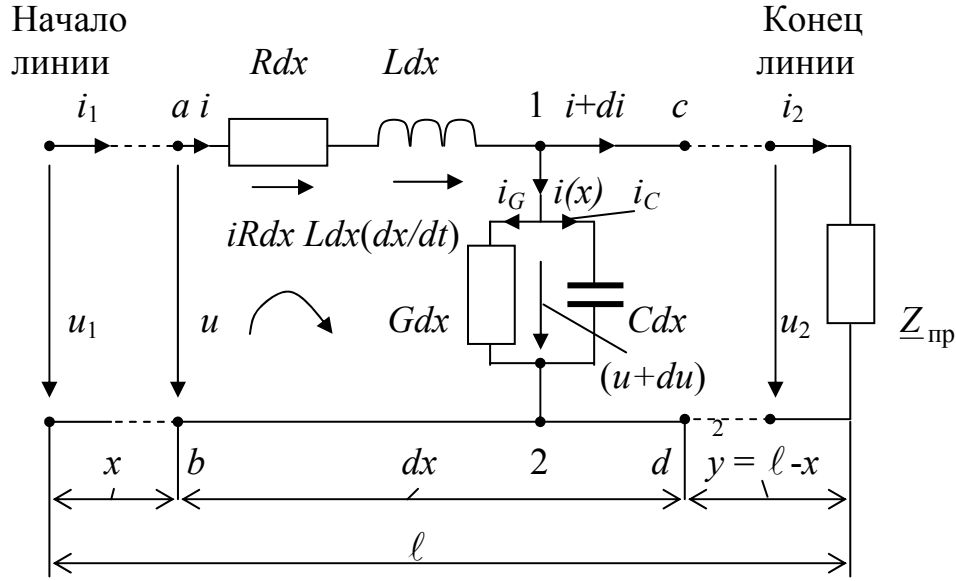


Рис. 4.17

Затем составим уравнение для токов, протекающих на участке dx . В соответствии с 1-м законом Кирхгофа для узла 1 имеем

$$i = i(x) + (i + di) \text{ или } i(x) = i - (i + di) = -di.$$

В свою очередь, ток $i(x)$ есть сумма токов, протекающих через активную проводимость участка $i_G = Gdx(u+du)$ и через емкость участка $i_C = Cdx \frac{d}{dt}(u + du)$. Поэтому

$$i(x) = Gdx(u + du) + Cdx \frac{d}{dt}(u + du) = Gdxu + Gdxdu + Cdx \frac{du}{dt} + Cdx \frac{d}{dt}(du).$$

В этом уравнении величинами $Gdxdu$ и $Cdx \frac{d}{dt}(du)$ можно пренебречь как бесконечно малыми второго порядка малости. Тогда получаем, что $i(x) = -di = Gdxu + Cdx \frac{du}{dt}$, откуда $-di = \left(Gu + C \frac{du}{dt} \right) dx$ или

$$-\frac{di}{dx} = G \cdot u + C \frac{du}{dt}. \quad (4.20)$$

Уравнения (4.19) и (4.20) представляют собой систему дифференциальных уравнений линии.

В электротехнической литературе эти уравнения известны как *телеграфные*. Их решение дает значения тока и напряжения в любой точке

линии при любом характере изменения тока и напряжения во времени на зажимах линии и при любых видах электромагнитных процессов в ней – установившихся и переходных.

4.3.3. Уравнения для установившегося синусоидального режима

Пусть ток и напряжение в начале линии определяются следующими уравнениями:

$$u_1 = U_{m1} \sin(\omega t + \psi_{u1}) ; \quad i_1 = I_{m1} \sin(\omega t + \psi_{i1}) .$$

Определим значения тока i и напряжения u на расстоянии x от начала линии. При решении задачи воспользуемся комплексным методом.

В соответствии с этим методом имеем следующие соответствия:

$$iR \div \dot{I}R ; \quad L \frac{di}{dt} \div j\omega L \dot{I} ; \quad Gu \div G\dot{U} ; \quad C \frac{du}{dt} \div j\omega C \dot{U} .$$

Тогда уравнения (4.19) и (4.20) приобретают в комплексной форме записи следующий вид:

$$-\frac{d\dot{U}}{dx} = (R + j\omega L)\dot{I}; \quad \frac{d\dot{I}}{dx} = (G + j\omega C)\dot{U}. \quad (4.21)$$

Заметим, что в этих уравнениях частные производные заменены на обыкновенные, так как комплексные числа $\dot{U}$ и $\dot{I}$ являются только функциями от x и не зависят от времени t .

Решая эту систему уравнений сначала относительно $\dot{U}$, а затем относительно $\dot{I}$, после ряда простых преобразований получаем

$$\begin{cases} \frac{d^2 \dot{U}}{dx^2} = (R + j\omega L)(G + j\omega C)\dot{U}, \\ \frac{d^2 \dot{I}}{dx^2} = (R + j\omega L)(G + j\omega C)\dot{I}. \end{cases} \quad (4.22)$$

Обозначим для сокращения записи коэффициент при $\dot{I}$ и $\dot{U}$ через γ^2 , т. е. положим, что

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \alpha + j\beta. \quad (4.23)$$

Эта величина называется *коэффициентом распространения*. В общем случае это комплексное число, вещественная часть которого α называется *коэффициентом затухания*, а мнимая часть β – *коэффициентом фазы*. Подробный анализ, выходящий за пределы данного учебного пособия, показывает, что эти коэффициенты всегда положительны, т. е. $\alpha > 0$ и $\beta > 0$. С учетом (4.23) уравнения (4.22) приобретают следующий вид:

$$\frac{d^2 \dot{U}}{dx^2} - \gamma^2 \dot{U} = 0; \quad \frac{d^2 \dot{I}}{dx^2} - \gamma^2 \dot{I} = 0. \quad (4.24)$$

Это однородные дифференциальные уравнения второго порядка. Из курса высшей математики известно, что общий интеграл (решение) таких уравнений представляет собой сумму экспонент вида $\dot{A}e^{px}$.

Для напряжения $\dot{U}$ получаем

$$\dot{U} = \dot{A}_1 e^{p_1 x} + \dot{A}_2 e^{p_2 x}.$$

Здесь $\dot{A}_1$ и $\dot{A}_2$ - постоянные интегрирования; p_1 и p_2 - корни характеристического уравнения, которое получают из исходного уравнения заменой $d^2 \dot{U} / dx^2$ на p^2 и $\dot{U}$ на 1.

Произведя указанную замену, получаем

$$p^2 - \gamma^2 = 0. \quad (4.25)$$

Корни этого уравнения $p_{12} = \pm \sqrt{\gamma^2}$. Отсюда $p_1 = -\gamma$ и $p_2 = +\gamma$.

Таким образом, решение уравнения (4.24) для комплексного напряжения приобретает вид

$$\dot{U} = \dot{A}_1 e^{-\gamma x} + \dot{A}_2 e^{+\gamma x}. \quad (4.26)$$

Комплексный ток в линии $\dot{I}$ получаем, подставив (4.26) в первое уравнение (4.22):

$$\begin{aligned} \dot{I} &= -\frac{1}{R + j\omega L} \frac{d\dot{U}}{dx} = -\frac{1}{R + j\omega L} \frac{d}{dx} [\dot{A}_1 e^{-\gamma x} + \dot{A}_2 e^{+\gamma x}] = \\ &= -\frac{1}{R + j\omega L} [-\gamma \dot{A}_1 e^{-\gamma x} + \gamma \dot{A}_2 e^{+\gamma x}] = \frac{\gamma}{R + j\omega L} (\dot{A}_1 e^{-\gamma x} - \dot{A}_2 e^{+\gamma x}) \end{aligned}$$

Используя понятие о коэффициенте распространения (4.23), получаем

$$\dot{I} = \sqrt{\frac{G + j\omega C}{R + j\omega L}} (\dot{A}_1 e^{-\gamma x} - \dot{A}_2 e^{+\gamma x}). \quad (4.27)$$

Здесь коэффициент перед скобками представляет собой обратную величину так называемого волнового (характеристического) сопротивления линии

$$\underline{Z}_B = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \text{ Ом.} \quad (4.28)$$

С учетом (4.28) уравнение (4.27) приобретает вид

$$\dot{I} = \frac{1}{\underline{Z}_B} (\dot{A}_1 e^{-\gamma x} - \dot{A}_2 e^{+\gamma x}) \quad (4.29)$$

Постоянные интегрирования $\dot{A}_1$ и $\dot{A}_2$, входящие в (4.26) и (4.29),

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \dot{A}_1 e^{-\gamma 0} + \dot{A}_2 e^{+\gamma 0} \stackrel{345}{=} \dot{A}_1 + \dot{A}_2, \\ \dot{I}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_B} (\dot{A}_1 e^{-\gamma 0} - \dot{A}_2 e^{+\gamma 0}) = \frac{1}{\underline{Z}_B} (\dot{A}_1 - \dot{A}_2). \end{cases} \quad (4.30)$$

определяются из граничных условий. В начале линии (при $x = 0$) имеем

Решая систему из двух уравнений (4.31) относительно $\dot{A}_1$ и $\dot{A}_2$, получаем

$$\dot{A}_1 = \frac{1}{2}(\dot{U}_1 + \dot{I}_1 \underline{Z}_B); \quad \dot{A}_2 = \frac{1}{2}(\dot{U}_1 - \dot{I}_1 \underline{Z}_B). \quad (4.31)$$

Подставляя $\dot{A}_1$ и $\dot{A}_2$ из уравнения (4.31) в уравнения (4.26) и (4.29), окончательно получаем для тока и напряжения в любом месте x от начала линии

$$\begin{cases} \dot{U} = \frac{1}{2}(\dot{U}_1 + \dot{I}_1 \underline{Z}_B)e^{-\gamma x} + \frac{1}{2}(\dot{U}_1 - \dot{I}_1 \underline{Z}_B)e^{+\gamma x}; \\ \dot{I} = \frac{1}{\underline{Z}_B} \left[\frac{1}{2}(\dot{U}_1 + \dot{I}_1 \underline{Z}_B)e^{-\gamma x} - \frac{1}{2}(\dot{U}_1 - \dot{I}_1 \underline{Z}_B)e^{+\gamma x} \right]. \end{cases} \quad (4.32)$$

$$\begin{cases} \dot{U} = \frac{1}{2}(\dot{U}_2 + \dot{I}_2 \underline{Z}_B)e^{\gamma y} + \frac{1}{2}(\dot{U}_2 - \dot{I}_2 \underline{Z}_B)e^{-\gamma y}; \\ \dot{I} = \frac{1}{\underline{Z}_B} \left[\frac{1}{2}(\dot{U}_2 + \dot{I}_2 \underline{Z}_B)e^{\gamma y} - \frac{1}{2}(\dot{U}_2 - \dot{I}_2 \underline{Z}_B)e^{-\gamma y} \right]. \end{cases} \quad (4.32 \text{ а})$$

Если известны ток и напряжение не в начале линии, а в ее конце ($\dot{U}_2, \dot{I}_2$), то удобно рассчитывать расстояние до любой точки линии от ее конца. При этом уравнения для тока и напряжения в любой точке линии на любом расстоянии y от ее конца (после ряда простых преобразований) приобретают следующий вид

В ряде случаев уравнения длинной линии удобно выразить через гиперболические функции. Из курса математики известно, что

$$\frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2} = \text{ch} \gamma x \quad \text{и} \quad \frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2} = \text{sh} \gamma x.$$

Используя эти соотношения, получаем выражения для тока и напряжения в любом месте x линии через гиперболические синус и косинус. Для этого в формулах (4.32) раскрываем скобки и группируем члены, содержащие только $\dot{U}$ и только $\dot{I}$. Тогда при счете расстояний от начала линии получаем

$$\dot{U} = U_1 \text{ch} \gamma x - \dot{I}_1 \underline{Z}_B \text{sh} \gamma x; \quad \dot{I} = \dot{I}_1 \text{ch} \gamma x - \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_B} \text{sh} \gamma x. \quad (4.33)$$

Поступая аналогичным образом с формулами (4.33,а) при счете расстояний от конца линии находим, что

$$\dot{U} = \dot{U}_2 \text{ch} \gamma y + \dot{I}_2 \underline{Z}_B \text{sh} \gamma y; \quad \dot{I} = \dot{I}_2 \text{ch} \gamma y + \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_B} \text{sh} \gamma y. \quad (4.34)$$

4.3.4. Характеристические параметры линии

Волновое сопротивление $\underline{Z}_B$ выражается через первичные параметры линии формулой (4.29), а коэффициент распространения $\gamma=(\alpha + j\beta)$ – формулой (4.24). Они однозначно определяются через R, G, L, C и поэтому также являются параметрами линии. Их называют *вторичными*, или *характеристическими*, параметрами. Подробный анализ показывает, что коэффициент затухания α и коэффициент фазы β выражаются через первичные параметры линии R, G, L, C и частоту приложенного напряжения ω следующими соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} \beta &= \sqrt{\frac{1}{2} \left[(\omega^2 LC - RG) + \sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2)(G^2 + \omega^2 C^2)} \right]}, \\ \alpha &= \sqrt{\frac{1}{2} \left[(RG - \omega^2 LC) + \sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2)(G^2 + \omega^2 C^2)} \right]}. \end{aligned} \right\} \quad (4.35)$$

При высоких частотах (1 МГц и выше) формулы (4.36) упрощаются, так как при этом $R \ll \omega L$ и $G \ll \omega C$. Тогда можно приближенно считать, что

$$\alpha \cong \frac{R}{2} \sqrt{\frac{L}{C}} + \frac{G}{2} \sqrt{\frac{L}{C}}; \quad \beta = \omega \sqrt{LC}. \quad (4.36)$$

Вопросы для самопроверки

1. Чем отличаются цепи с распределенными параметрами от цепей с сосредоточенными параметрами?
2. Почему уравнения линии записаны в частных производных?
3. От чего зависят коэффициент затухания и коэффициент фазы?
4. Что является характеристическими параметрами линии?

Глоссарий

Термин	Что означает
Амплитуда	Наибольшее значение A , которого достигает величина s , совершающая гармонические колебания по закону $s = A \sin(\omega t + \psi_0)$
Векторная диаграмма	Графическое изображение в виде векторов синусоидально изменяющихся электрических величин
Взаимная индуктивность	Количественная характеристика M_{21} связи между магнитным потоком Φ_{21} через некоторую электрическую цепь, создаваемым током I другой цепи; $M_{21} = \Phi_{21} / I$ ($M_{21} = M_{12}$). Ед. измерения - Гн
Взаимная индукция	Явление возбуждения ЭДС в одной электрической цепи при изменении тока в другой цепи
Вольтамперная характеристика элемента электрической цепи	Зависимость напряжения на зажимах элемента электрической цепи от тока
Второй закон коммутации	Напряжение на емкостном элементе в начальный момент времени после коммутации имеет то же самое значение, которое оно имело непосредственно перед коммутацией, а затем с этого значения оно начинает плавно изменяться
Двухполюсник	Многополюсник, имеющий только две точки подсоединения. Различают Д. активные, содержащие источники электрической энергии, и пассивные, не содержащие их
Действующее значение	Среднеквадратическое за период значение периодической величины (тока, напряжения, ЭДС и т. д). Например, для тока $I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 R dt}$. Для синусоидально изменяющихся величин действующее значение в $\sqrt{2}$ раз меньше амплитудного
Емкость электрическая (Э.е.)	Электрическая характеристика проводника или системы проводников. Э.е. уединенного проводника равна: $C = Q / \varphi$, где Q и φ – заряд и потенциал проводника. Э.е. конденсатора $C = Q / (\varphi_1 - \varphi_2)$, где Q – заряд на одной из обкладок конденсатора, а φ_1, φ_2 - потенциалы его обкладок
«Звезда»	Схема соединения фаз генератора или потребителя, в которой вместе соединяются концы фаз

Индуктивность	Количественная характеристика связи между магнитным потоком самоиндукции Φ_C электрической цепи и током в ней I . Обозначают – L ($L = \Phi_C / I$)
Источник ЭДС или напряжения идеальный	Источник, у которого напряжение на выводах не зависит от сопротивления нагрузки (внутреннее сопротивление источника равно нулю)
Источник тока идеальный	Источник, у которого ток не зависит от сопротивления нагрузки
Классический метод анализа переходного процесса	Это непосредственное решение дифференциального уравнения, составленного для исследуемой цепи на основе законов Кирхгофа
Коммутация	Любые изменения в электрической цепи. Обычно считают, что коммутация происходит мгновенно
Линейный элемент	Элемент электрической цепи, параметры которого (сопротивления и др.) не зависят от тока в нем
Линейная электрическая цепь	Цепь, все элементы которой являются линейными.
Линейные провода	Провода, соединяющие начала фаз генератора и потребителя
Линейные токи	Токи в линейных проводах
Линейные напряжения	Напряжения между линейными проводами
Магнитное поле	Одна из двух сторон электромагнитного поля, характеризующаяся воздействием на движущуюся электрически заряженную частицу с силой, пропорциональной заряду частицы и ее скорости
Магнитная индукция	Векторная величина, характеризующая магнитное поле и определяющая силу, действующую на движущуюся или смещающуюся заряженную частицу со стороны магнитного поля. П р и м е ч а н и е. Магнитная индукция численно равна отношению силы, действующей на заряженную частицу, к произведению заряда и скорости частицы, если направление скорости таково, что эта сила максимальная и имеет направление, перпендикулярное к векторам силы и скорости, совпадающее с направлением правого винта при вращении его от направления силы к направлению скорости частицы с положительным зарядом
Магнитная цепь	Совокупность устройств, содержащих ферромагнитные тела, электромагнитные процессы в которых могут быть описаны при помощи магнитодвижущей силы, магнитного потока и

	разности магнитных потенциалов
Магнитодвижущая сила (М.с.)	Величина, характеризующая магнитное поле электрического тока. В соответствии с законом полного тока М.с. равна электрическому току сквозь поверхность, натянутую на контур L (например, произведению тока в обмотке трансформатора или электромагнита на число витков обмотки, намотанных на контур L). М.с. измеряется в А
Магнитных потенциалов разность (магнитное напряжение)	Величина, равная произведению напряженности магнитного поля на длину участка магнитной цепи. Измеряется в А
Магнитопровод	Часть электротехнического устройства из ферромагнитного материала, служащая для увеличения магнитного потока, его концентрации в определенной части устройства, а также придания магнитному полю определенной конфигурации
Мощности коэффициент	Отношение активной мощности к полной мощности. В цепях синусоидального тока равен $\cos \varphi$ (φ – сдвиг фаз между током и напряжением)
Мощность электрическая (М. э.)	Величина, характеризующая скорость изменения (преобразования, рассеяния, передачи и т. п.) электрической энергии. В цепях пост. тока М. э. равна произведению напряжения и тока. В цепях переменного тока различают мгновенную, активную, реактивную и полную. М г н о в е н н а я М. э. равна произведению мгновенных значений напряжения и тока. А к т и в н а я М. э. P – среднее за период значение мгновенной мощности переменного тока, характеризует скорость преобразования электромагнитной энергии в другие виды энергии (тепловую, механическую и т. д.). В цепях однофазного синусоидального тока активная М. э. $P = UI \cos \varphi$, (U и I — действующие значения напряжения и тока, φ – сдвиг фаз между током и напряжением). Ед. активной М. э. – Вт (ватт). Р е а к т и в н а я М. э. Q характеризует скорость накопления энергии в конденсаторах и катушках индуктивности, а также обмен энергией между отдельными участками цепи, и в частности генератором и приёмником. В цепях синусоидального тока реактивная М. э. участка $Q = UI \sin \varphi$. Единица реактивной М. э. – вар. П о л

	на я М. э. S характеризует М. э., отдаваемую в цепь источником переменного. тока. Для цепей синусоид. тока полная М. э. $S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}$. Ед. полной М. э.- вольт-ампер (В.А)
Напряжение	Скалярная величина, численно равная работе при перемещении единичного положительного заряда по заданному пути. С напряженностью E вдоль участка цепи 1-2 напряжение U_{12} связано соотношением $U_{12} = \int_1^2 E dl$
Напряжение короткого замыкания	Величина напряжения на входе трансформатора, которое нужно приложить к первичной обмотке трансформатора, при условии, что вторичная обмотка замкнута накоротко, при этом в первичной обмотке протекает номинальный ток
Напряжение холостого хода	Напряжение между двумя выводами цепи, когда нагрузка, подключаемая к этим выводам, отсутствует
Напряженность магнитного поля	Векторная величина H , характеризующая магнитное поле и равная отношению магнитной индукции B в рассматриваемой точке, к абсолютной магнитной проницаемости μ
Напряженность электрического поля	Основная силовая характеристика E электрического поля, равная отношению силы, действующей на точечный электрический заряд в данной точке пространства, к величине заряда
Независимый контур	Контур, в состав которого входит хотя бы одна ветвь, не принадлежащая другим контурам
Нейтральный провод	Провод, соединяющий нейтральные точки генератора и потребителя в схеме
Нелинейный элемент	Элемент электрической цепи, параметры которого (сопротивление и др.) изменяются при изменении величины тока, возникающего в данном элементе
Нелинейная электрическая цепь	Цепь, содержащая хотя бы один нелинейный элемент
Период	Наименьший промежуток времени T , через который колебания повторяются в той же самой последовательности. Такие колебания называются периодическими
Последовательное соединение участков электрической цепи	Соединение, при котором через все участки цепи проходит один и тот же ток
Параллельное соединение электрических	Соединение, при котором все участки цепи присоединяются к одной паре узлов, т.е., находятся под действием одного и того же электрического

участков цепи	напряжения
Проводимость	Величина, обратная сопротивлению
Сдвиг фаз	Величина, равная разности начальных фаз синусоидальных функций, имеющих одинаковую частоту
Симметричная трехфазная цепь	Электрическая цепь, в которой комплексные сопротивления каждой её фазы одинаковы
Сопротивление	Величина, характеризующая противодействие, которое оказывает электрическая цепь движущимся в ней электрическим зарядам. Ед. измерения - Ом
Сопротивление активное	Сопротивление цепи, не содержащей емкостей и индуктивностей, переменному току. Ед. измерения - Ом
Сопротивление емкостное (С.е.)	Величина, характеризующая противодействие, оказываемое переменному току емкостным элементом. С.е. $x_C = 1/\omega C$, Ом
Сопротивление комплексное	Отношение амплитуды (действующего значения) комплексного напряжения к амплитуде (действующему значению) комплексного тока. Ед. измерения - Ом
Сопротивление индуктивное (С.и.)	Величина, характеризующая противодействие, оказываемое переменному току индуктивным элементом. С.и. $x_L = \omega L$, Ом
Сопротивление полное	Отношение действующего или амплитудного напряжения соответственно к действующему или амплитудному току. Ед. измерения - Ом
Сопротивление реактивное	Величина, характеризующая противодействие, оказываемое переменному току емкостным и индуктивным элементами цепи. Ед. измерения - Ом
Ток проводимости	Скалярная величина, равная производной по времени от электрического заряда, переносимого носителями заряда сквозь рассматриваемую поверхность. П р и м е ч а н и е. До настоящего времени на практике широко применяется термин "сила тока проводимости"
Трансформатор	Статическое устройство, преобразующее переменный ток одного напряжения в переменный ток другого напряжения (при неизменной частоте)
«Треугольник»	Схема соединения фаз генератора или потребителя, в которой вместе соединяются начало одной фазы с концом другой фазы
Трехфазная цепь	Электрическая цепь переменного тока, в которой действуют 3 синусоидальных напряжения

	одинаковой частоты, сдвинутые по фазе на 120 градусов
Узел	Место соединения трех и более ветвей
Фазные напряжения	Напряжения, возникающие в фазах генератора или потребителя
Фаза	Одна из электрических цепей, входящая в состав многофазной цепи, характеризующаяся тем, что в ней действует ЭДС (напряжение), сдвинутое во времени по отношению к другим цепям (фазам) этой многофазной цепи
Фаза начальная	Величина, определяющая состояние синусоидального процесса и равная значению фазы в начальный момент времени
Фазные токи	Токи в фазах генератора или потребителя
ЭДС (электродвижущая сила)	ЭДС равна отношению работы, совершаемой сторонними силами и силами индуктированного электрического поля, к перенесенному электрическому заряду между двумя точками вдоль рассматриваемого пути или вдоль замкнутого контура
ЭДС магнитоэлектрической индукции	Электродвижущая сила индукции, возникающая в теле (проводнике), движущемся в магнитном поле или в замкнутом проводящем контуре при изменении его потокосцепления вследствие движения контура в магнитном поле или изменения самого поля
Электрическая цепь	Совокупность устройств и объектов, образующих путь для электрического тока, электромагнитные процессы в которых могут быть описаны с помощью понятий об ЭДС, токе и напряжении

3.3. Технические и программные средства обеспечения дисциплины

Для выполнения виртуальных лабораторных работ следует использовать программу Electronics Workbench (EWB) любых версий (3.0, 4.0, 5.0). При этом самая первая версия программы 3.0 имеет объем 1.4 Мбайт.

Последней, наиболее совершенной версией этой программы является «Multisim – 2001», которая является шестой версией программы EWB.

3.4. Методические указания к выполнению лабораторных работ

Общие указания

Целями лабораторного практикума являются получение навыков при экспериментальных исследованиях электрических цепей, правильное использование электроизмерительных приборов и развитие умения анализировать полученные результаты.

В указаниях к лабораторным работам приводятся цель работы, программа, работы, кратко излагаются основные теоретические положения о предмете исследования, приводится описание лабораторной установки, указывается порядок выполнения экспериментов и требования к содержанию отчета.

Студенты, изучающие дисциплину по методике ДОТ, могут использовать готовые экспериментальные данные, представленные в соответствующих таблицах в каждой лабораторной работе.

Охрана труда и техника безопасности

Организация безопасной работы студентов при выполнении лабораторных работ на кафедре электротехники и электромеханики производится в соответствии с требованиями правил устройства электроустановок.

Перед началом работ проводится инструктаж по технике безопасности. В процессе выполнения лабораторной работы при обнаружении неисправностей в лабораторной установке следует немедленно прекратить работу, отключить установку и сообщить об этом преподавателю. Закончив экспериментальные исследования, необходимо отключить напряжение питания установки и привести рабочее место в порядок.

Рекомендации по выполнению лабораторных работ и оформлению отчета

При выполнении лабораторных работ группа студентов делится на бригады из одного – трех человек. Каждая бригада записывает результаты

эксперимента в тетради – черновике, общей для бригады. Все вычисления и построения графиков нужно выполнять в лаборатории. После окончания очередной работы результаты измерений и вычислений должны быть проверены и подписаны преподавателем, ведущим занятия.

Экспериментальные исследования могут быть успешно выполнены при условии предварительной подготовки к каждой лабораторной работе.

Краткие сведения о применяемых в лаборатории электроизмерительных приборах и устройствах

Осциллограф – электронный прибор для измерения мгновенных значений тока и напряжения.

Измерение параметров осциллограммы производится с помощью шкалы, нанесенной на экран осциллографа.

Расчет напряжения производится по формуле

$$u = n_B M_1 \Pi_1 D,$$

где n_B – размах вертикального отклонения, мм; M_1 – показание множителя «×1», «×10»; Π_1 – показание переключателя «V/дел»; D – показание делителя «1:10».

Измерение длительности сигнала производится по формуле

$$\tau = n_T M_2 \Pi_2,$$

где n_T – размах горизонтального отклонения, мм; M_2 – показание множителя «×1», «×0,2»; Π_2 – показание переключателя «Время/дел».

Электронный вольтметр – представляет собой сочетание электронной схемы, предназначенной для преобразования и усиления сигнала, и измерительного механизма магнитоэлектрического прибора.

Достоинства электронных вольтметров: высокая чувствительность; незначительное собственное потребление энергии; широкий диапазон измеряемого напряжения; независимость показания от частоты.

Недостатки: невысокая точность; необходимость иметь собственный источник электропитания.

Измерение переменного тока производится с помощью вольтметра (метод вольтметра). Для этого последовательно с исследуемым элементом включается **измерительный резистор** R_0 с известным сопротивлением. Для определения тока измеряют действующее значение напряжения U_0 на этом резисторе. Тогда действующее значение тока будет равно $I = U_0 / R_0$.

Основные характеристики измерительных приборов

Характеристики, наиболее часто применяемых измерительных приборов, приведены в таблице.

Метрологической характеристикой средств измерения является класс точности (К.Т.), который указывается на шкале прибора, например «1,0». В данном случае это означает, что конечная величина на шкале прибора измеряется с точностью $\pm 1 \%$.

Цена деления средства измерения определяется соотношением

$$C = N_K / l_K ,$$

где N_K – конечная величина на шкале прибора, l_K – число делений шкалы прибора.

Например, вольтметр, у которого конечная величина на шкале равна 15 вольт, а число делений шкалы равно 15, показал при измерении напряжения $N_{\Pi} = 5$ делений. Цена деления (В/дел) такого вольтметра составляет

$$C_U = \frac{U_K}{l_K} = \frac{15}{15} = 1 ,$$

а показание вольтметра $U_{\Pi} = N_{\Pi} \cdot C_U = 1 \cdot 5 = 5 \text{ В}$.

Пределы, в которых находится измеряемая величина, равны

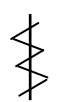
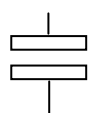
$$\pm \varepsilon = N_K \cdot \text{К.Т.} \cdot 10^{-2} = 15 \cdot 1,0 \cdot 10^{-2} = 0,15 \text{ В}.$$

Следовательно, результаты измерения должны быть записаны в виде

$$U_{\Pi} - \varepsilon \leq U \leq U_{\Pi} + \varepsilon, \quad 4,85 \leq U \leq 5,15 \text{ В}$$

или можно округлить до первого знака после запятой $4,9 \leq U \leq 5,2 \text{ В}$.

По указанию преподавателя измерения электрических величин необходимо выполнять с учетом класса точности средства измерения.

Принцип действия прибора (система)	Условное Обозначение системы прибора на шкале	Вид измеряемого тока	Краткая характеристика
Магнито-электрический			Используют в основном на постоянном токе, высокая чувствительность, равномерная шкала.
Электромагнитный			Просты, надежны, точность невысокая, шкала неравномерная
Электродинамический			Высокая точность, значительное собственное потребление энергии
Электростатический			Отсутствие собственного потребления энергии, только для измерения напряжений

Лабораторная работа 1

Исследование линейных элементов электрических цепей

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Экспериментальное исследование фазных и амплитудных соотношений между напряжением и током в простейших электрических цепях.

2. ПРОГРАММА РАБОТЫ

1. Исследование цепи, содержащей только активное сопротивление.
2. Исследование цепи, содержащей только индуктивность.
3. Исследование цепи, содержащей только емкость.

3. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Любое реальное электротехническое устройство обладает тремя параметрами: сопротивлением R , индуктивностью L и емкостью C .

Для удобства анализа и расчета электрических цепей вводят понятия об идеализированных элементах цепи, то есть таких, которые обладают только одним параметром – только сопротивлением, только индуктивностью, только емкостью. Эти элементы называются соответственно: сопротивлением, индуктивностью, емкостью. Их графическое изображение представлено на рис. 1-3.

С помощью идеализированных элементов можно любое реальное электротехническое устройство представить в виде комбинации идеализированных элементов и, следовательно, провести его электромагнитный расчет.

В качестве идеализированных элементов в настоящей работе используются резисторы, катушки индуктивности и конденсаторы, имеющие характеристики, близкие к идеализированным.

Исследуются электромагнитные процессы, происходящие в сопротивлении, индуктивности и емкости при их подключении к источнику синусоидального напряжения. Синусоидальное напряжение – периодическая функция. Ее периодом T называется минимальное время, по истечении которого значение функции повторяется. Число периодов в секунду называется частотой напряжения $f = 1/T$, Гц. Кроме частоты f , в электротехнике часто используют понятие об угловой частоте $\omega = 2\pi f$, 1/с.

Аналитическая запись синусоидального напряжения имеет вид

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u). \quad (1)$$

Здесь u – мгновенное значение напряжения, т. е. его значение в любой момент времени t от начала отсчета; U_m – амплитуда напряжения, т. е.

наибольшее его значение; $(\omega t + \psi_u)$ – фаза напряжения, град. или рад., может принимать любые значения в пределах от 0 до $\pm 2K\psi$ радиан или от 0 до $\pm K360^\circ$ (K – любое целое число); ψ – начальная фаза напряжения (греческая "пси"), это напряжения при $t = 0$.

Синус любого угла, как известно из курса математики, изменяется в пределах от 0 до ± 1 , как бы велико ни было значение угла, входящего под его знак. Поэтому синусоидальное напряжение изменяется во времени, как это видно из формулы (1), в пределах от $+U_m$ до $-U_m$, принимая в этом диапазоне любые значения ($+U_m \geq u \geq -U_m$).

Все сказанное выше относится и к синусоидальному току, аналитическая запись которого имеет вид:

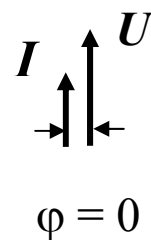
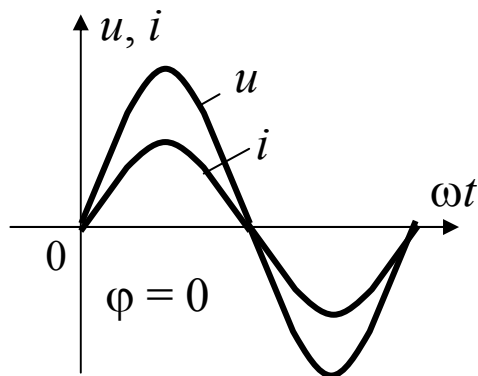
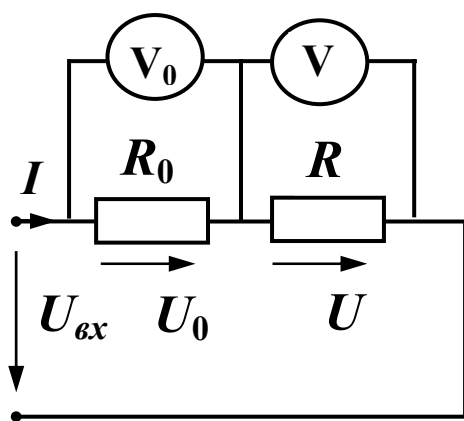
$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i). \quad (2)$$

Здесь i – мгновенное значение тока, А; I_m – амплитуда тока, А; $(\omega t + \psi_i)$ – фаза тока, град. или рад.; ψ_i – начальная фаза тока (греческая "пси"), градусов или радиан. Графики напряжений $u(t)$ на рис. 1, 2, 3 построены для случая, когда начальная фаза напряжения принята равной нулю: $\psi_u = 0$ и тогда $u = U_m \sin \omega t$. График тока i на рис. 1 построен таким образом, что его начальная фаза $\psi_i = 0$ и тогда $i = I_m \sin \omega t$. График тока на рис. 2 построен так, что $\psi_i = -90^\circ$ и тогда $i = I_m \sin(\omega t - 90^\circ)$. График тока на рис. 3 построен так, что $\psi_i = +90^\circ$ и тогда $i = I_m \sin(\omega t + 90^\circ)$. Положительные начальные фазы этих графиков откладываются влево от точки начала отсчета ($t = 0$), а отрицательные начальные фазы – вправо.

Фазовые соотношения между током и напряжением цепи

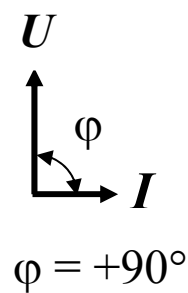
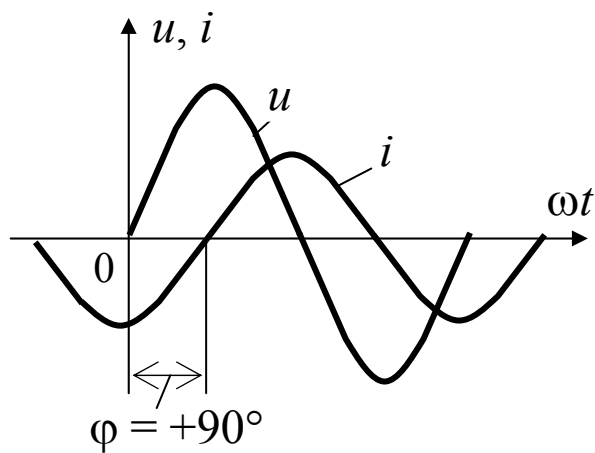
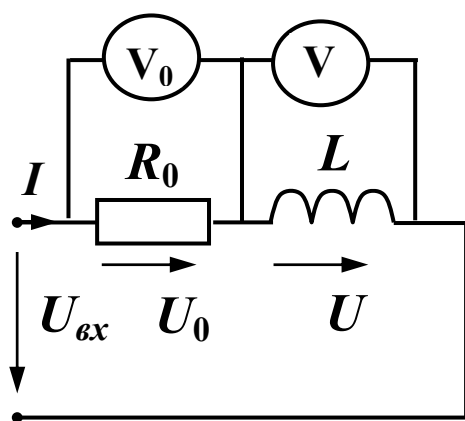
Если ток и напряжение одновременно достигают нуля, то это означает, что они совпадают по фазе (рис. 1). При этом $\psi_u = \psi_i$. Если этого нет, то напряжение и ток сдвинуты по фазе. Угол сдвига фаз между напряжением и током принято определять как разность начальных фаз напряжения (ψ_u) и тока (ψ_i). Этот угол обозначают греческой буквой φ (фи):

$$\varphi = \psi_u - \psi_i. \quad (3)$$



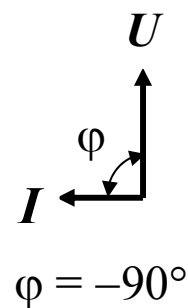
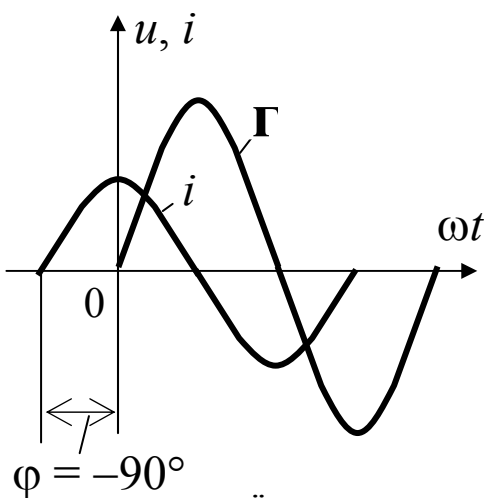
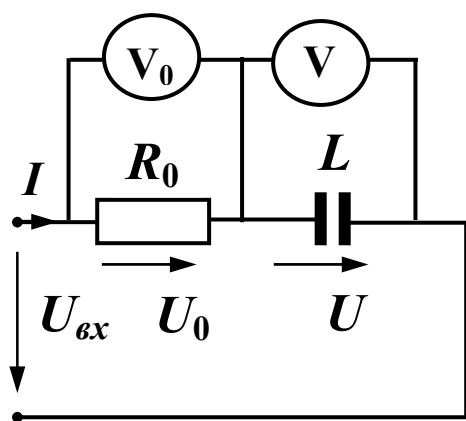
Сопротивление R

Рис. 1



Индуктивность L

Рис. 2



Ёмкость C

Рис. 3

Угол сдвига фаз φ любой электрической цепи не произвольная величина. Он определяется соотношением между параметрами R , L и C для каждой конкретной цепи с постоянной частотой f .

В частности, в цепи с сопротивлением R ток и напряжение всегда совпадают по фазе ($\psi_u = \psi_i$) и угол сдвига фаз, см. формулу (3), $\varphi = 0$; в цепи с индуктивностью L ток всегда отстает по фазе от напряжения на 90° $\psi_i = \psi_u - 90^\circ$, и поэтому угол сдвига фаз $\varphi = +90^\circ$; в цепи с емкостью C ток всегда опережает напряжение по фазе на 90° $\psi_i = \psi_u + 90^\circ$ и поэтому угол сдвига фаз $\varphi = -90^\circ$.

Фазовые соотношения между током и напряжением цепи исследуются с помощью двухлучевого осциллографа, позволяющего получать на экране одновременно две синусоиды: тока и напряжения (рис. 4).

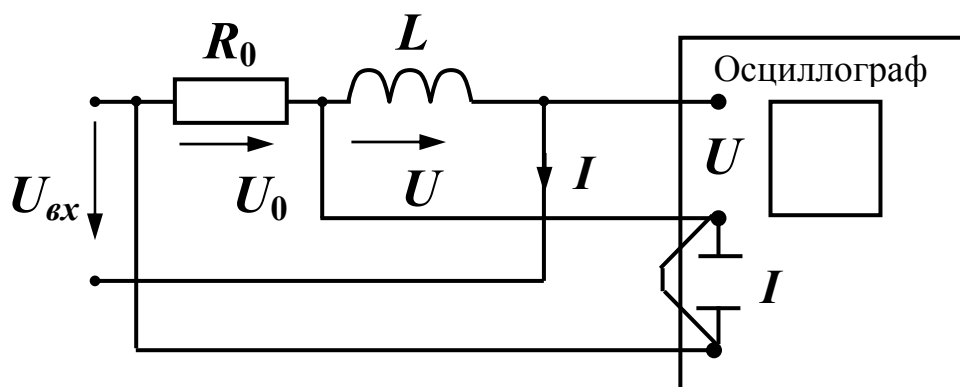


Рис. 4

Амплитудные соотношения между током и напряжением цепи

Синусоидальные напряжения и токи часто изображают в виде векторов, длина которых равна амплитуде, а угол между вектором и произвольно выбранной осью отсчета равен начальной фазе. При этом принято положительные начальные фазы откладывать от оси отсчета против часовой стрелки, а отрицательные начальные фазы – по часовой стрелке.

Совокупность векторов тока и напряжений цепи называется векторной диаграммой этой цепи. Векторные диаграммы для цепей с R , L и C показаны на рис. 1, 2 и 3.

Токи и напряжения в электрических цепях измеряют с помощью амперметров и вольтметров. Обычно для этого применяют приборы электромагнитной системы, шкалы которых отградуированы не в амплитудных

значениях тока I_m и напряжения U_m , а в так называемых действующих значениях тока и напряжения I и U . Это основные расчетные величины цепей синусоидального тока. Они меньше амплитуд в $\sqrt{2}$ раз:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}; \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}. \quad (4)$$

Между амплитудами напряжения и тока (так же, как и между их действующими значениями) любой электрической цепи существует однозначная связь, определяемая соотношениями между параметрами R , L и C . Отношение амплитуд (или действующих значений) напряжения и тока называется полным сопротивлением цепи: $Z = \frac{U}{I}$.

В частности:

для цепи с активным сопротивлением:

$$\frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I} = z_R = R;$$

для цепи с индуктивностью:

$$\frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I} = z_L = x_L; \quad (5)$$

для цепи с емкостью:

$$\frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I} = z_C = x_C,$$

где x_L – индуктивное, а x_C – емкостное сопротивления.

Индуктивное и емкостное сопротивления принципиально зависят от частоты напряжения:

$$x_L = \omega L; \quad x_C = \frac{1}{\omega C}. \quad (6)$$

4. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ознакомиться с лабораторной установкой – источниками энергии, приемниками энергии, устройством наборного поля, а также с измерительными (электронным вольтметром) и регистрирующими (двухлучевым осциллографом) приборами.

2. Получить у преподавателя резистор, катушку индуктивности и конденсатор в соответствии с одним из восьми вариантов (табл. 1).

Таблица 1

№ варианта	R_0 , Ом	R , Ом	L , мГн	C , мкФ	f , Гц
1	10	510	70	0,1	1000
2	10	510	50	0,25	2500
3	10	510	30	0,5	2000
4	10	510	70	0,75	1000
5	10	510	50	0,75	2000
6	10	510	30	0,5	1000
7	10	510	70	0,25	1000
8	10	510	50	0,1	2000

3. Собрать цепь, содержащую только активное сопротивление R и последовательно соединенное с ним измерительное сопротивление R_0 (рис. 1).

4. Подключить цепь к источнику синусоидального напряжения (частота f задана в табл. 3). Установить действующее значение напряжения источника U_{BX} в пределах 5÷10 В. Измерить ток и напряжение в сопротивлении R и полученные данные занести в соответствующую строку табл. по форме 1.

Форма 1*

Вид цепи	Измерено			Вычислено					
	U_{BX} , В	U_0 , В	U , В	I , А	R , Ом	x_L , Ом	x_C , Ом	L , Гн	C , Ф
R	(12)	(0,231)	(11,8)						
L	(12)	(0,273)	(12)						
C	(12)	(0,075)	(12)						

* В скобках указаны экспериментальные данные, которые могут использовать для расчета студенты, занимающиеся по системе ДОТ (параметры взять первого варианта).

Рассчитать значение активного сопротивления R цепи, воспользовавшись соотношениями (5). Полученный результат занести в соответствующую графу табл. по форме 1 и сопоставить его с номиналом. Убедиться в том, что в пределах погрешностей измерений и погрешностей исполнения элементов цепи значения параметров практически совпадают.

5. Подключить к цепи с сопротивлением R двухлучевой осциллограф и получить на его экране синусоиды тока и напряжения. Схема подключения осциллографа к исследуемой цепи показана на рис. 4. Осциллограф имеет два

канала. Один из них подключается параллельно исследуемому элементу и воспринимает напряжение на этом элементе. Другой канал подключается параллельно измерительному сопротивлению R_0 и воспринимает напряжение на нем. Напряжение на активном сопротивлении пропорционально току цепи. Этому напряжению на экране осциллографа соответствует синусоида тока цепи.

Провода, помеченные значком "⊥" (земля), следует подсоединять в одну общую точку.

Перечертить эти синусоиды в тетрадь для отчета в виде совместного графика u и i (рис. 1). Расположить синусоиды тока и напряжения относительно оси абсцисс (ось времени t и угла ωt) так, чтобы положительные и отрицательные полуволны этих синусоид имели одинаковые максимальные значения. Начало координат ($t = 0$) принять таким образом, чтобы синусоида напряжения в этой точке проходила через нуль, изменяясь от отрицательного значения к положительному (рис. 1). При таком условии начальная фаза напряжения $\psi_u = 0$. Нанести на оси абсцисс шкалу ωt , а на оси ординат шкалы u и i .

Анализируя полученные графики u и i , убедиться в том, что в цепи с активным сопротивлением ток и напряжение совпадают по фазе.

Рядом с графиком u и i построить в тех же масштабах векторную диаграмму тока и напряжения цепи для амплитудных или действующих значений. Указать на этой диаграмме угол сдвига фаз.

6. Собрать цепь, содержащую только индуктивность L и последовательно соединенное с ней измерительное сопротивление R_0 (рис. 2).

7. Подключить цепь с индуктивностью L к источнику синусоидального напряжения (частота f задана в табл. 1). Установить действующее значение напряжения источника U_{BX} в пределах $5 \div 10$ В. Измерить ток и напряжение в индуктивности L и полученные данные занести в табл. по форме 1.

Рассчитать величину индуктивного сопротивления x_L и индуктивности L цепи, воспользовавшись формулами (5) и (6). Полученные значения x_L и L занести в соответствующую графу табл. по форме 1.

Сопоставить рассчитанные значения с номиналом (табл. 1). Убедиться в том, что в пределах погрешностей измерений и погрешности исполнения элементов цепи эти значения практически совпадают.

8. Подключить к исследуемой цепи двухлучевой осциллограф (рис. 4) и получить на экране синусоиды тока и напряжения. Перечертить их в тетрадь для отчета в виде совместного графика u и i (рис. 2).

Расположить синусоиды тока и напряжения относительно оси абсцисс так, чтобы их положительные и отрицательные полуволны имели одинаковые максимальные значения.

Анализируя полученные графики u и i , убедиться в том, что в цепи с индуктивностью ток отстает от напряжения по фазе на четверть периода, то есть на 90° или $\pi / 2$ радиан. Указать этот угол на графике.

Рядом с графиками u и i построить в тех же масштабах векторную диаграмму тока и напряжения цепи для амплитудных или действующих значений. Указать на этой диаграмме угол сдвига фаз.

9. Собрать цепь, содержащую только емкость C и последовательно соединенное с ней измерительное сопротивление R_0 (рис. 3).

10. Подключить цепь к источнику синусоидального напряжения (частота f задана в табл.). Установить действующее значение напряжения источника U_{ex} в пределах $5 \div 10$ В. Измерить ток и напряжение на емкости C и полученные данные занести в соответствующую строку табл. по форме 1.

Рассчитать величину емкостного сопротивления x_C и емкость C цепи. Полученные данные занести в табл. по форме 1 и сопоставить рассчитанное значение C с его номиналом. Убедиться в том, что в пределах погрешности измерений и погрешности исполнения элементов цепи эти значения практически совпадают.

11. Подключить к исследуемой цепи осциллограф (рис. 4) и получить на его экране синусоиды тока и напряжения. Перечертить эти синусоиды в тетрадь для отчета в виде совместного графика u и i (рис. 4).

Расположить синусоиды тока и напряжения относительно оси абсцисс так, чтобы их положительные и отрицательные полуволны имели одинаковые максимальные значения.

Анализируя полученные графики u и i , убедиться в том, что в цепи с емкостью ток опережает напряжение по фазе на четверть периода, то есть на 90° или $\pi / 2$ радиан. Указать этот угол на графике.

Рядом с графиком u и i построить в тех же масштабах векторную диаграмму тока и напряжения цепи для амплитудных или действующих значений тока и напряжения. Указать на этой диаграмме угол сдвига фаз.

5. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Перечень измерительных приборов и их краткие характеристики.
 2. Схемы всех исследуемых цепей, соответствующие им графики u и i , а также векторные диаграммы.
 3. Основные расчетные соотношения.
 4. Таблица по форме 1 с результатами измерений и вычислений.
 5. Краткие выводы.
- Литература: [4], с. 52...61

6. ВОПРОСЫ САМОПРОВЕРКИ

1. Чем отличаются идеализированные элементы электрической цепи от реальных элементов?
2. Почему в данной работе в качестве идеализированных элементов можно использовать резистор, катушку индуктивности и конденсатор?
3. Для некоторой цепи известны напряжение и ток:
$$u = 282 \sin(314t + 30^\circ); \quad i = 141 \sin(314t + 70^\circ).$$

Требуется определить:

- действующие значения напряжения и тока цепи;
- частоту цепи f , Гц;
- угол сдвига фаз φ между напряжением и током цепи;
- характер цепи –индуктивный или емкостной.

Построить графики зависимости тока и напряжения цепи от времени.

Построить векторную диаграмму цепи.

4. В цепи с активным сопротивлением измерены действующие значения тока и напряжения $I = 1\text{ А}$; $U = 10\text{ В}$. Требуется определить величину активного сопротивления.

Записать ток и напряжение в виде синусоид, если частота цепи $f = 1000\text{ Гц}$, а начальная фаза напряжения $\psi_u = 60^\circ$. Построить графики зависимости тока и напряжения от времени. Построить векторную диаграмму цепи.

5. В цепи с индуктивностью измерены действующие значения тока и напряжения $U = 10\text{ В}$, $I = 1\text{ А}$. Требуется:

- определить величину индуктивного сопротивления x_L ;
- определить величину индуктивности L , если частота цепи $f = 1590\text{ Гц}$;
- записать ток и напряжение в виде синусоид, если частота цепи

$f = 1590$ Гц, а начальная фаза напряжения $\psi_u = -360^\circ$;

– построить векторную диаграмму цепи.

6. В цепи с емкостью измерены действующие значения тока и напряжения цепи: $U = 10$ В; $I = 1$ А. Требуется:

– определить величину индуктивного сопротивления x_C ;

– определить величину индуктивности C , если частота цепи $f = 1590$ Гц;

– записать ток и напряжение в виде синусоид, если частота цепи

$f = 1590$ Гц, а начальная фаза напряжения $\psi_u = -60^\circ$;

– построить векторную диаграмму цепи.

7. Как зависят активное сопротивление R , индуктивное сопротивление x_L и емкостное сопротивление x_C от частоты приложенного напряжения?

8. Индуктивное сопротивление цепи составляет 8 Ом. Как изменится это сопротивление, если частота приложенного напряжения увеличится в два раза?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2

Исследование разветвленной цепи синусоидального тока с одним источником энергии

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Экспериментальное исследование разветвленной электрической цепи с одним источником синусоидального напряжения и ее анализ комплексным методом.

2. ПРОГРАММА РАБОТЫ

1. Экспериментальное определение параметров всех элементов исследуемой цепи.

2. Проверка справедливости законов Кирхгофа при помощи векторной диаграммы цепи.

3. Расчет электрической цепи символическим методом и сопоставление его результатов с опытом.

3. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

В данной работе исследуется цепь со смешанным соединением трех комплексных сопротивлений Z_1 , Z_2 и Z_3 . Рассматривается одна из двух схем

такой цепи: с последовательно-параллельным (рис. 5,а) и параллельно-последовательным (рис. 5,б) соединением этих элементов.

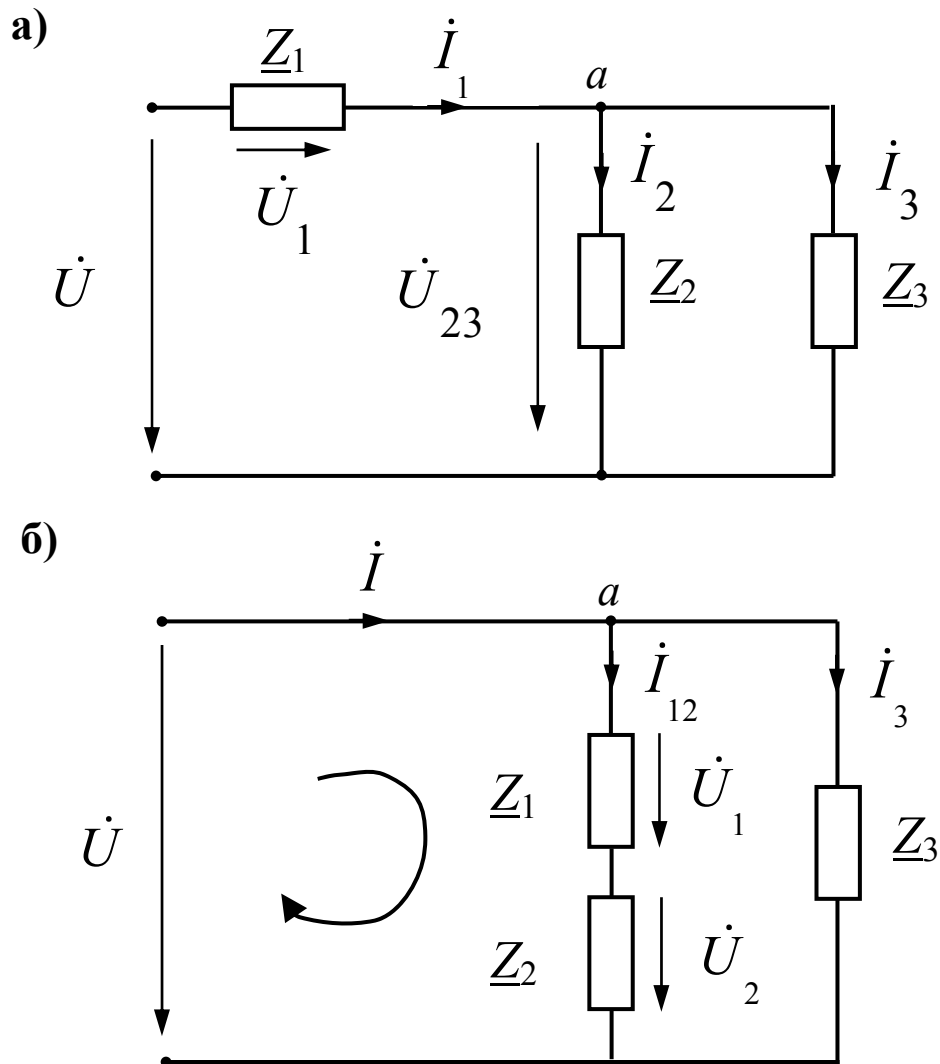


Рис. 5

Расчет исследуемой цепи

Задача расчета состоит в определении токов во всех ветвях цепи при известных параметрах, заданном действующем значении приложенного к цепи напряжения и частоте сети. Расчет производится символическим методом (методом комплексных амплитуд) с использованием преобразований цепи либо к последовательному, либо к параллельному соединению ее элементов.

Порядок расчета цепи с последовательно-параллельным соединением комплексных сопротивлений (рис. 5,а)

1. Определяется эквивалентное комплексное сопротивление цепи $\underline{Z}_9$:

$$\underline{Z}_9 = \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}.$$

2. Определяется комплексное действующее значение тока $\dot{I}$:

$$\dot{I} = \dot{U}_1 / \underline{Z}_9.$$

При этом начальная фаза приложенного напряжения может быть принята равной нулю, т.е. $\dot{U}e^{j\psi} = Ue^{j0} = U$.

3. Определяется комплексное действующее значение напряжения на участке цепи с параллельным соединением $\underline{Z}_2$ и $\underline{Z}_3$

$$\dot{U}_{23} = \dot{U} - \dot{I}_1 \underline{Z}_1.$$

4. Определяется комплексное действующее значение тока $\dot{I}_2$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{23}}{\underline{Z}_2}.$$

5. Определяется комплексное действующее значение тока $\dot{I}_3$:

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{23}}{\underline{Z}_3}.$$

Проверка решения осуществляется по первому закону Кирхгофа для одного из узлов цепи. Например, для узла a имеем

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3.$$

Если расчет произведен верно, то сумма комплексных токов $\dot{I}_2 + \dot{I}_3$ должна быть практически равна комплексному току $\dot{I}_1$.

Порядок расчета цепи с параллельно-последовательным соединением комплексных сопротивлений (рис. 5,б)

1. Определяется эквивалентная комплексная проводимость всей цепи $\underline{Y}_9$:

$$\underline{Y}_9 = \frac{1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3}.$$

2. Определяется комплексное действующее значение тока цепи $\dot{I}$:

$$\dot{I} = \dot{U} \underline{Y}_g.$$

Начальную фазу приложенного напряжения можно принять равной нулю, т. е. $\dot{U}e^{j\psi} = Ue^{j0} = U$.

3. Определяется комплексное действующее значение тока $\dot{I}_{12}$:

$$\dot{I}_{12} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}.$$

4. Определяется комплексное действующее значение напряжения $\dot{U}_1$:

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_{12} \underline{Z}_1.$$

5. Определяется комплексное действующее значение напряжения $\dot{U}_2$:

$$\dot{U}_2 = \dot{I}_{12} \underline{Z}_2.$$

6. Определяется комплексное действующее значение тока $\dot{I}_3$:

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_3}.$$

Проверка решения осуществляется по первому закону Кирхгофа для одного из узлов цепи или по второму закону Кирхгофа для одного из контуров цепи. Например, для узла a имеем $\dot{I} = \dot{I}_{12} + \dot{I}_3$; для левого контура (на схеме указано направление его обхода) имеем $\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2$.

Если расчет произведен верно, то сумма комплексных токов $\dot{I}_{12} + \dot{I}_3$ должна быть практически равна комплексному току $\dot{I}$, а сумма комплексных напряжений $\dot{U}_1 + \dot{U}_2$ должна быть практически равна комплексному напряжению цепи $\dot{U}$.

Описание элементов исследуемой цепи

В качестве элементов исследуемой цепи применяются резисторы, катушки индуктивности и конденсаторы, которые в диапазоне используемых частот принимаются идеализированными элементами цепи, т. е. полагают, что резистор обладает только сопротивлением R , катушка индуктивности обладает только индуктивностью L и конденсатор обладает только емкостью C .

Комплексные сопротивления таких элементов записываются следующим образом:

$$\underline{Z}_R = R, \quad \underline{Z}_L = jx_L = j\omega L, \quad \underline{Z}_C = jx_C = -j\frac{1}{\omega C}.$$

В данной работе студенты исследуют одну из цепей, составленных из комбинации идеализированных элементов $\underline{Z}_R$, $\underline{Z}_L$, $\underline{Z}_C$ (рис. 6). Векторные диаграммы для этих цепей приведены в общем виде (без масштабов).

Экспериментальное исследование параметров цепи

Для экспериментального определения параметра любого идеализированного элемента цепи достаточно измерить действующее значение тока и напряжения на этом элементе. Отношение действующих значений напряжения и тока дает полное сопротивление z этого элемента. Для идеализированных элементов цепи эти соотношения дают:

- активное сопротивление: $\frac{U_R}{I} = z_R = R;$
- индуктивное сопротивление: $\frac{U_L}{I} = z_L = \omega L;$
- емкостное сопротивление: $\frac{U_C}{I} = z_C = \frac{1}{\omega C}.$

Зная частоту f приложенного к цепи напряжения, легко рассчитать индуктивность и емкость:

$$L = \frac{x_L}{\omega}; \quad C = \frac{1}{\omega x_C}; \quad \omega = 2\pi f.$$

Указания к построению векторных диаграмм

При построении векторной диаграммы используются данные измерений действующих значений токов и напряжений на всех элементах цепи, а также учитывается то обстоятельство, что все элементы цепи можно считать идеализированными. Предварительно следует выбрать масштабы токов и напряжений так, чтобы векторная диаграмма заполнила весь тетрадный лист.

При построении векторной диаграммы целесообразно руководствоваться следующими рекомендациями.

Для схемы 1 (рис. 6) построение удобно начинать с вектора напряжения $\dot{U}_{23}$ и отложить его на диаграмме в произвольном направлении, например,

вертикально. Вектор тока $\dot{I}_2$ в сопротивлении $\underline{Z}_2 = \underline{Z}_R$ совпадает по фазе с вектором напряжения $\dot{U}_{23}$. Вектор тока $\dot{I}_3$ в сопротивлении $\underline{Z}_3$ опережает вектор напряжения $\dot{U}_{23}$ по фазе 90° . Вектор общего тока цепи $\dot{I}_1$ в соответствии с первым законом Кирхгофа определяется как геометрическая сумма векторов $\dot{I}_2$ и $\dot{I}_3$ т. е. $\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3$. При этом действующее значение общего тока цепи, полученное в результате непосредственных измерений, должно практически совпадать с его значением, полученным при построении векторной диаграммы.

СХЕМА 1

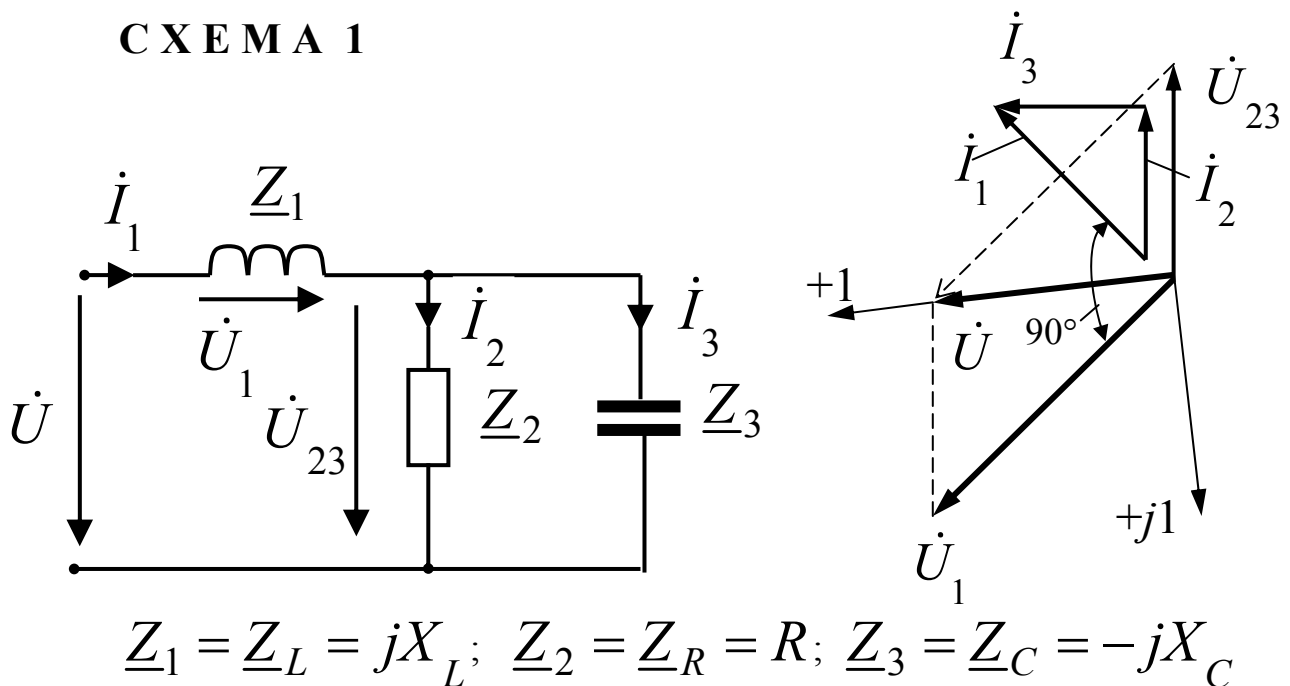
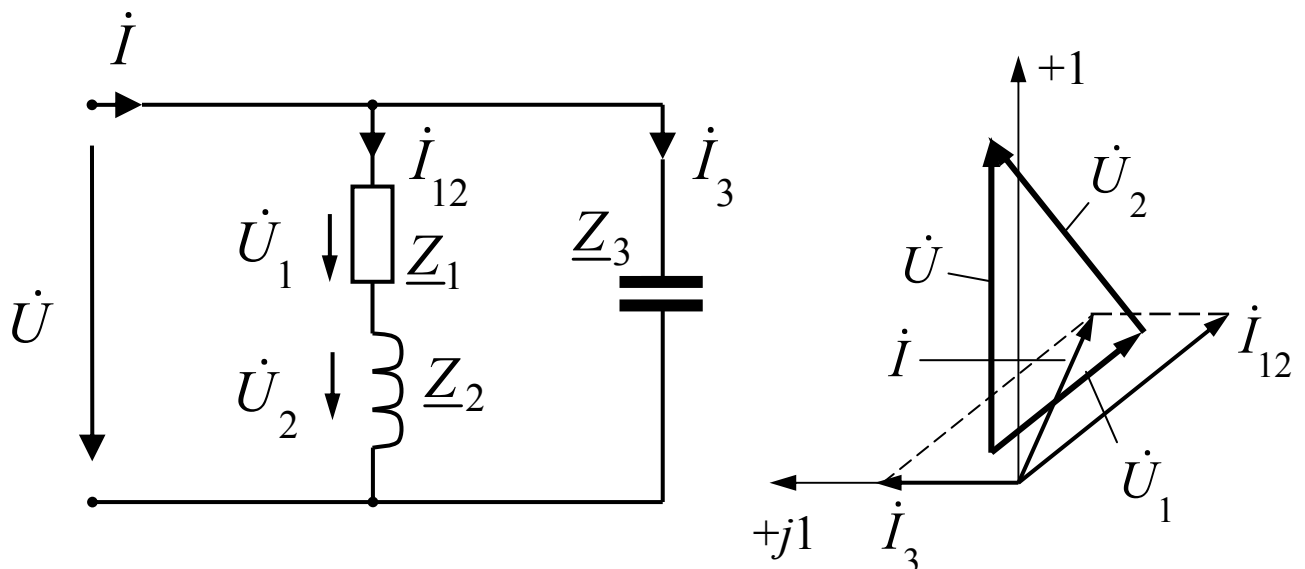


СХЕМА 2



$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_R = R; \quad \underline{Z}_2 = \underline{Z}_L = jX_L; \quad \underline{Z}_3 = \underline{Z}_C = -jX_C$$

Рис. 6

После нахождения вектора общего тока цепи $\dot{I}_1$ определяется и положение вектора $\dot{U}_1$. Этот вектор опережает вектор тока по фазе 90° . При геометрическом сложении векторов $\dot{U}_1$ и $\dot{U}_{23}$ получаем в соответствии со вторым законом Кирхгофа вектор общего напряжения цепи $\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_{23}$. При этом действующее значение приложенного напряжения, полученное в результате непосредственных измерений, должно практически совпадать с его значением, полученным при построении векторной диаграммы.

Для схемы 2 (рис. 6) построение следует начинать с вектора приложенного напряжения $\dot{U}$ и отложить его на диаграмме в произвольном направлении. Вектор тока $\dot{I}_3$ опережает вектор приложенного напряжения по фазе 90° . Вектор тока $\dot{I}_{12}$ отстает по фазе от вектора приложенного напряжения на угол $\psi = \arctg x_L/R$. Параметры x_L , x_C и R к моменту построения векторной диаграммы уже известны. Вектор общего тока цепи $\dot{I}$ в соответствии с первым законом Кирхгофа определяется как геометрическая сумма векторов $\dot{I}_{12}$ и $\dot{I}_3$, т. е. $\bar{I} = \dot{I}_{12} + \dot{I}_3$.

Вектора напряжений $\dot{U}_1$ и $\dot{U}_2$ находятся путем разложения вектора $\dot{U}$ на две составляющие: $\dot{U}_1$ – на активном сопротивлении $\underline{Z}_1 = R$, совпадающую по фазе с вектором тока $\dot{I}_{12}$, и $\dot{U}_2$ – на реактивном сопротивлении $\underline{Z}_2$, перпендикулярную вектору тока $\dot{I}_{12}$. В соответствии со вторым законом Кирхгофа $\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2$.

Указания к записи токов и напряжений в виде комплексных чисел

Всякий вектор на плоскости, изображающий синусоидальный ток или напряжение, может быть записан в виде комплексного числа. Для этого векторную диаграмму токов и напряжений цепи следует совместить с комплексной плоскостью, координатная система которой состоит из взаимно-перпендикулярных осей вещественных чисел и мнимых чисел, так, чтобы всякий вектор на плоскости изображающий синусоидальный ток или напряжение может быть записан в виде комплексного числа. Для этого построенную в процессе выполнения данной работы векторную диаграмму следует совместить с комплексной плоскостью так, чтобы вещественная ось комплексной плоскости совпала с приложенным напряжением U (рис. 6). Тогда $\dot{U} = Ue^{je} = U$, и при расчете цепи можно пользоваться формулами, приведенными в разделе 3. При этом рассчитанные теоретически и построенные экспериментально векторные диаграммы должны практически совпасть.

4. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Собрать на лабораторном стенде одну из цепей представленных на рис. 6, используя блоки переменного сопротивления, переменной индуктивности и переменной емкости. Вариант схемы, ее параметры R_L и C , а также величину действующего значения напряжения U источника и частоту f цепи взять из табл. 2 по указанию преподавателя. В каждую из трех ветвей схемы ввести резистор с сопротивлением $R_0 = 10$ Ом для последующего измерения действующего значения тока с помощью вольтметра. Схемы исследуемых цепей с подключенными резисторами R_0 и измерительными приборами представлены на рис. 7.

2. Измерить действующие значения токов и напряжений на всех элементах цепи и действующее значение напряжения источника. Занести полученные значения в табл. по форме 2.

Таблица 2

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8
№ схемы (рис. 6)	1	1	1	1	2	2	2	2
f , Гц	2000	3000	2000	3000	2000	3000	2000	3000
U , В	10	15	20	25	15	10	20	25
R , Ом	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
L , мГн	50	50	50	50	50	50	50	50
C , мкФ	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1

Для схемы 1 (рис. 6)

Форма 2*

f	U , В	U_1 , В	U_{23} , В	I_1 , мА	I_2 , мА	I_3 , мА
(2000)	(10)	(15,2)	(15,1)	(24,2)	(15,1)	(18,9)

Для схемы 2 (рис. 6)

Форма 2

f	U , В	U_1 , В	U_2 , В	I , мА	I_{12} , мА	I_3 , мА
(2000)	(10)	(5,32)	(8,46)	(10,8)	(8,47)	(16,2)

* В скобках указаны экспериментальные данные, которые могут использовать для расчета студенты, занимающиеся по системе ДОТ.

3. Определить параметры всех элементов схемы, считая их идеализированными. Полученные расчетные данные занести в табл. по форме 3.

Форма 3

R , Ом	x_L , Ом	L , Ом	x_C , Ом	C , мкФ

4. Построить векторную диаграмму цепи, используя результаты измерений токов и напряжений. Предварительно следует выбрать масштабы токов и напряжений таким образом, чтобы векторная диаграмма полностью занимала отдельный лист отчета. Проверить соотношение графических построений по первому и второму законам Кирхгофа.

5. Произвести теоретический расчет цепи символическим методом, считая известными действующее значение приложенного напряжения U и сопротивления всех элементов цепи (табл. по формам 2 и 3). Принять при расчетах начальную фазу приложенного напряжения равной нулю, т. е. совместить ось вещественных чисел комплексной плоскости с вектором U приложенного напряжения. Положение комплексной плоскости показано на векторных диаграммах рис. 6. Результаты расчетов занести в табл. по форме 4 для схемы 1 и в табл. по форме 5 для схемы 2.

Форма 4

	Модуль	Аргумент	Вещественная часть	Мнимая часть
$\dot{U}$, В				
$\dot{U}_1$, В				
$\dot{U}_{23}$, В				
$\dot{I}_1$, А				
$\dot{I}_2$, А				
$\dot{I}_3$, А				

Форма 5

	Модуль	Аргумент	Вещественная часть	Мнимая часть
$\dot{U}$, В				
$\dot{U}_1$, В				
$\dot{U}_2$, В				
$\dot{I}_{12}$, А				
$\dot{I}_3$, А				
$\dot{I}$, А				

6. Сопоставить результаты расчета с опытом. Для этого на комплексной плоскости, сориентированной относительно построенной векторной диаграммы так, как это показано на рис. 6, построить расчетные значения векторов токов и напряжений, убедиться в их хорошем соответствии с опытными данными.

5. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Схема исследуемой цепи и параметры элементов.
 2. Технические и метрологические характеристики применявшихся измерительных приборов.
 3. Таблицы с опытными и расчетными результатами.
 4. Векторная диаграмма.
 5. Выводы.
- Литература: [4], с. 73...82

6. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Как соотносятся между собой ток и напряжение в индуктивности; ток и напряжение в емкости?
2. Начальная фаза напряжения, приложенного к емкости, составляет $+30^\circ$. Какова начальная фаза тока в этой емкости?
3. Начальная фаза тока в индуктивности составляет 60° . Какова начальная фаза напряжения, приложенного к этой индуктивности?

4. Сформулируйте первый и второй законы Кирхгофа применительно к векторам действующих токов и напряжений исследуемой цепи синусоидального тока.

5. К идеализированной катушке индуктивности приложено синусоидальное напряжение, действующее значение которого $U = 314$ В. Частота сети $f = 50$ Гц. Какова величина индуктивности этой катушки, если действующее значение тока в ней $I = 1$ А?

6. К идеализированному конденсатору приложено напряжение, действующее значение которого $U = 318,5$ В, угловая частота сети $\omega = 314$ 1/с. Какова величина емкости этого конденсатора, если действующее значение тока в нем $I = 1$ А?

7. Сформулируйте первый и второй законы Кирхгофа применительно к комплексным действующим значениям токов и напряжений исследуемой цепи синусоидального тока.

8. К цепи, содержащей только индуктивное сопротивление $x_L = 2$ Ом, приложено напряжение, комплексное действующее значение которого $\dot{U} = 100e^{-j30^\circ}$. Записать комплексное действующее значение тока $\dot{I}$ в этом сопротивлении.

9. В цепи, содержащей только емкостное сопротивление $x_C = 1$ Ом, протекает ток, комплексное действующее значение которого $\dot{I} = 20e^{+j45^\circ}$. Записать комплексное действующее значение напряжения $\dot{U}$, приложенного к этой цепи.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3

Исследование частотных свойств цепи с последовательным соединением активного сопротивления, индуктивности и емкости

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Экспериментальное исследование резонанса и частотных характеристик цепи с последовательным соединением активного сопротивления, индуктивности и емкости.

2. ПРОГРАММА РАБОТЫ

1. Экспериментальное определение резонансной частоты и сопоставление ее с расчетной величиной.
2. Экспериментальное определение зависимости активного, индуктивного, емкостного и полного сопротивлений цепи от частоты приложенного напряжения; сопоставление опытных и расчетных зависимостей между собой.
3. Экспериментальное определение зависимости тока цепи от частоты приложенного напряжения и сопоставление ее с расчетной зависимостью.
4. Экспериментальное определение полосы пропускания и добротности цепи.
5. Определение полосы пропускания и добротности расчетным путем; сопоставление результатов эксперимента и расчета.

3. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Схема исследуемой цепи представлена на рис. 7, а. В соответствии со 2-м законом Кирхгофа для этой цепи имеем

$$\bar{U} = \bar{U}_R + \bar{U}_L + \bar{U}_C. \quad (7)$$

Здесь $\bar{U}$ – вектор действующего значения приложенного напряжения;

$\bar{U}_R$ – вектор действующего значения напряжения на активном сопротивлении R цепи, совпадающий по фазе с вектором действующего значения тока $\bar{I}$;

$\bar{U}_L$ – вектор действующего значения напряжения на индуктивном сопротивлении $X_L = \omega L$ цепи, опережающий по фазе вектор действующего значения тока $\bar{I}$ на 90° ;

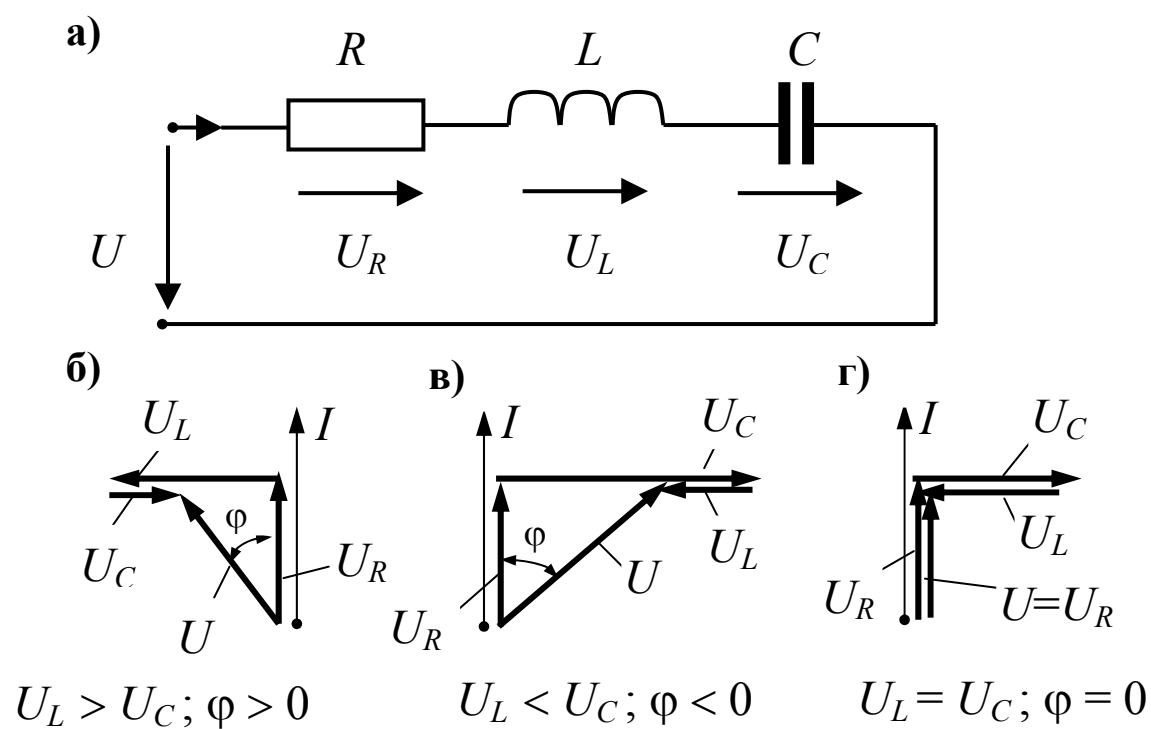


Рис. 7

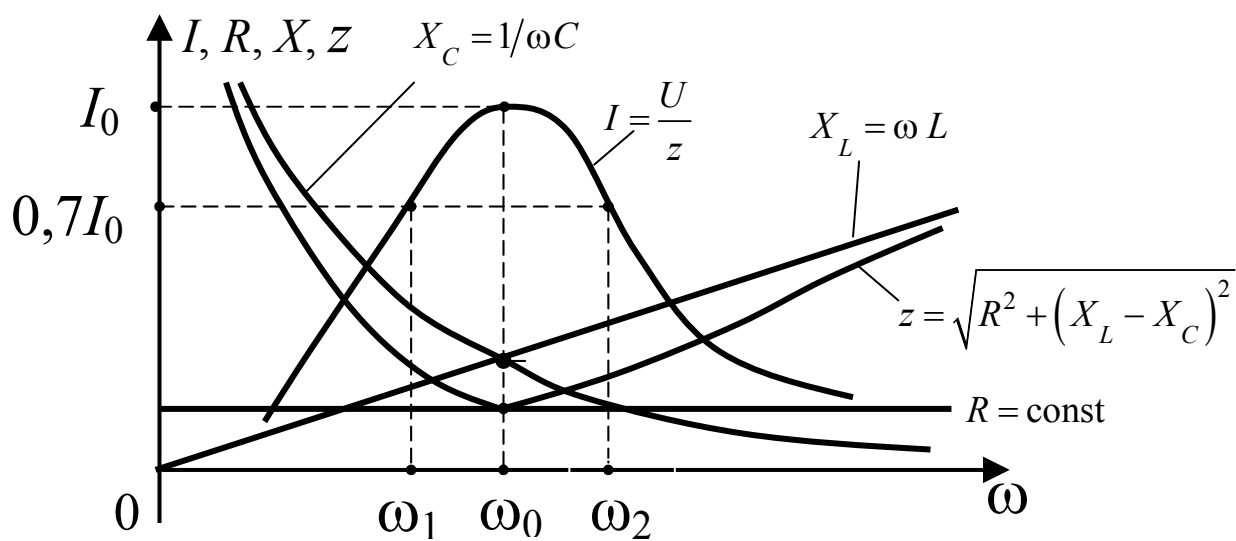


Рис. 8

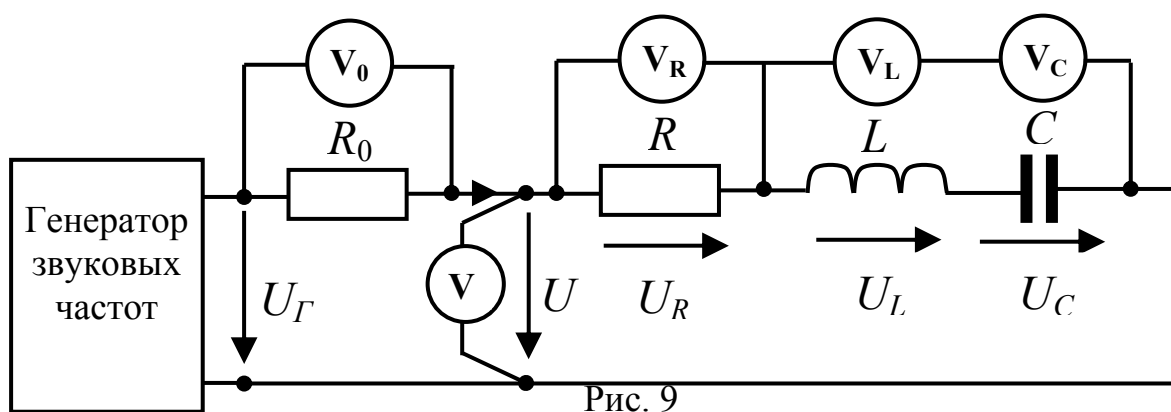


Рис. 9

$\bar{U}_C$ – вектор действующего значения напряжения на емкостном сопротивлении $X_C = 1/\omega C$ цепи, отстающий по фазе от вектора действующего значения тока $\bar{I}$ на 90° .

Векторная диаграмма исследуемой цепи показана на рис. 8 для трех случаев соотношения между U_L и U_C .

На этой диаграмме векторы напряжений образуют прямоугольный треугольник со сторонами U , $(U_L - U_C)$ и U_R . Из этого треугольника легко найти соотношения между действующими значениями напряжений и угол сдвига фаз φ между напряжением и током цепи:

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}; \quad (8)$$

$$\varphi = \arctg \frac{U_L - U_C}{U_R}. \quad (9)$$

На рис. 11, б $U_L > U_C$; ток цепи отстает по фазе от напряжения, $\varphi > 0$ и цепь имеет индуктивный характер. На рис. 8, в $U_L < U_C$; ток цепи опережает по фазе напряжение, $\varphi < 0$ и цепь имеет емкостной характер. На рис. 7, г $U_L = U_C$; ток цепи совпадает по фазе с напряжением, $\varphi = 0$ и цепь имеет чисто активный характер. В этих условиях в цепи имеет место резонанс напряжений. При резонансе напряжений $U_L - U_C = 0$ и $U = U_R$.

Известно, что в соответствии с законом Ома

$$U_R = I R; \quad U_L = I X_L; \quad U_C = I X_C. \quad (10)$$

Здесь R – активное сопротивление цепи; $X_L = \omega L$ – индуктивное сопротивление цепи; $X_C = 1/\omega C$ – емкостное сопротивление цепи; $\omega = 2\pi f$ – угловая частота цепи; f – частота цепи в герцах.

Подставив (10) в (8) и (9), получаем

$$U = I \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = I z, \quad (11)$$

где $\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ – полное сопротивление цепи.

$$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}. \quad (12)$$

Из соотношения $U_L - U_C = 0$ вытекает, что при резонансе $X_L - X_C = 0$ или $\omega L - 1/\omega C$. Отсюда:

$$\omega^2 LC - 1 = 0. \quad (13)$$

Это уравнение показывает соотношение между ω , L , C при резонансе. Если L и C – заданные величины, то угловая частота цепи, при которой будет иметь место резонанс напряжений

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (14)$$

При резонансе напряжений полное сопротивление $z = R$ и является минимальным, а ток в цепи $I = U/z$ при неизменном значении действующего напряжения U – максимальным. Если при резонансе $X_{L0} = X_{C0} > R$, то напряжения на реактивных элементах цепи больше приложенного к цепи напряжения $U_{L0} = U_{C0} > U$.

Зависимости сопротивлений элементов цепи, напряжений на этих элементах, угла сдвига фаз, тока от частоты называются *частотными характеристиками цепи*. В данной работе рассматриваются зависимости активного сопротивления R , индуктивного сопротивления X_L , емкостного сопротивления X_C , полного сопротивления z , угла сдвига фаз φ и действующего значения тока цепи I от частоты приложенного напряжения. Общий вид этих характеристик показан на рис. 8.

При частоте $\omega_0 > \omega > 0$ преобладает емкостное сопротивление и цепь имеет емкостной характер – ток опережает напряжение по фазе (векторная диаграмма на рис. 7, в).

При частоте $\infty > \omega > \omega_0$ в цепи преобладает индуктивное сопротивление и цепь имеет индуктивный характер – ток отстает от напряжения по фазе (рис. 7, б).

При частоте $\omega = \omega_0$ цепь является чисто активной – ток и напряжение совпадают по фазе и наблюдается резонанс напряжений (векторная диаграмма на рис. 8, г).

При исследовании радиотехнических цепей широко используют понятие о *характеристическом (волновом) сопротивлении* ρ , а также понятия о *добротности* Q , *затухании* d и *абсолютной полосе пропускания* $(\omega_2 - \omega_1)$ цепи.

Характеристическим (волновым) сопротивлением ρ цепи называется сопротивление каждого из двух реактивных элементов исследуемой цепи при резонансе:

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \rho = \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (15)$$

Добротностью Q цепи (контура) с последовательным соединением R, L, C называется отношение характеристического сопротивления к активному сопротивлению цепи:

$$Q = \frac{\rho}{R}. \quad (16)$$

Величина добротности показывает, во сколько раз напряжение на индуктивности и емкости при резонансе превышает напряжение цепи.

Величина, обратная добротности, называется затуханием d :

$$d = \frac{1}{Q}. \quad (17)$$

Абсолютная полоса пропускания $(\omega_2 - \omega_1)$ – это полоса частот вблизи резонансной частоты, в границах которой действующее значение тока уменьшается в $\sqrt{2}$ раз. На границах этой полосы $R = X$, а угол сдвига фаз $\varphi = 45^\circ$. Заметим, что в формуле для полосы пропускания $\omega_2 > \omega_0$, а $\omega_1 < \omega_0$. Полоса пропускания связана с добротностью Q и затуханием d следующими соотношениями:

$$(\omega_2 - \omega_1) = \frac{\omega_0}{Q} = \omega_0 d. \quad (18)$$

Чем меньше эта полоса, тем больше добротность Q и тем круче изменяется кривая тока при изменении частоты ω от резонансного значения. Для сокращения полосы пропускания цепь с последовательным соединением L и C должна иметь как можно меньшее значение R . Границу полосы пропускания можно определить экспериментально из графика $I(\omega)$, если на нем провести линию, параллельную оси ω на уровне $I_0 / \sqrt{2} = 0,7 I_0$. Пересечение этой линии с кривой тока определяет значение частот ω_1 и ω_2 полосы пропускания (рис. 8).

4. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. На наборном поле лабораторной установки собрать электрическую цепь (рис. 9), состоящую из последовательного соединения активного сопротивления, индуктивности и емкости, и подключить ее к источнику ЭДС с изменяемой частотой приложенного напряжения (к генератору звуковых частот – ГЗЧ).

Параметры цепи и величина приложенного напряжения задаются преподавателем из табл. 3.

Таблица 3

№ варианта	R , Ом	L , мГн	C , мкФ	U , В
1	100	20	0,5	1
2	125	25	0,4	1
3	200	40	0,25	2
4	250	50	0,2	2
5	375	75	0,134	3
6	400	80	0,125	3
7	500	100	0,1	4
8	600	120	0,84	4

2. Рассчитать величину резонансной частоты ω_0 по формуле (14).

3. Определить величину резонансной частоты экспериментально. Для этого, изменяя частоту напряжения источника ЭДС от 0 до $\max$, найти то ее значение, при котором ток цепи достигает максимума. Практически это осуществляется наблюдением за стрелкой вольтметра, подключенного к резистору R_0 (его показания пропорциональны току, так как $I = U_0 / R_0$). Следует убедиться в том, что экспериментальные и расчетные значения резонансной частоты практически совпадают.

4. Изменяя частоту приложенного напряжения в пределах от $0,2 \omega_0$ до $2\omega_0$, измерить при каждом из значений ω действующее значение тока цепи I и действующие значения напряжений U , U_R , U_L , U_C . Полученные данные занести в табл. по форме 6.

Форма 6*

Частота		Эксперимент				
$\omega = 1/C$	f , Гц	U_0 , мВ	U , В	U_R , мВ	U_L , мВ	U_C , В
$0,2\omega_0 =$	$0,2f_0 = 320$	(10,4)	1	(104)	(0,042)	(104)
$0,5\omega_0 =$	$0,5f_0 = 800$	(31,5)	1	(315)	(0,317)	(1,25)
$0,7\omega_0 =$	$0,7f_0 = 1130$	(56,2)	1	(562)	(0,798)	(1,58)
$\omega_0 =$	$f_0 = 1590$	(90,8)	1	(908)	(1,82)	(1,82)
$1,3\omega_0 =$	$1,3f_0 = 2070$	(65,3)	1	(653)	(1,7)	(1,0)
$1,7\omega_0 =$	$1,7f_0 = 2700$	(40,4)	1	(404)	(1,37)	(0,477)
$2\omega_0 =$	$2f_0 = 3200$	(31,1)	1	(310)	(1,25)	(0,309)

* В скобках указаны экспериментальные данные, которые могут использовать для расчета студенты, занимающиеся по системе ДОТ (параметры элементов взять первого варианта).

По полученным данным рассчитать значения I , R , X_L , X_C , z для тех же значений частот, что и в табл. по форме 6. Результаты расчета занести в табл. по форме 7.

Форма 7

Частота		Эксперимент					Теория
$\omega = 1/C$	f , Гц	I , мА	R , Ом	X_L , Ом	X_C , Ом	z , Ом	z , Ом
$0,2\omega_0 =$	$0,2f_0 =$						
$0,5\omega_0 =$	$0,5f_0 =$						
$0,7\omega_0 =$	$0,7f_0 =$						
$\omega_0 =$	$f_0 =$						
$1,3\omega_0 =$	$1,3f_0 =$						
$1,7\omega_0 =$	$1,7f_0 =$						
$2\omega_0 =$	$2f_0 =$						

5. По полученным данным построить частотные характеристики тока I и сопротивлений R , X_L , X_C , z так, как это показано на рис. 8.

6. Рассчитать теоретически характеристику $z(\omega)$ по формуле (11) и построить ее на одном графике с экспериментальными характеристиками. Убедиться в хорошем совпадении теории и опыта.

7. Рассчитать добротность контура теоретически по формуле (16) и сравнить ее с экспериментальным значением добротности. Для этого на графике $I(\omega)$ (рис. 12) провести прямую линию, параллельную оси ω на высоте, равной $0,7 I_0$. Точки пересечения этой прямой с кривой тока определяют значения граничных частот ω_1 и ω_2 полосы пропускания. Тогда величина добротности определяется соотношением

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1}. \quad (19).$$

5. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Схема лабораторной установки.
2. Перечень используемых приборов с паспортными данными.
3. Таблицы экспериментальных и расчетных величин.
4. Основные расчетные формулы.
5. Графические зависимости.
6. Сравнение результатов теоретических и экспериментальных исследований.

7. Выводы.

Литература: [4], с. 62...64

6. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Каково общее условие возникновения резонанса в электрической цепи?
2. Каковы основные особенности резонанса в цепи с последовательным соединением R, L, C ?
3. Почему резонанс в цепи с последовательным соединением R, L, C называют резонансом напряжения?
4. По каким признакам можно определить наступление резонанса в цепи с последовательным соединением R, L, C , если плавно изменять частоту на зажимах цепи от нуля до бесконечности?
5. Как изменяется характер полного сопротивления цепи при изменении частоты в ней от нуля до наибольшего значения?
6. Как объяснить тот факт, что при резонансе исследуемой цепи ток в ней достигает наибольшего значения?
7. Используя данные табл. 6, построить векторную диаграмму цепи при $\omega = 0,7\omega_0$; при $\omega = 1,3\omega_0$; при $\omega = \omega_0$.
8. Определить индуктивность L и емкость C цепи, если ее волновое сопротивление $\rho = 100$ Ом при резонансной частоте $\omega_0 = 10000$ 1/сек.
9. Определить добротность цепи Q , если цепь обладает следующими параметрами: $R = 100$ Ом; $L = 40$ мГн; $C = 1$ мкФ.
10. Определить величину полосы пропускания цепи в условиях вопроса 9.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4

Исследование трехфазной осветительной цепи

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Экспериментальное исследование трехфазной цепи при соединении приемников «звездой» при различных режимах работы.

2. ПРОГРАММА РАБОТЫ

1. Исследование цепи в симметричном режиме работы при наличии и отсутствии нейтрального провода.

2. Исследование цепи в случае обрыва фазного провода при наличии и отсутствии нейтрального провода.

3. Исследование цепи в случае короткого замыкания фазы приемника при отсутствии нейтрального провода.

3. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

В данной работе рассматривается трехфазная цепь, однофазные приемники которой соединены «звездой», как показано на рис. 10,а.

Провода, соединяющие фазы источника и приемника, называются линейными, а провод, соединяющий нейтральную точку источника "0" и нейтральную точку приемника "0", называется нейтральным. Сопротивлением линейных проводов и сопротивлением нейтрального провода пренебрегаем.

В основе теоретического анализа исследуемой цепи лежит комплексный метод. Принятые при этом положительные направления комплексных действующих значений токов, напряжений и ЭДС показаны на рис. 10,а. Для наглядности уравнения, составленные по законам Кирхгофа для комплексных действующих значений токов и напряжений, представляются в виде векторных диаграмм.

При соединении приемников «звездой» различают два вида напряжений – фазные и линейные. Фазные напряжения – это напряжения на фазах приемника: $\dot{U}_A$, $\dot{U}_B$, $\dot{U}_C$. Линейные напряжения – это напряжения между линейными проводами: $\dot{U}_{AB}$, $\dot{U}_{BC}$, $\dot{U}_{CA}$. Соотношения между фазными и линейными напряжениями определяются непосредственно из рассмотрения рис. 10,а и подтверждаются вторым законом Кирхгофа:

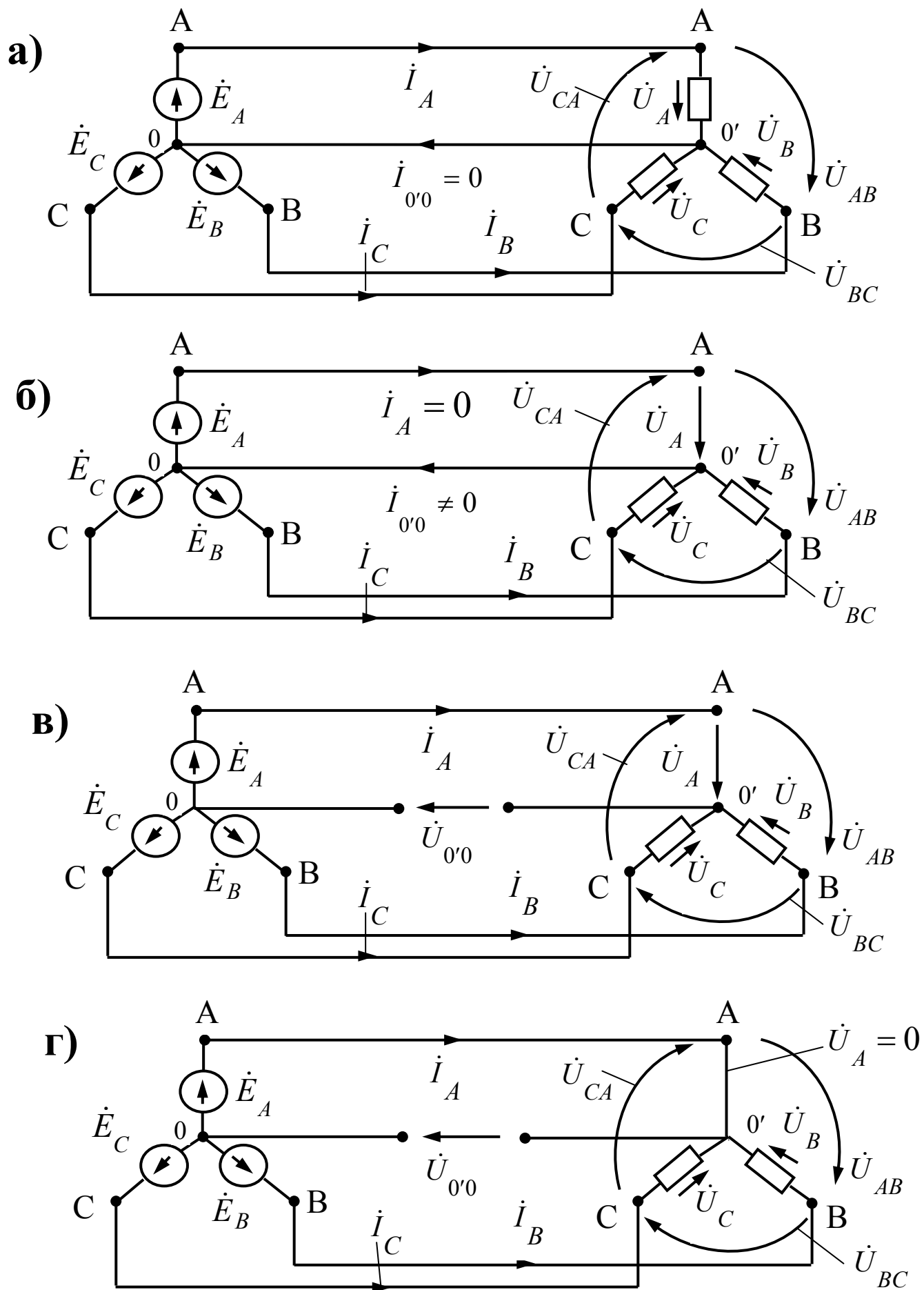
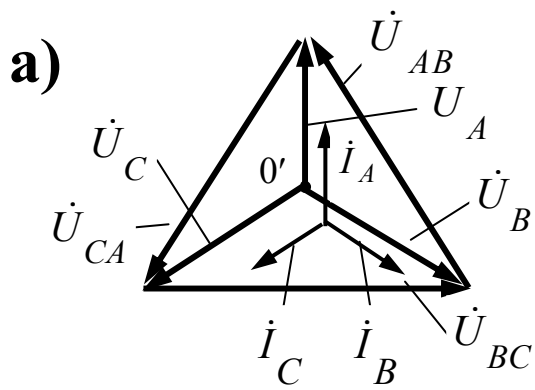
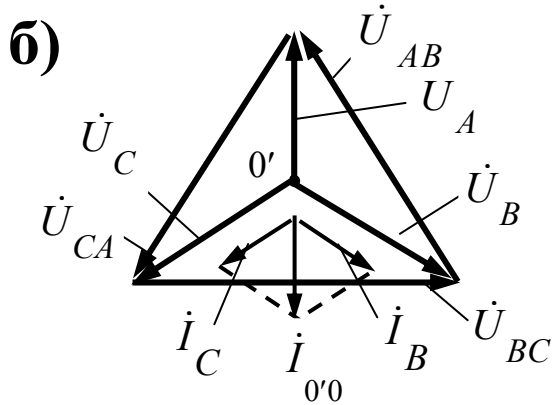


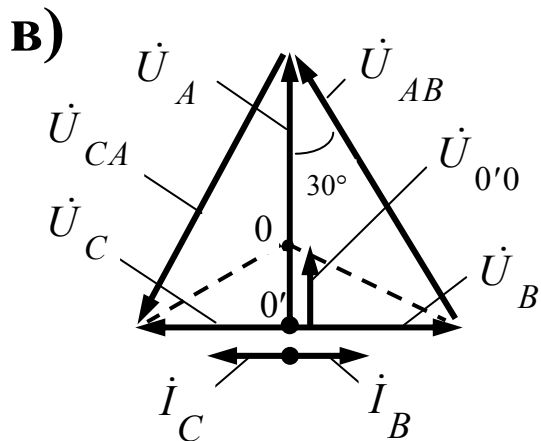
Рис. 10



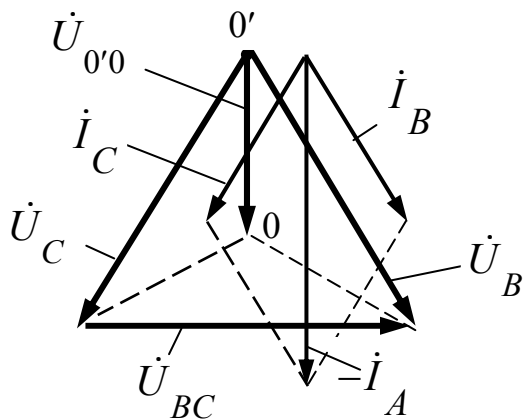
$$\begin{aligned}
 U_A &= U_B = U_C = U_\Phi \\
 U_{AB} &= U_{BC} = U_{CA} = U_\Pi \\
 U_\Pi &= \sqrt{3} U_\Phi \\
 I_A &= I_B = I_C = I_\Phi \\
 i_A + i_B + i_C &= 0
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 I_A &= 0 \quad I_{0'0} = I_B = I_C \\
 i_{0'0} &= i_B + i_C \\
 U_A &= U_B = U_C
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 I_A &= 0 \quad I_B = I_C = 0,87 I_\Phi \\
 U_A &= U_\Pi \cos 30^\circ = 0,87 U_\Pi \\
 U_A &= 1,5 U_\Phi \quad U_{0'0} = 0,5 U_\Phi
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 U_A &= 0 \quad U_B = U_C = U_\Pi \\
 U_{0'0} &= U_\Phi \\
 I_B &= I_C = 1,73 I_\Phi \\
 I_A &= 3 I_\Phi
 \end{aligned}$$

Рис. 11

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B ; \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C ; \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A . \quad (20)$$

При этом всегда сумма комплексных действующих значений линейных напряжений приемника равна нулю:

$$\dot{U}_{AB} + \dot{U}_{BC} + \dot{U}_{CA} = 0 . \quad (21)$$

При соединении приемника звездой токи в линейных проводах

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}_A}; \quad \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{\underline{Z}_B}; \quad \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{\underline{Z}_C}$$

равны токам в фазах приемника (рис. 10). При этом в соответствии с первым законом Кирхгофа для узла 0' сумма комплексных действующих значений фазных токов равна току в нейтральном проводе:

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = \dot{I}_{0'0} . \quad (22)$$

При отсутствии нейтрального провода

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0 . \quad (23)$$

Различают симметричный и несимметричный режимы работы трехфазной цепи. Для получения симметричного режима работы необходимо соблюдение двух условий:

- трехфазный источник должен быть симметричным, т. е. действующие значения всех трех фазных напряжений должны быть одинаковыми и сдвинутыми друг относительно друга по фазе на 120° (на векторной диаграмме эти напряжения образуют симметричную трехлучевую звезду, как это показано на рис. 11,а);

- комплексные сопротивления всех трех фаз приемника должны быть одинаковыми:

$$\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z}_\Phi .$$

При симметричном режиме работы цепи действующие значения токов во всех трех фазах приемника равны между собой:

$$I_A = I_B = I_C = I_\Phi .$$

Соответствующие векторы сдвинуты относительно друг друга по фазе на 120° .

Если хотя бы одно из вышеперечисленных условий не соблюдается, то режим работы цепи является несимметричным.

В данной работе трехфазный источник симметричен. Кроме того, сопротивления всех трех фаз приемника одинаковы и активны:

$$\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z}_\Phi = R . \quad (24)$$

Несимметричный режим работы в такой цепи может возникать либо вследствие обрыва линейных или фазных проводов, либо вследствие коротких замыканий в фазах приемника.

Симметричный режим работы при наличии нейтрального провода

При таком режиме работы (рис. 10,а) векторы действующих значений фазных напряжений $\dot{U}_A$, $\dot{U}_B$ и $\dot{U}_C$ образуют симметричную трехлучевую звезду (рис. 11,а). Векторы действующих значений линейных напряжений, определяемых из соотношения (20), также образуют симметричную трехлучевую звезду и могут быть расположены между концами векторов фазных напряжений, образуя замкнутый равносторонний треугольник, как это показано на рис. 11,а. При этом действующие значения линейных напряжений в $\sqrt{3}$ раз больше действующих значений фазных напряжений:

$$U_A = \sqrt{3}U_\phi = 1,73 U_\phi.$$

Заметим, что система линейных напряжений определяется источником энергии и остается неизменной при любых изменениях фазных напряжений приемника.

Векторы действующих значений фазных токов $\dot{I}_A$, $\dot{I}_B$ и $\dot{I}_C$ также образуют симметричную трехлучевую звезду, причем каждый из векторов тока совпадает по фазе с вектором фазного напряжения, как ток в активном сопротивлении. Сумма векторов фазных токов в силу симметрии звезды токов равна нулю, и поэтому ток I_{00} в нейтральном проводе в соответствии с отношением (22) равен нулю.

Симметричный режим работы цепи при отсутствии нейтрального провода

При таком режиме работы сумма векторов действующих значений фазных токов по-прежнему равна нулю, и поэтому отсутствие нейтрального провода никак не влияет на режим работы трехфазной цепи. Векторная диаграмма токов и напряжений при этом та же, что и на рис. 21,а.

Несимметричный режим работы цепи при обрыве фазы и наличии нейтрального провода

При данном режиме работы (рис. 10,б) фазные напряжения всех трех фаз остаются неизменными (рис. 11,б) по сравнению со случаем симметричного

режима работы цепи, однако ток в оборванной фазе отсутствует. Система фазных токов становится несимметричной, и в соответствии с соотношением (22) в нейтральном проводе появляется ток, комплексное действующее значение которого

$$\dot{I}_{0'0} = \dot{I}_A + \dot{I}_C.$$

Действующее значение этого тока, как видно из геометрических построений на векторной диаграмме (рис. 11,б), равно действующему значению тока в фазах В и С.

Несимметричный режим работы цепи при обрыве фазы А и отсутствии нейтрального провода

При таком режиме работы ток в фазе А равен нулю (рис. 10,в) и трехфазная цепь превращается фактически в однофазную, состоящую из двух сопротивлений $\underline{Z}_B$ и $\underline{Z}_C$, соединенных последовательно и подключенных к линейному напряжению $\dot{U}_{BC}$. Векторы действующих значений $\dot{U}_B$ и $\dot{U}_C$ (рис. 11,в) находятся в противофазе: $\dot{U}_B$ и $-\dot{U}_C$. Их действующие значения равны между собой и составляют половину действующего значения линейного напряжения U_{BC} :

$$U_B = U_C = \frac{U_{BC}}{2}.$$

Эти значения уменьшились по сравнению с симметричным режимом работы, что следует из векторной диаграммы, в 0,87 раз. Соответствующим образом уменьшились и действующие значения фазных токов в фазах В и С. Они составляют при этом режиме работы 0,87 часть от действующих значений токов в этих фазах при симметричном режиме работы цепи.

На разрыве фазы А появляется напряжение $\dot{U}_A$, действующее значение которого, как видно из векторной диаграммы, составляет 0,87 часть линейного напряжения и в 1,5 раза больше фазного напряжения при симметричном режиме работы цепи:

$$U_A = 0,87U_L = 1,5U_\phi.$$

Между нейтральными точками приемника и источника появляется напряжение $\dot{U}_{0'0}$, показанное на векторной диаграмме в виде вектора между точками 0' и 0. Его действующее значение, как видно из диаграммы, равно половине фазного напряжения при симметричном режиме работы цепи: $U_{0'0} = 0,5U_\phi$.

Несимметричный режим работы цепи при коротком замыкании фазы А и отсутствии нулевого провода

При этом режиме работы (рис. 10,г) напряжение на фазе А равно нулю, а напряжения на фазах В и С становятся равными линейными напряжениями источника

$$\dot{U}_B = -\dot{U}_{AB} ; \quad \dot{U}_C = -\dot{U}_{CA}.$$

Их действующие значения U_B и U_C увеличиваются по сравнению с симметричным режимом в 1,73 раза $U_B = U_C = U_L$.

Соответствующим образом увеличиваются и действующие значения токов в фазах В и С они становятся в 1,73 раза больше, чем при симметричном режиме работы

$$I_B = I_C = \frac{U_L}{R} = 1,73 I_\Phi.$$

Ток в фазе А определяется из соотношения (22)

$$\dot{I}_A = -(\dot{I}_B + \dot{I}_C).$$

Действующее значение этого тока, как видно из векторной диаграммы (рис. 11,г), в 1,73 раза больше, чем действующие значения токов в фазах В и С:

$$I_A = 1,73 I_B = 1,73 I_C.$$

Между нейтральными точками приемника и источника действует напряжение $U_{0'0}$, комплексное действующее значение которого показано на векторной диаграмме в виде вектора между точками 0' и 0. Действующее значение этого напряжения численно равно фазной ЭДС источника $U_{0'0} = E_A = U_\Phi$.

4. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Собрать на наборном поле лабораторного стенда трехфазную систему источников напряжения, соединенную звездой, для чего использовать блок трехфазных напряжений.

Подключить этот блок к сети и установить во всех трех фазах источника одинаковые действующие значения напряжений по указанию преподавателя.

Измерить действующие значения фазных и линейных напряжений на зажимах трехфазного источника и занести их в табл. по форме 8.

Поддерживать в дальнейшем эти значения неизменными при всех режимах работы цепи.

Форма 8*

Фазные напряжения источника			Линейные напряжения источника		
$U_A, \text{В}$	$U_B, \text{В}$	$U_C, \text{В}$	$U_{AB}, \text{В}$	$U_{BC}, \text{В}$	$U_{CA}, \text{В}$
(208)	(208)	(208)	(120)	(120)	(120)

* В скобках указаны экспериментальные данные, которые могут использовать для расчета студенты, занимающиеся по системе ДОТ (параметры: $f=50$ Гц; сопротивление нагрузки $R=50$ В).

2. Собрать на наборном поле лабораторного стенда трехфазный симметричный приемник, фазные сопротивления которого соединены звездой (рис. 10,а).

Действующие значения токов в линейных проводах и фазах приемника измеряются методом вольтметра с использованием известных значений фазных сопротивлений

$$I_{\phi} = I_L = U_{\phi} / R.$$

3. Собрать на наборном поле лабораторного стенда трехфазную цепь, содержащую трехфазный источник и трехфазный приемник, соединенные звездой. Резисторы, имитирующие трехфазный симметричный приемник, размещены в специальном блоке, находящемся справа от наборного поля. Значения этих резисторов указаны на стенде.

Для измерения тока в нейтральном проводе методом вольтметра включить в него измерительное сопротивление $R_0 = 10$ Ом. Действующее значение тока в нейтральном проводе определяется по формуле

$$I_{0'0} = U_{0'0} / R_0,$$

где $U_{0'0}$ – действующее значение напряжения на сопротивлении R_0 .

4. Исследовать симметричный режим работы цепи при наличии нейтрального провода. Для этого измерить действующие значения фазных и линейных напряжений приемника. Результаты измерений занести в первую строку табл. по форме 9.

Затем измерить действующие значения фазных токов и действующее значение тока в нейтральном проводе. Результаты измерений также занести в табл. по форме 9. По известным действующим значениям фазных и линейных напряжений, величинам фазных сопротивлений построить векторную диаграмму напряжений и токов для данного режима работы цепи (рис. 11,а).

Сопоставить результаты теоретических построений с экспериментальными данными и убедиться в том, что они практически совпадают. Убедиться также в том, что при этом режиме:

Форма 9*

Режим работы	Измеряемая величина								
	$U_L, В$	$U_A, В$	$U_B, В$	$U_C, В$	$U_{0'0}, В$	$I_A, А$	$I_B, А$	$I_C, А$	$I_{0'0}, А$
Симметричный с нейтральным проводом	(208)	(120)	(120)	(120)	(0)	(1,2)	(1,2)	(1,2)	(0)
Симметричный без нейтрального провода	(208)	(120)	(120)	(120)	(0)	(1,2)	(1,2)	(1,2)	(0)
Обрыв фазы А с нейтральным проводом	(208)	(120)	(120)	(120)	(120)	(0)	(1,2)	(1,2)	(1,2)
Обрыв фазы А без нейтрального провода	(208)	(180)	(104)	(104)	(60)	(0)	(1,04)	(1,04)	(1,04)
Короткое замыкание фазы А без нейтрального провода									

* В скобках указаны экспериментальные данные, которые могут использовать для расчета студенты, занимающиеся по системе ДОТ

- действующие значения фазных напряжений приемника равны между собой;
- действующие значения линейных напряжений равны между собой и в $\sqrt{3}$ раз больше действующих значений фазных напряжений;
- действующие значения фазных токов равны между собой;
- ток в нейтральном проводе равен нулю.

5. Исследовать симметричный режим работы при отсутствии нейтрального провода.

Для этого отключить нейтральный провод и измерить действующие значения всех фазных и линейных напряжений приемника, а также действующие значения всех фазных токов. Результаты измерений занести во вторую строку табл. по форме 9.

Убедиться в том, что обрыв нейтрального провода не привел к изменению режима работы цепи.

6. Исследовать режим работы цепи при обрыве фазы А и наличии нейтрального провода (рис. 10,б).

Для этого вновь подключить к нейтральным точкам источника и приемника нейтральный провод и отключить сопротивление в фазе А.

Затем измерить действующие значения фазных и линейных напряжений приемника, действующие значения фазных токов и действующие значения тока

в нейтральном проводе. Результаты измерений занести в третью строку табл. по форме 9.

По известным действующим значениям фазных напряжений и величинам фазных сопротивлений построить векторную диаграмму напряжений и токов для данного режима работы цепи (рис. 11,б).

Сопоставить результаты теоретических построений с экспериментальными данными и убедиться в том, что они практически совпадают. Убедиться также в том, что при этом режиме:

- действующие значения фазных напряжений всех трех фаз равны между собой;
- ток в фазе А отсутствует, а токи в фазах В и С не изменились по сравнению со случаем симметричного режима работы цепи;
- в нейтральном проводе появился ток, действующее значение которого численно равно действующим значениям токов в фазах В и С.

7. Исследовать режим работы цепи при обрыве фазы А и отсутствии нейтрального провода (рис. 10,в).

Для этого отключить нейтральный провод и оставить отключенным сопротивление в фазе А.

Затем измерить действующие значения фазных и линейных напряжений приемника, действующие значения фазных токов и действующее значение напряжения между нейтральными точками приемника и источника.

Результаты измерений занести на четвертую строку табл. по форме 9.

По известным действующим значениям фазных напряжений, известным величинам фазных сопротивлений построить векторную диаграмму напряжений и токов для данного режима работы цепи (рис. 11,в).

Сопоставить результаты теоретических построений с экспериментальными данными и убедиться в том, что они практически совпадают. Убедиться в том, что при этом режиме:

- действующие значения напряжений в фазах В и С составляют половину линейного напряжения U_{BC} и часть от фазного напряжения при симметричном режиме работы цепи;
- действующее значение напряжения на фазе А составляет 0,87 часть от линейного напряжения и в 1,5 раза больше фазного напряжения при симметричном режиме;
- действующее значение напряжения между нейтральными точками приемника и источника составляет половину фазного напряжения, имевшего место при симметричном режиме работы;

– ток в фазе А отсутствует, а действующие значения токов в фазах В и С равны между собой и составляют 0,87 часть от действующих значений этих токов при симметричном режиме работы.

8. Исследовать режим работы цепи при коротком замыкании фазы А и отсутствии нейтрального провода (рис. 10,г).

Для этого оставить нейтральный провод отключенным и произвести короткое замыкание фазы А.

Затем измерить действующие значения фазных и линейных напряжений приемника, действующие значения фазных токов и действующее значение напряжения между нейтральными точками приемника и источника. Результаты измерений занести в табл. по форме 9.

По известным действующим значениям фазных напряжений, известным величинам фазных сопротивлений построить векторную диаграмму напряжений и токов для данного режима работы цепи (рис. 11,г).

Сопоставить результаты теоретических построений с экспериментальными данными и убедиться в том, что они практически совпадают. Убедиться также в том, что при этом режиме:

– напряжение на фазе А отсутствует, а действующие значения напряжений на фазах В и С увеличились в $\sqrt{3}$ раз по сравнению со случаем симметричного режима работы и стали равны действующим значениям линейных напряжений;

– между нейтральными точками приемника и источника появилось напряжение, действующее значение которого численно равно действующему значению фазного напряжения при симметричном режиме;

– действующие значения токов в фазах В и С увеличились в $\sqrt{3}$ раз по сравнению со случаем симметричного режима работы;

– действующее значение тока в фазе А в $\sqrt{3}$ больше, чем в фазах В и С при данном режиме работы, и в 3 раза больше, чем действующее значение тока в этой фазе при симметричном режиме работы.

5. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Перечень измерительных приборов и их краткие характеристики.
2. Схемы трехфазной цепи при всех исследуемых режимах ее работы.
3. Основные расчетные формулы.
4. Таблицы с результатами измерений.

5. Векторные диаграммы напряжений и токов для всех рассмотренных режимов работы цепи.

6. Краткие выводы по результатам работы.

Литература: [4], с. 108...118

6. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Известны комплексные действующие значения линейных напряжений $\dot{U}_{AB} = (-50 - j87)$ В и $\dot{U}_{BC} = (-50 + j87)$ В. Определить действующее значение линейного напряжения U_{BC} .

2. Для трехфазной цепи, работающей в симметричном режиме, известны действующее значение линейного напряжения $U_L = 380$ В и сопротивление фазы приемника, соединенного звездой $Z_\phi = R = 22$ Ом. Определить действующее значение фазного тока.

3. В трехфазной цепи с нейтральным проводом, работавшей в симметричном режиме, произошел обрыв нейтрального провода. Как изменятся действующие значения напряжений на фазах приемника?

4. В трехфазной цепи с нейтральным проводом, работавшей в симметричном режиме, произошел обрыв линейного провода А. Как изменятся действующие значения напряжений на фазах В и С?

5. В трехфазной цепи без нейтрального провода, работавшей в симметричном режиме, произошел обрыв провода в фазе А приемника. Как изменятся при этом действующие значения напряжений на фазах А, В и С? Определить численные значения этих напряжений при исходных данных, приведенных в вопросе 2.

6. В трехфазной цепи без нейтрального провода, работавшей в симметричном режиме, произошел обрыв провода в фазе А приемника. Как изменятся при этом действующие значения токов в фазах А, В и С? Определить численные значения этих токов при исходных данных, приведенных в вопросе 2.

7. В трехфазной цепи без нейтрального провода, работавшей в симметричном режиме, произошло короткое замыкание фазы А. Как изменятся при этом действующие значения напряжений на фазах А, В и С? Определить численные значения этих напряжений при исходных данных, приведенных в вопросе 2.

8. В трехфазной цепи без нейтрального провода, работавшей в симметричном режиме, произошло короткое замыкание фазы А. Как изменятся при этом действующие значения токов в фазах А, В и С? Определить численные значения этих токов при исходных данных, приведенных в вопросе 2.

Лабораторные работы на основе компьютерного моделирования

Общие указания

Целью выполнения лабораторного практикума является приобретение навыков экспериментального исследования электрических цепей с помощью компьютерного моделирования и умения анализировать полученные результаты.

Количество лабораторных работ и их номера следует выполнять в соответствии с указаниями, приведенными в разделе 2.5. «Практический блок».

Перед выполнением работ необходимо изучить основные теоретические положения. В конце каждой работы указаны номер литературы и страницы, где представлен материал по тематике данной работы. Библиографический список с соответствующими номерами содержится в разделе «Информация о дисциплине».

В каждой работе предусмотрено 10 вариантов. Выбор варианта определяется по последней цифре шифра студента. Оформление можно выполнить в произвольной форме. На титульном листе обязательно указывается номер специальности студента и его личный шифр. В содержании отчета должны быть отражены все требования, которые указываются в конце работы в разделе «Содержание отчета».

Напоминаем, разделы «Основные теоретические положения» в данных лабораторных работах отсутствуют, так как он в точности совпадает с таким же разделом в вышепредставленных физических лабораторных работах. При подготовке к виртуальным лабораторным работам изучите основные теоретические положения по методическим указаниям к физическим лабораторным работам.

Лабораторная работа 1

Исследование линейных элементов электрических цепей

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Экспериментальное исследование фазных и амплитудных соотношений между напряжением и током в простейших электрических цепях с помощью компьютерного моделирования.

2. ПРОГРАММА РАБОТЫ

1. Исследование цепи, содержащей только активное сопротивление.
2. Исследование цепи, содержащей только индуктивность.
3. Исследование цепи, содержащей только емкость.

3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Ознакомиться с методикой моделирования (приведена в конце 4 работы) простых цепей переменного тока на компьютере.

2. Выбрать свой вариант из табл. 1. Номер варианта должен быть равен последней цифре шифра студента.

Таблица 1

№ варианта	R_0 , Ом	R , Ом	L , мГн	C , мкФ	f , Гц
1	1	510	70	0,2	1000
2	1	510	50	0,1	2500
3	1	510	30	0,15	2000
4	1	510	70	0,25	1000
5	1	510	50	0,1	2000
6	1	510	30	0,2	1500
7	1	510	70	0,25	1000
8	1	510	50	0,1	2000
9	1	400	100	0,1	1000
0	1	300	90	0,15	2000

3. «Собрать» цепь, содержащую только активное сопротивление R и последовательно соединенное с ним измерительное сопротивление R_0 (рис. 1). На рис. 1 показан случай, когда исследуемым элементом является индуктивность

4. Установить параметры цепи, частоту синусоидального напряжения в соответствии со своим вариантом. Действующее значение напряжения источника $U_{\text{вх}}$ установить в пределах $5 \div 10$ В. Перевести приборы в режим измерения переменного тока (АС).

5. «Включить» цепь и записать показания измерительных приборов в соответствующую строку табл. по форме 1.

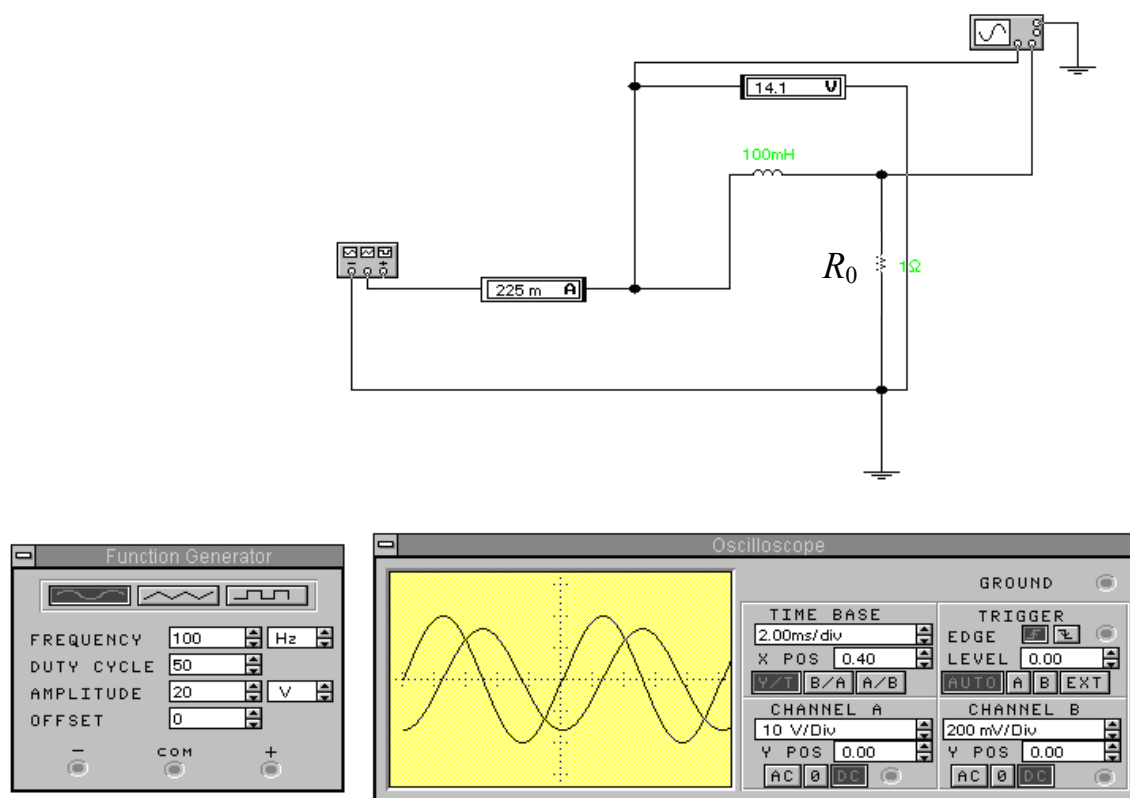


Рис. 1

Форма 1

Вид цепи	Измерено			Вычислено				
	$U_{\text{вх}}, \text{В}$	$U, \text{В}$	$I, \text{А}$	$R, \text{Ом}$	$x_L, \text{Ом}$	$x_C, \text{Ом}$	$L, \text{Гн}$	$C, \text{Ф}$
R								
L								
C								

6. Рассчитать значение активного сопротивления R цепи, воспользовавшись соотношением $\frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I} = z_R = R$. Полученный результат занести в соответствующую графу табл. по форме 1 и сопоставить его с установленным согласно варианта значением. Убедиться в том, что значения этих параметров практически совпадают.

7. Настроить «осциллограф» и получить на его экране синусоиды тока и напряжения на сопротивлении. Напряжение на входе цепи практически равно напряжению на сопротивлении, так как $R \gg R_0$ (напряжение в последовательной цепи прямо пропорционально величине сопротивления). Осциллограф имеет два канала. Канал **A** фиксирует напряжение на исследуемом элементе, воспринимает напряжение на этом элементе. Канал **B** подключается параллельно

измерительному сопротивлению R_0 и воспринимает напряжение на нем. Напряжение на активном сопротивлении пропорционально току цепи (току исследуемого элемента). Поэтому напряжению на экране осциллографа в канале В соответствует синусоида тока цепи.

Скопировать экран монитора аналогично рис. 1 при помощи клавиши Prt Scr. Нажатие этой клавиши позволяет занести в буфер обмена содержимое экрана монитора, которое затем можно вставить в необходимый документ.

Анализируя полученные графики u и i , убедиться в том, что в цепи с активным сопротивлением ток и напряжение совпадают по фазе.

Построить в тех же масштабах векторную диаграмму тока и напряжения цепи для амплитудных или действующих значений. Указать на этой диаграмме угол сдвига фаз.

8. «Собрать» цепь, содержащую только индуктивность L и последовательно соединенное с ней измерительное сопротивление R_0 (рис. 1). При этом начальная фаза напряжения может быть выбрана любой и отличаться от ее значения на осциллографе, например, выбрать $\psi_u = 0$.

9. Установить заданную величину индуктивности (табл. 1). Действующее значение напряжения источника $U_{\text{эx}}$ установить в пределах 5÷10 В. Измерить ток и напряжение в индуктивности L и полученные данные занести в табл. по форме 1.

Рассчитать величину индуктивного сопротивления x_L и индуктивности L цепи, воспользовавшись формулами $\frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I} = z_L = x_L$ и $x_L = \omega L$. Полученные значения x_L и L занести в соответствующую графу табл. по форме 1 и сопоставить величину L с установленным согласно варианта значением. Убедиться в том, что эти значения параметров практически совпадают.

10. Настроить осциллограф и получить на его экране синусоиды тока и напряжения на индуктивности.

11. Анализируя полученные графики u и i , убедиться в том, что в цепи с индуктивностью ток отстает от напряжения по фазе на четверть периода, то есть на 90° или $\pi / 2$ радиан.

Построить в тех же масштабах векторную диаграмму тока и напряжения цепи для амплитудных или действующих значений. Указать на этой диаграмме угол сдвига фаз.

12. «Собрать» цепь, содержащую только емкость C и последовательно соединенное с ней измерительное сопротивление R_0 .

13. Установить заданную величину емкости (табл. 1). Действующее значение напряжения источника U_{ex} установить в пределах 5÷10 В. Измерить ток и напряжение в емкости C и полученные данные занести в табл. по форме 1.

Рассчитать величину емкостного сопротивления x_C и емкость C цепи по формулам $\frac{U_m}{I_m} = \frac{U}{I} = z_C = x_C$ и $x_C = \frac{1}{\omega C}$. Полученные данные занести в табл. по форме 1 и сопоставить рассчитанное значение C с установленным согласно варианта значением. Убедиться в том, что эти значения практически совпадают.

14. Настроить осциллограф и получить на его экране синусоиды тока и напряжения на емкости.

Анализируя полученные графики u и i , убедиться в том, что в цепи с емкостью ток опережает напряжение по фазе на четверть периода, то есть на 90° или $\pi / 2$ радиан.

Построить в тех же масштабах векторную диаграмму тока и напряжения цепи для амплитудных или действующих значений тока и напряжения. Указать на этой диаграмме угол сдвига фаз.

4. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Титульный лист (указать специальность и шифр студента)
 2. Схемы всех исследуемых цепей, соответствующие им графики u и i , а также векторные диаграммы.
 3. Основные расчетные соотношения.
 4. Таблица по форме 1 с результатами измерений и вычислений.
 5. Краткие выводы.
- Литература: [1], с. 32...66

5. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Чем отличаются идеализированные элементы электрической цепи от реальных элементов?
2. Почему в данной работе в качестве идеализированных элементов можно использовать резистор, катушку индуктивности и конденсатор?
3. Для некоторой цепи известны напряжение и ток:
$$u = 282 \sin(314t + 30^\circ); \quad i = 141 \sin(314t + 70^\circ).$$

Требуется определить:

- действующие значения напряжения и тока цепи;
- частоту цепи f , Гц;

- угол сдвига фаз φ между напряжением и током цепи;
- характер цепи – индуктивный или емкостной.

Построить графики зависимости тока и напряжения цепи от времени.

Построить векторную диаграмму цепи.

4. В цепи с активным сопротивлением измерены действующие значения тока и напряжения: $I = 1\text{ А}$; $U = 10\text{ В}$. Требуется определить величину активного сопротивления.

Записать ток и напряжение в виде синусоид, если частота цепи $f = 1000\text{ Гц}$, а начальная фаза напряжения $\psi_u = 60^\circ$. Построить графики зависимости тока и напряжения от времени. Построить векторную диаграмму цепи.

5. В цепи с индуктивностью измерены действующие значения тока и напряжения: $U = 10\text{ В}$, $I = 1\text{ А}$. Требуется:

- определить величину индуктивного сопротивления x_L ;
- определить величину индуктивности L , если частота цепи $f = 1590\text{ Гц}$;
- записать ток и напряжение в виде синусоид, если частота цепи $f = 1590\text{ Гц}$, а начальная фаза напряжения $\psi_u = -360^\circ$;
- построить векторную диаграмму цепи.

6. В цепи с емкостью измерены действующие значения тока и напряжения цепи: $U = 10\text{ В}$; $I = 1\text{ А}$. Требуется:

- определить величину индуктивного сопротивления x_C ;
- определить величину индуктивности C , если частота цепи $f = 1590\text{ Гц}$;
- записать ток и напряжение в виде синусоид, если частота цепи $f = 1590\text{ Гц}$, а начальная фаза напряжения $\psi_u = -60^\circ$;
- построить векторную диаграмму цепи.

7. Как зависят активное сопротивление R , индуктивное сопротивление x_L и емкостное сопротивление x_C от частоты приложенного напряжения?

8. Индуктивное сопротивление цепи составляет 8 Ом . Как изменится это сопротивление, если частоту приложенного напряжения увеличить в два раза?

Лабораторная работа 2

Исследование разветвленной цепи синусоидального тока с одним источником энергии

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Экспериментальное исследование разветвленной электрической цепи с

одним источником синусоидального напряжения с помощью компьютерного моделирования и ее анализ комплексным (символическим) методом.

2. ПРОГРАММА РАБОТЫ

1. Экспериментальное определение параметров всех элементов исследуемой цепи с помощью компьютерного моделирования.

2. Проверка справедливости законов Кирхгофа при помощи векторной диаграммы цепи.

3. Расчет электрической цепи комплексным методом и сопоставление его результатов с опытом.

3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. «Собрать» схему, представленную на рис. 2, в соответствии со своим вариантом. Номер схемы и ее параметры указаны в табл. 2. При этом номер варианта должен быть равен последней цифре шифра студента. В каждую из трех ветвей схемы ввести амперметр для последующего измерения действующего значения тока и параллельно каждому элементу подсоединить вольтметр.

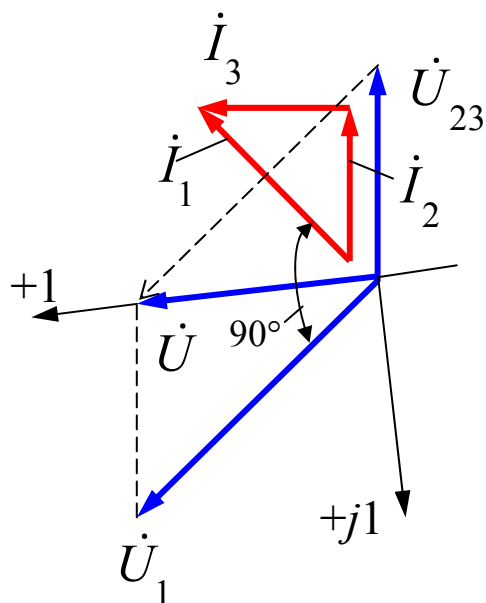
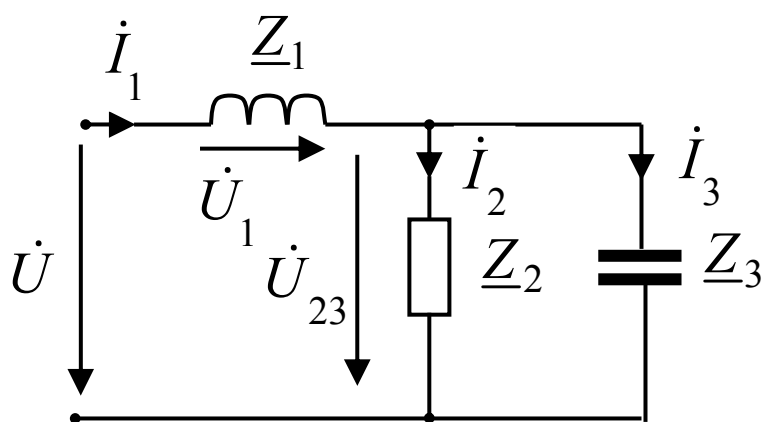
Скопировать схему с экрана монитора для последующего представления ее в отчете по лабораторной работе. Напоминаем, что нажатие клавиши Prt Scr позволяет занести в буфер обмена содержимое экрана монитора, которое затем можно вставить в необходимый документ.

2. Измерить действующие значения токов и напряжений на всех элементах цепи и действующее значение напряжения источника. Не забудьте перевести приборы в режим измерения переменного тока (АС). Занести полученные значения в табл. по форме 2.

Таблица 2

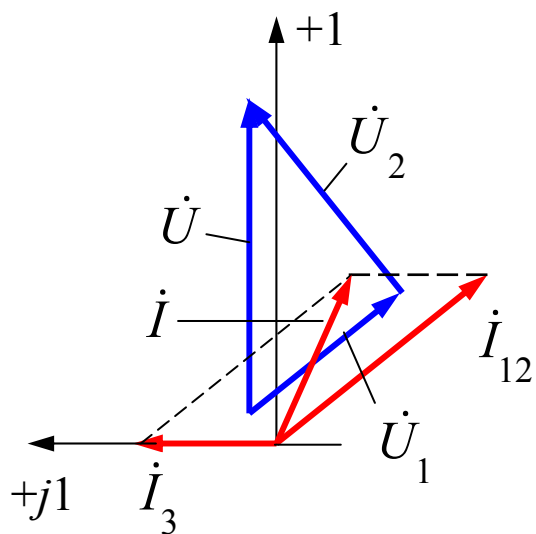
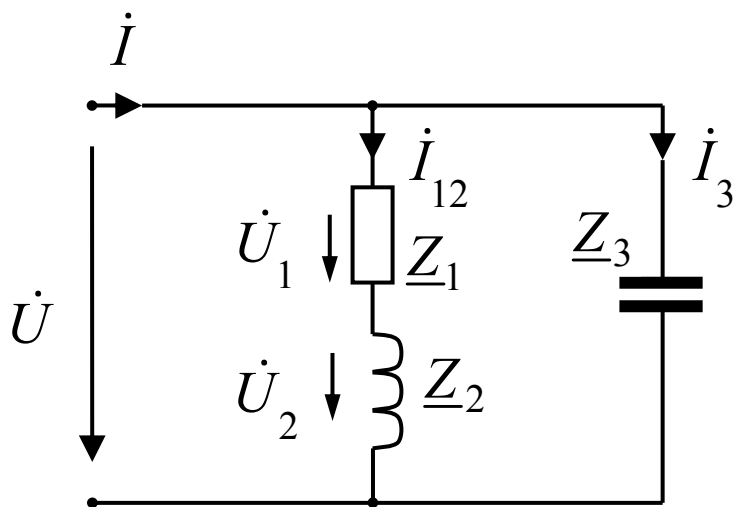
Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
№ схемы (рис. 2)	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1
F , Гц	2000	3000	2000	3000	2000	3000	2000	3000	2500	2000
U , В	10	15	20	25	15	10	20	25	10	10
R , Ом	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
L , мГн	50	50	50	50	50	50	50	50	40	45
C , мкФ	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1

СХЕМА 1



$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_L = jX_L; \quad \underline{Z}_2 = \underline{Z}_R = R; \quad \underline{Z}_3 = \underline{Z}_C = -jX_C$$

СХЕМА 2



$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_R = R; \quad \underline{Z}_2 = \underline{Z}_L = jX_L; \quad \underline{Z}_3 = \underline{Z}_C = -jX_C$$

Рис. 2

Для схемы 1 (рис. 2)

Форма 2

f	$U, В$	$U_1, В$	$U_{23}, В$	$I_1, А$	$I_2, А$	$I_3, А$

Для схемы 2 (рис. 2)

Форма 2

f	$U, В$	$U_1, В$	$U_2, В$	$I, А$	$I_{12}, А$	$I_3, А$

3. Определить параметры всех элементов схемы, считая их идеализированными. Полученные расчетные данные занести в табл. по форме 3.

Форма 3

$R, Ом$	$x_L, Ом$	$L, Ом$	$x_C, Ом$	$C, мкФ$

4. Построить векторную диаграмму цепи, используя результаты измерений токов и напряжений. Предварительно следует выбрать масштабы токов и напряжений таким образом, чтобы векторная диаграмма полностью занимала отдельный лист отчета. Проверить соответствие графических построений первому и второму законам Кирхгофа.

5. Произвести теоретический расчет цепи символическим методом, считая известными действующее значение приложенного напряжения U и сопротивления всех элементов цепи (табл. по форме 2 и 3). Принять при расчетах начальную фазу приложенного напряжения, равной нулю, т. е. совместить ось вещественных чисел комплексной плоскости с вектором U приложенного напряжения. Положение комплексной плоскости показано на векторных диаграммах рис. 6. Результаты расчетов занести в табл. по форме 4 для схемы 1 и в табл. по форме 5 для схемы 2.

Форма 4

	Модуль	Аргумент	Вещественная часть	Мнимая часть
$\dot{U}, В$				
$\dot{U}_1, В$				
$\dot{U}_{23}, В$				
$\dot{I}_1, В$				
$\dot{I}_2, В$				
$\dot{I}_3, В$				

6. Сопоставить результаты расчета с опытом. Для этого на комплексной плоскости, сориентированной относительно построенной векторной диаграммы так, как это показано на рис. 6, построить расчетные значения векторов токов и напряжений, убедиться в их хорошем соответствии с опытными данными.

Форма 5

	Модуль	Аргумент	Вещественная часть	Мнимая часть
$\dot{U}$, В				
$\dot{U}_1$, В				
$\dot{U}_2$, В				
$\dot{I}_{12}$, В				
$\dot{I}_3$, В				
$\dot{I}$, В				

4. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Копия экрана монитора со схемой исследуемой цепи.
2. Таблицы с опытными и расчетными результатами.
3. Векторная диаграмма.
4. Выводы.

Литература: [1], с. 52...58

5. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Как соотносятся между собой ток и напряжение в индуктивности; ток и напряжение в емкости?
2. Начальная фаза напряжения, приложенного к емкости, составляет $+30^\circ$. Какова начальная фаза тока в этой емкости?
3. Начальная фаза тока в индуктивности составляет -60° . Какова начальная фаза напряжения, приложенного к этой индуктивности?
4. Сформулируйте первый и второй законы Кирхгофа применительно к векторам действующих токов и напряжений исследуемой цепи синусоидального тока.
5. К идеализированной катушке индуктивности приложено синусоидальное напряжение, действующее значение которого $U = 314$ В.

Частота сети $f = 50$ Гц. Какова величина индуктивности этой катушки, если действующее значение тока в ней $I = 1$ А?

6. К идеализированному конденсатору приложено напряжение, действующее значение которого $U = 318,5$ В, угловая частота сети $\omega = 314$ 1/с. Какова величина емкости этого конденсатора, если действующее значение тока в нем $I = 1$ А?

7. Сформулируйте первый и второй законы Кирхгофа применительно к комплексным действующим значениям токов и напряжений исследуемой цепи синусоидального тока.

8. К цепи, содержащей только индуктивное сопротивление $x_L = 2$ Ом, приложено напряжение, комплексное действующее значение которого $\dot{U} = 100e^{-j30^\circ}$. Записать комплексное действующее значение тока $\dot{I}$ в этом сопротивлении.

9. В цепи, содержащей только емкостное сопротивление $x_C = 1$ Ом, протекает ток, комплексное действующее значение которого $\dot{I} = 20e^{+j45^\circ}$. Записать комплексное действующее значение напряжения $\dot{U}$, приложенного к этой цепи.

Лабораторная работа 3

Исследование частотных свойств цепи с последовательным соединением активного сопротивления, индуктивности и емкости

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Экспериментальное исследование резонанса и частотных характеристик цепи с последовательным соединением активного сопротивления, индуктивности и емкости с помощью компьютерного моделирования.

ПРОГРАММА РАБОТЫ

1. Экспериментальное определение резонансной частоты и сопоставление ее с расчетной величиной с помощью компьютерного моделирования.

2. Экспериментальное определение зависимости активного, индуктивного, емкостного и полного сопротивлений цепи от частоты

приложенного напряжения; сопоставление опытных и расчетных зависимостей между собой.

3. Экспериментальное определение зависимости тока цепи от частоты приложенного напряжения и сопоставление ее с расчетной зависимостью.

4. Экспериментальное определение полосы пропускания и добротности цепи.

5. Определение полосы пропускания и добротности расчетным путем; сопоставление результатов эксперимента и расчета.

3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. «Собрать» схему, представленную на рис. 3. Номер варианта указан в табл. 3. При этом номер варианта должен быть равен последней цифре шифра студента. Скопировать схему с экрана монитора для последующего представления ее в отчете по лабораторной работе. Напоминаем, что нажатие клавиши Prt Scr позволяет занести в буфер обмена содержимое экрана монитора, которое затем можно вставить в необходимый документ.

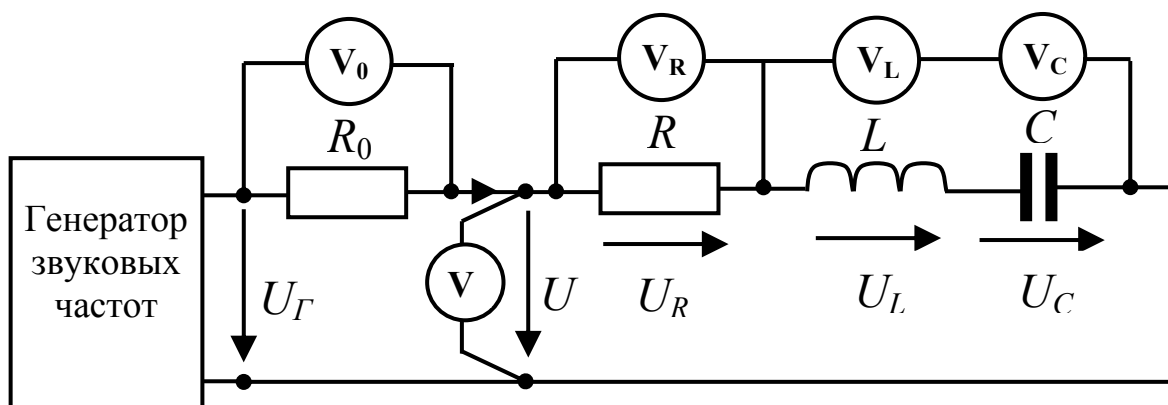


Рис. 3

Таблица 3

№ варианта	R , Ом	L , мГн	C , мкФ	U , В
1	100	20	0,5	1
2	125	25	0,4	1
3	200	40	0,25	2
4	250	50	0,2	2
5	375	75	0,134	3
6	400	80	0,125	3
7	500	100	0,1	4
8	600	120	0,84	4
9	220	70	0,25	2
0	330	80	0,2	2

2. Рассчитать величину резонансной частоты ω_0 по формуле $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

3. Определить величину резонансной частоты экспериментально. Для этого, изменяя частоту напряжения источника ЭДС, найти то ее значение, при котором ток цепи достигает максимума. Рекомендуется вначале изменять частоту дискретно в десять раз. Определив приблизительный максимум в найденном диапазоне, продолжите изменение частоты, сократив ее дискретизацию. При этом следите за показанием амперметра. Расчетное значение резонансной частоты и экспериментальное значение должны совпасть.

Форма 6

Частота		I, A	U, B	U_R, B	U_L, B	U_C, B
$\omega = 1/C$	$f, Гц$					
$0,2\omega_0 =$	$0,2f_0 =$					
$0,5\omega_0 =$	$0,5f_0 =$					
$0,7\omega_0 =$	$0,7f_0 =$					
$\omega_0 =$	$f_0 =$					
$1,3\omega_0 =$	$1,3f_0 =$					
$1,7\omega_0 =$	$1,7f_0 =$					
$2\omega_0 =$	$2f_0 =$					

4. Изменяя частоту приложенного напряжения в пределах от $0,2 \omega_0$ до $2\omega_0$, измерить при каждом из значений ω (значения частоты указаны в табл. по форме 6) действующее значение тока цепи I и действующие значения напряжений U, U_R, U_L, U_C . Полученные данные занести в табл. по форме 6.

По полученным данным рассчитать значения I, R, X_L, X_C, z для тех же значений частот, что и в табл. по форме 6. Результаты расчета занести в табл. по форме 7.

Форма 7

Частота		Эксперимент					Теория
$\omega = 1/C$	$f, \text{Гц}$	$I, \text{мА}$	$R, \text{Ом}$	$X_L, \text{Ом}$	$X_C, \text{Ом}$	$z, \text{Ом}$	$z, \text{Ом}$
$0,2\omega_0 =$	$0,2f_0 =$						
$0,5\omega_0 =$	$0,5f_0 =$						
$0,7\omega_0 =$	$0,7f_0 =$						
$\omega_0 =$	$f_0 =$						
$1,3\omega_0 =$	$1,3f_0 =$						
$1,7\omega_0 =$	$1,7f_0 =$						
$2\omega_0 =$	$2f_0 =$						

5. Рассчитать теоретически характеристику $z(\omega)$ по формуле $z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ и сравнить ее с экспериментальной характеристикой, представленной в табл. по форме 7. Убедиться в хорошем совпадении теории и опыта.

4. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Копия экрана монитора со схемой исследуемой цепи.
2. Таблицы экспериментальных и расчетных величин.
3. Основные расчетные формулы.
4. Графические зависимости.
5. Сравнение результатов теоретических и экспериментальных исследований.
6. Выводы.

Литература: [1], с. 93...100

5. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Каково общее условие возникновения резонанса в электрической цепи?
2. Каковы основные особенности резонанса в цепи с последовательным соединением R, L, C ?
3. Почему резонанс в цепи с последовательным соединением R, L, C называют резонансом напряжения?

4. По каким признакам можно определить наступление резонанса в цепи с последовательным соединением R , L , C , если плавно изменять частоту на зажимах цепи от нуля до бесконечности?

5. Как изменяется характер полного сопротивления цепи при изменении частоты в ней от нуля до наибольшего значения?

6. Как объяснить тот факт, что при резонансе исследуемой цепи ток в ней достигает наибольшего значения?

Лабораторная работа 4

Исследование трехфазной осветительной цепи

1. ЦЕЛЬ ПРОГРАММА РАБОТЫ

Экспериментальное исследование трехфазной цепи при соединении приемников звездой при различных режимах работы с помощью компьютерного моделирования.

2. ПРОГРАММА РАБОТЫ

1. Исследование цепи в симметричном режиме работы при наличии и отсутствии нейтрального провода.

2. Исследование цепи в случае обрыва фазного провода при наличии нейтрального провода.

3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. «Собрать» трехфазную схему с измерительными приборами (вольтметры и амперметры), представленную на рис. 4. В соответствии со своим вариантом установить параметры трехфазной цепи (табл. 4). При этом номер варианта должен быть равен последней цифре шифра студента. Скопировать схему с экрана монитора для последующего представления ее в отчете по лабораторной работе. Напоминаем, что нажатие клавиши **Prt Scr** позволяет занести в буфер обмена содержимое экрана монитора, которое затем можно вставить в необходимый документ.

2. Установить во всех трех фазах источника одинаковые действующие значения напряжений и начальные фазы: фаза $A - 0^\circ$, фаза $B - (+240^\circ)$, фаза $C - (+120^\circ)$. Измерить действующие значения фазных и линейных напряжений на зажимах трехфазного источника и занести их в табл. по форме 8.

Таблица 4

Значение параметра	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
f , Гц	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
U , В	120	110	127	115	220	200	240	380	360	400
R , Ом	100	120	130	140	150	160	170	180	190	200

Форма 8

Фазные напряжения источника			Линейные напряжения источника		
U_A , В	U_B , В	U_C , В	U_{AB} , В	U_{BC} , В	U_{CA} , В

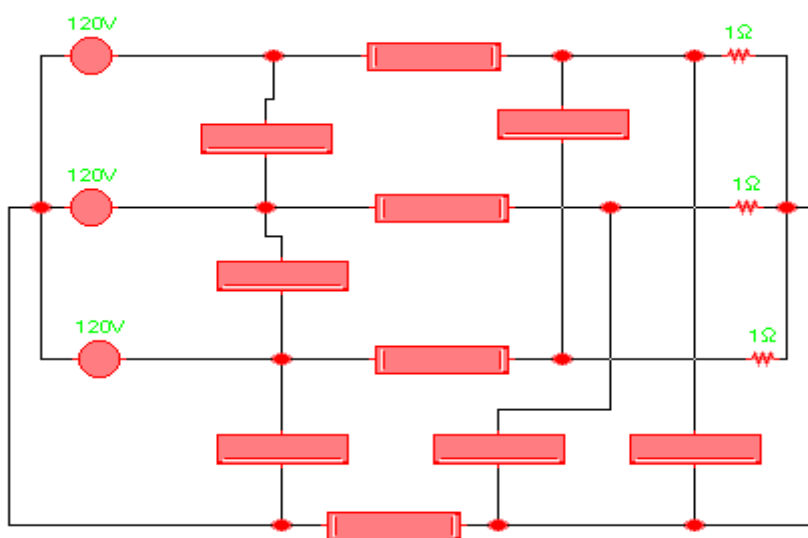


Рис. 4

3. Исследовать симметричный режим работы цепи при наличии нейтрального провода. Для этого измерить действующие значения фазных и линейных напряжений приемника. Результаты измерений занести в первую строку табл. по форме 9.

Форма 9

Режим работы	Измеряемая величина								
	U_L , В	U_A , В	U_B , В	U_C , В	$U_{0'0}$, В	I_A , А	I_B , А	I_C , А	$I_{0'0}$, А
Симметричный с нейтральным проводом									
Симметричный без нейтрального провода									

Обрыв фазы А с нейтральным проводом									
---	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Затем измерить действующие значения фазных токов и действующее значение тока в нейтральном проводе. Результаты измерений также занести в табл. по форме 9. По известным действующим значениям фазных и линейных напряжений, величинам фазных сопротивлений построить векторную диаграмму напряжений и токов для данного режима работы цепи.

Сопоставить результаты теоретических построений с экспериментальными данными и убедиться в том, что они практически совпадают. Убедиться также в том, что при этом режиме:

- действующие значения фазных напряжений приемника равны между собой;
- действующие значения линейных напряжений равны между собой и в $\sqrt{3}$ раз больше действующих значений фазных напряжений;
- действующие значения линейных напряжений равны между собой и в $\sqrt{3}$ раз больше действующих значений фазных напряжений;
- действующие значения фазных токов равны между собой;
- ток в нейтральном проводе равен нулю.

4. Исследовать симметричный режим работы при отсутствии нейтрального провода.

Для этого отключить нейтральный провод и измерить действующие значения всех фазных и линейных напряжений приемника, а также действующие значения всех фазных токов. Результаты измерений занести во вторую строку табл. по форме 9.

Убедиться в том, что обрыв нейтрального провода не привел к изменению режима работы цепи.

5. Исследовать режим работы цепи при обрыве фазы А и наличии нейтрального провода.

Для этого вновь подключить к нейтральным точкам источника и приемника нейтральный провод и отключить сопротивление в фазе А.

Затем измерить действующие значения фазных и линейных напряжений приемника, действующие значения фазных токов и действующие значения тока в нейтральном проводе. Результаты измерений занести в третью строку табл. по форме 9.

По известным действующим значениям фазных напряжений и величинам фазных сопротивлений построить векторную диаграмму напряжений и токов для данного режима работы цепи.

Сопоставить результаты теоретических построений с экспериментальными данными и убедиться в том, что они практически совпадают. Убедиться также в том, что при этом режиме:

- действующие значения фазных напряжений всех трех фаз равны между собой;
- ток в фазе А отсутствует, а токи в фазах В и С не изменились по сравнению со случаем симметричного режима работы цепи;
- в нейтральном проводе появился ток, действующее значение которого численно равно действующим значениям токов в фазах В и С.

4. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1. Схемы трехфазной цепи при всех исследуемых режимах ее работы, скопированные с экрана монитора.
 2. Основные расчетные формулы.
 3. Таблицы с результатами измерений.
 5. Векторные диаграммы напряжений и токов для всех рассмотренных режимов работы цепи.
 5. Краткие выводы по результатам работы.
- Литература: [1], с. 123...142.

5. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Известны комплексные действующие значения линейных напряжений $\dot{U}_{AB} = (-50 - j87)$ В и $\dot{U}_{BC} = (-50 + j87)$ В. Определить действующее значение линейного напряжения U_{BC} .
2. Для трехфазной цепи, работающей в симметричном режиме, известны действующее значение линейного напряжения $U_L = 380$ В и сопротивление фазы приемника, соединенного звездой $Z_\Phi = R = 22$ Ом. Определить действующее значение фазного тока.
3. В трехфазной цепи с нейтральным проводом, работавшей в симметричном режиме, произошел обрыв нейтрального провода. Как изменятся действующие значения напряжений на фазах приемника?
4. В трехфазной цепи с нейтральным проводом, работавшей в симметричном режиме, произошел обрыв линейного провода А. Как изменятся действующие значения напряжений на фазах В и С?

Методика применения программы "Electronics Workbench 3.OE" для выполнения лабораторных работ по дисциплине "Электротехника и электроника"

Общие положения

Программа "Electronics Workbench 3.OE" (Ewb1) позволяет провести лабораторные работы без сборки реальных схем за счет компьютерного моделирования процессов, происходящих в схемах. Эта программа является одной из первых версий. Все последующие версии (4.0, 5.0 и др.) обладают преемственностью и методики компьютерного моделирования на всех версиях достаточно близки, друг к другу. Представленная программа располагает широким набором виртуальных элементов электрических цепей, представленных в виде условных обозначений (пиктограмм), которые обладают основными свойствами реальных физических элементов: источников постоянного и переменного напряжения и тока, резисторов, конденсаторов, катушек индуктивности, измерительных приборов и т. д.

Поэтому представленные лабораторные работы можно выполнить как на физическом стенде, так и в виртуальном исполнении на компьютере при этом все методические указания для выполнения лабораторных работ практически полностью подходят для обоих указанных методов.

1. Открытие программы

Для обращения к программе Electronics Workbench необходимо найти в компьютере папку c:\dig\Ewb1 где c:\dig – путь для директории, в которой находится папка Ewb1 и запустить программу файлом "Wewb.exe". Если на рабочем столе создан ярлык запускающего файла, то следует им воспользоваться для обращения к программе.

Экран дисплея делится на три части.

После этого на экране появляется графическая оболочка интерфейса программы (рис. 1), посредством которой и осуществляется компьютерное моделирование поставленных задач.

1. Зона в верхней части экрана – командное меню, содержащее команды возможных действий программы.

2. Зона в правой части экрана – меню условных обозначений оборудования. Она содержит условные графические обозначения элементов, которые могут быть использованы для компьютерного модулирования процессов.

3. Остальная часть экрана – рабочая зона, в которой осуществляется построение необходимых схем.

4. Кнопка выхода из программы. При подведении к ней курсора мыши и нажатии левой кнопки будет произведён выход из программы. Поз. 5 обозначен переключатель, при включении которого после сборки схемы и задания параметров её элементов программа начинает компьютерное моделирование.

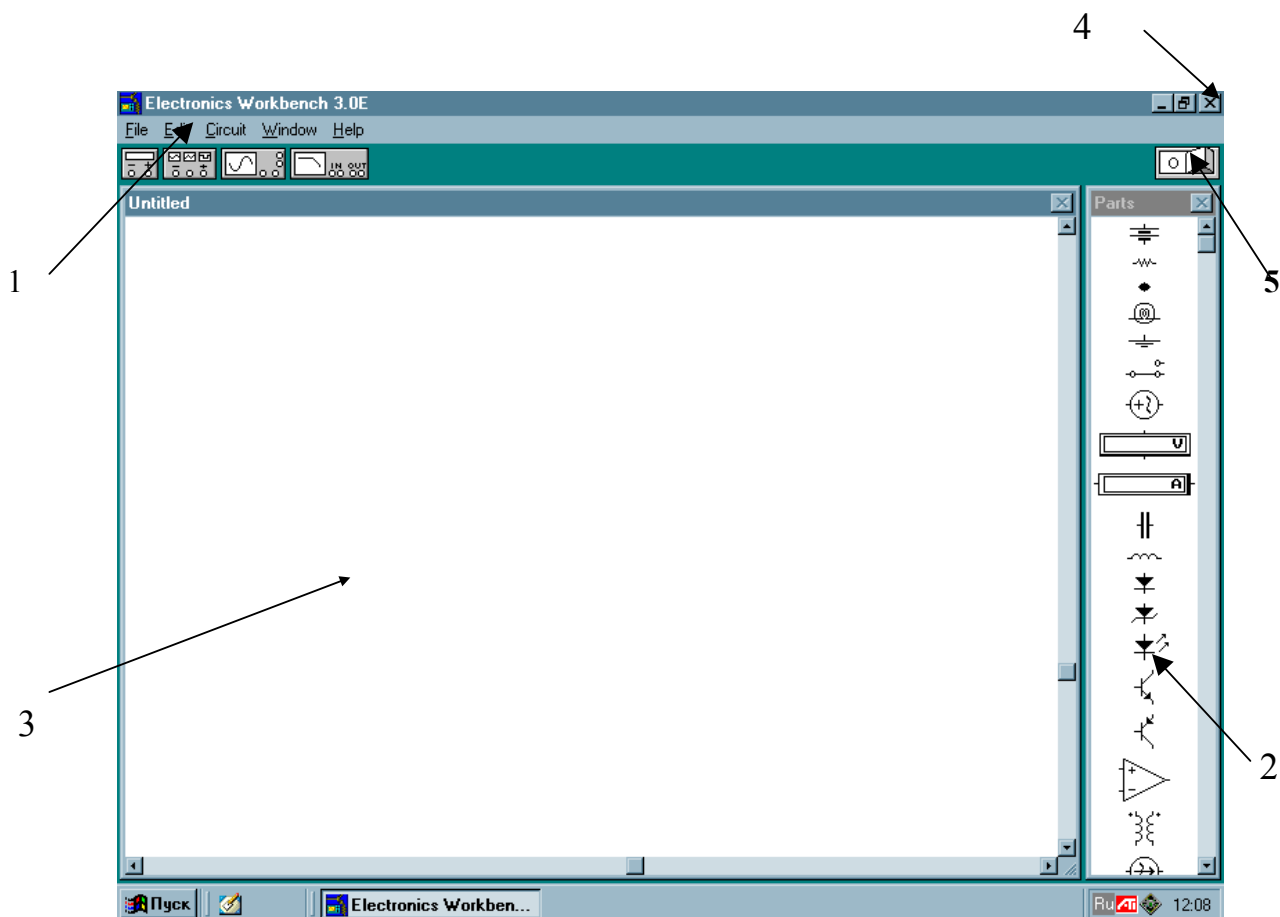


Рис. 1. Интерфейс программы Electronics Workbench 3.0E

Построение схем для выполнения лабораторных работ

Всего меню оборудования программы "Electronics Workbench 3.0E" содержит условные графические обозначения 42 элементов электрических схем и измерительных приборов, из которых для выполнения данных лабораторных работ нам необходимы лишь обозначения 7 из них:

 - вольтметр;  - амперметр;

 - источник переменного напряжения;  - активное сопротивление;

 - емкость;  - индуктивность;  - узел электрической схемы.

Следует отметить, что в обозначении элементов использован американский стандарт, а не европейский, которые имеют отличия.

Управление выбором того или иного условного обозначения осуществляется с помощью курсора, перемещаемого мышью, и происходит следующим образом:

а) подводим курсор к обозначению элемента в правой части экрана и выделяем его одним щелчком левой кнопки манипулятора мышь (при этом он выделяется чёрным цветом);

б) не отпуская левой кнопки мыши, перетаскиваем выделенный элемент в рабочую зону экрана;

в) после помещения условного обозначения элемента в рабочую зону экрана отпускаем левую кнопку мыши;

г) выбираем другие условные обозначения, необходимые для сборки схемы, аналогичным образом и размещаем их на экране таким образом, чтобы между ними было расстояние 2-3 сантиметра.

Если в рабочую зону был вынесен неверный элемент и его необходимо удалить или возникла необходимость в корректировке собранной схемы, то для этого необходимо выполнить следующую операцию.

К условному обозначению элемента, которое подлежит удалению, подвести курсор мыши и выделить его путём однократного нажатия правой кнопки мыши (при этом он будет выделен красным цветом). Если необходимо удалить сразу несколько элементов, то их можно одновременно выделить путём нажатия левой кнопки мыши с последующим её удержанием и перемещением курсора по экрану таким образом, чтобы в образующийся прямоугольник попали все необходимые элементы, после чего их можно удалить одним из двух способов:

а) путём нажатия клавиши "Delete" на клавиатуре. При этом на экране появится запрос подтверждения команды удаления выделенного элемента (Delete selected components?/ Удалить выбранные элементы?). Для подтверждения удаления выбрать надпись "ДА" клавишами перемещения "<—" и "—>" и нажать клавишу "Enter", а для отмены выбрать надпись "НЕТ" и нажать клавишу "Enter";

б) выбором команды "Delete" (Удалить) из закладки "Edit" (Редактировать) командного меню программы в верхней части экрана (рис. 2).

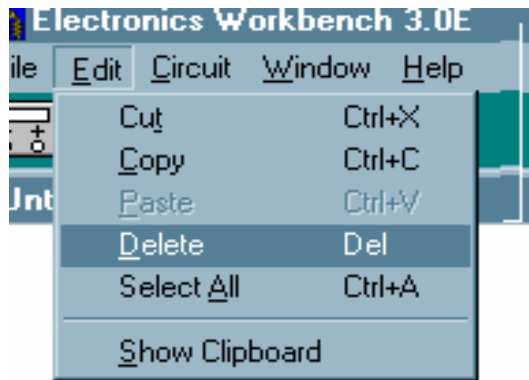


Рис. 2. Удаление элемента



При необходимости в изменении ориентации (поворот на 90°) условного обозначения элемента на рабочей зоне экрана его надо выделить одним щелчком левой кнопки мыши (при этом он выделяется красным цветом). Затем выбрать из закладки "Circuit" (Цепь) в командном меню программы в верхней части экрана команду "Rotate" (Вращать), после чего будет осуществлен поворот изображения элемента на 90° по часовой стрелке (рис. 3).

Для рисования соединительных линий между выбранными элементами с

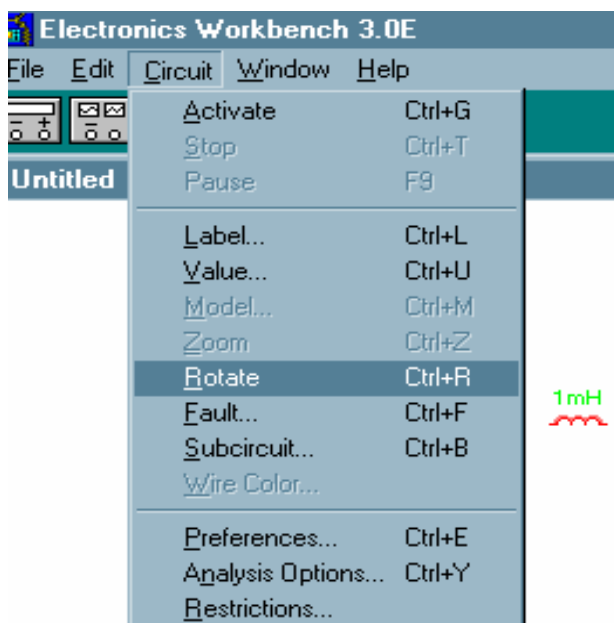


Рис. 3. Поворот элемента схемы



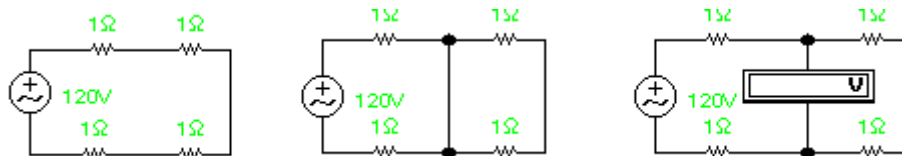
418



целью создания электрической схемы необходимо подвести курсор мыши к изображению одного из двух соединяемых элементов в том месте где из него выходит конец соединительной линии, таким образом, чтобы он был выделен маленьким чёрным квадратом (рис. 4), после чего надо нажать левую кнопку мыши и, удерживая её в этом положении, подвести курсор к краю изображения другого соединяемого элемента таким образом, чтобы он был также выделен маленьким чёрным квадратом, после чего надо левую кнопку мыши отпустить. В результате произведённых операций будет нарисована соединительная линия между двумя элементами схемы.

Рис. 4. Последовательное соединение двух элементов схемы

Внимание! Одна линия может соединить не более двух точек на схеме (последовательное соединение элементов), поэтому при возникновении необходимости в параллельном соединении элементов при сборке схемы (например, подключение вольтметра, как на рис. 5) необходимо воспользоваться узлом () электрической схемы – из меню оборудования. Узел перетаскивается на соединительные линии между элементами схемы, параллельно которым необходимо включить какое-либо оборудование, затем рисуется соединительная



линия между двумя узлами по методике, описанной выше, после чего на изображение полученной линии перетаскивается сориентированное при необходимости должным образом (повёрнуто на 90°) оборудование (вольтметр).

Рис 5. Параллельное соединение элементов схемы

Установка параметров собранной схемы

После того как необходимая схема будет собрана в рабочей зоне программы, необходимо задать как параметры отдельных её элементов (сопротивления, ёмкости, индуктивности, источника напряжения), так и измерительных приборов, подключенных в схему (амперметр, вольтметр).

Установка параметров активного сопротивления, ёмкости и индуктивности

Данная операция осуществляется в следующей последовательности:

а) выбрать элемент схемы, параметры которого необходимо задать, путём подведения к нему курсора мыши;

б) сделать два быстрых щелчка левой кнопкой "мыши" на изображении выбранного элемента;

в) в появившемся окне (рис. 6) задать необходимые параметры элемента путём подводки курсора в область 3 окна и нажатия левой кнопки мыши, после чего можно вводить значение параметра с клавиатуры. При необходимости в корректировке введенного значения следует удалить старое значение нажатием клавиши "Backspace", а затем ввести новое значение;

г) установить нужный порядок измерения задаваемой величины в области 4 окна при помощи кнопок прокрутки порядка 5 путём подведения к ним курсора и нажатия левой кнопки мыши;

д) подтвердить заданное значение параметра путём нажатия клавиши "Enter" или подведением курсора к клавише 6 окна и нажатием левой кнопки мыши. Окно задачи параметров ёмкости и индуктивности выглядит аналогичным образом. Процесс задачи значений их параметров происходит также по пунктам "а-д".

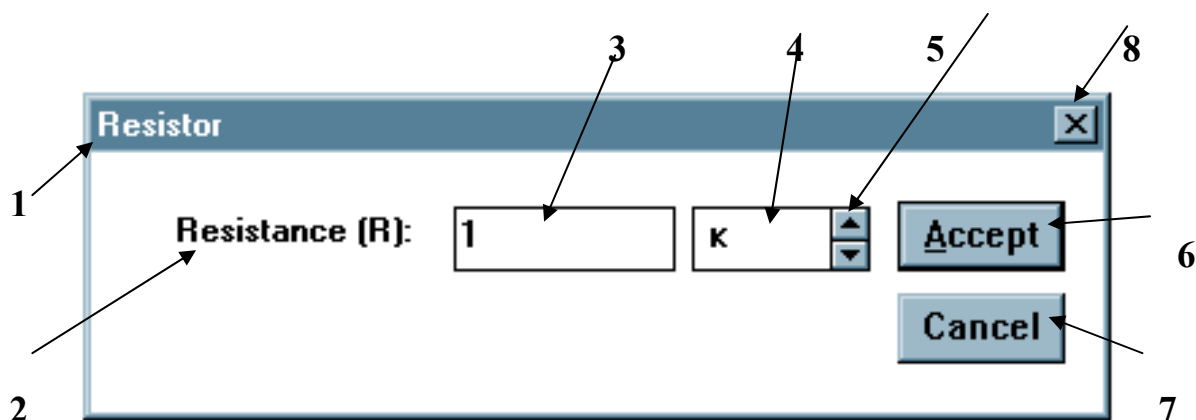


Рис. 6. Окно задачи параметров элементов схемы на примере активного сопротивления

1 – Название элемента (Resistor – Активное сопротивление).

2 – Название и обозначение задаваемого параметра (Resistance [R] – Сопротивление [R]).

3 – Область задачи величины параметра (0-10000000).

4 – Область задачи порядка параметра [$10^0(k)$; $10^3(kk)$; $10^6 (Mk)$] и единицы его измерения (к - означает здесь Ом).

5 – Кнопки прокрутки порядка величины задаваемого параметра.

6 – Клавиша подтверждения задания величины параметра (Accept-Принять).

7 – Клавиша отмены подтверждения задания величины параметра (Cancel-Отмена).

8 – Кнопка быстрого закрытия окна задачи параметров элементов схемы.

Установка параметров источника переменного напряжения

Данная операция осуществляется в следующей последовательности:

а) выбрать источник напряжения на собранной схеме, параметры которого необходимо задать, путём подведения к нему курсора "мыши";

б) сделать два быстрых щелчка левой кнопкой "мыши" на изображении выбранного источника напряжения;

в) в появившемся окне (рис. 7) последовательно задать необходимые параметры источника путём подводки курсора в каждую из областей 3 окна и нажатия левой кнопки мыши, после чего ввести значение параметра с клавиатуры. При необходимости в корректировке введенного значения следует удалить старое значение нажатием клавиши " Backspace ", а затем ввести новое значение.

г) установить нужный порядок измерения задаваемых величин в каждой из областей 4 окна при помощи кнопок прокрутки порядка 5 путём подведения к ним курсора и нажатия левой кнопки мыши.

д) подтвердить заданные значения параметров источника напряжения путём нажатия клавиши "Enter" или подведением курсора к клавише 6 окна и нажатием левой кнопки мыши.

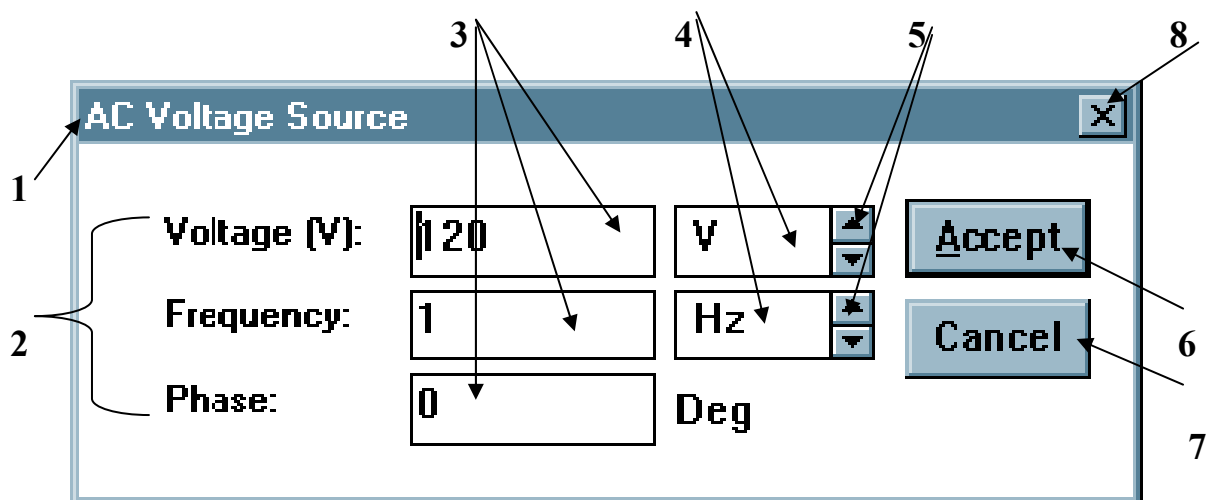


Рис. 7. Окно задачи параметров источника переменного напряжения

1 – Название источника (AC Voltage Source - источник переменного напряжения).

2 – Название и обозначение задаваемого параметра:
Voltage [V]-Напряжение [U]; Frequency [Hz]-Частота (Гц).

Phae (Deg)-Начальная фаза напряжения (град.)

3 – Область задачи величин параметров (0-100000000).

4 – Область задачи порядка параметров и единицы его измерения:

Voltage – [10^{-6} (μV); 10^{-3} (mV); 10^0 (V); 10^3 (кV));

Frequency – [10^0 (Hz); 10^3 (kHz); 10^6 (MHz)].

5 – Кнопки прокрутки порядка величины задаваемых параметров.

6 –Клавиша подтверждения задания величин параметров источника (Асерт-Принять).

7 – Клавиша отмены подтверждения задания величин параметров источника (Cancel-Отмена).

8 – Кнопка быстрого закрытия окна задачи параметров источника переменного напряжения.

Установка параметров измерительных приборов

Данная операция осуществляется в следующей последовательности:

а) Выбрать измерительный прибор (вольтметр, амперметр) на собранной схеме, параметры которого необходимо задать, путём подведения к нему курсора "мыши".

б) Сделать два быстрых щелчка левой кнопкой мыши на изображении выбранного измерительного прибора.

в) В появившемся окне (рис. 8) задать необходимые параметры прибора путём подводки курсора в каждую из областей окна и нажатия левой кнопки "мыши", после чего ввести значение параметра с клавиатуры. При необходимости в корректировке введенного значения следует удалить старое значение нажатием клавиши "Backspace" на клавиатуре, а затем ввести новое значение (*рекомендуется оставить значение внутреннего сопротивления измерительных приборов "по умолчанию", то есть не изменять их*).

г) Установить режим работы приборов. Режим AC – для переменного напряжения; режим DC – для постоянного напряжения. Для этого используется прокрутка области 5. *При неправильном выборе режима вольтметр не будет показывать результаты измерений.*

д) Подтвердить заданные значения параметров измерительных приборов путём нажатия клавиши "Enter" или подведением курсора к клавише 6 окна и нажатием левой кнопки мыши.

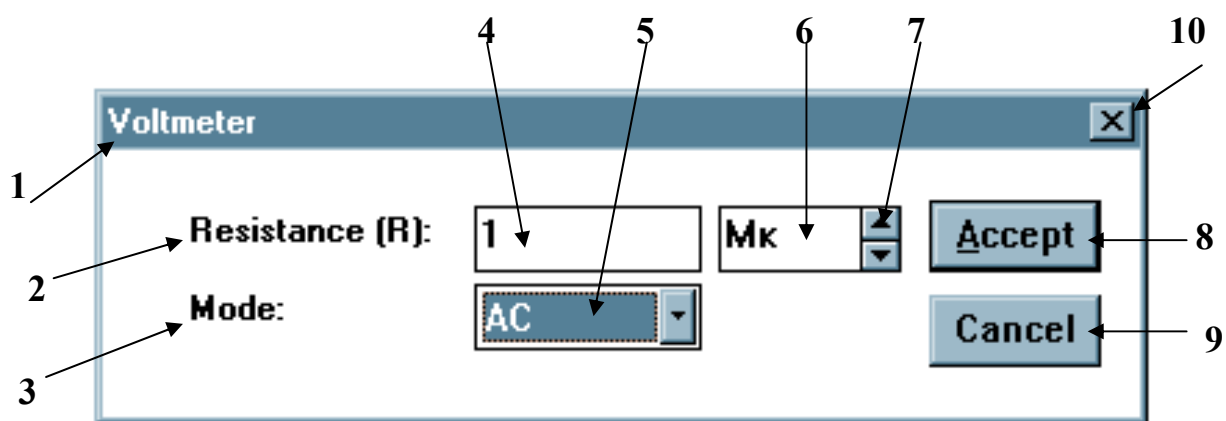


Рис. 8. Окно задачи параметров измерительных приборов на примере вольтметра

1 – Название измерительного прибора (Voltmeter-Вольтметр).

2 – Название и обозначение задаваемого параметра (Resistance [R] – Сопротивление [R]).

3 – Название режима работы измерительного прибора (Mode-Режим).

4 – Область задачи величины параметра (0-10000000).

5 – Область задачи режима измерительного прибора:

AC – измерение переменного напряжения; DC – измерение постоянного напряжения.

6 – Область задачи порядка параметра [10^{-12} (пк); 10^{-9} (нк); 10^{-6} (мк); 10^{-3} (мк); 10^0 (к)] и единицы его измерения ("к"-"0м");

7 – Кнопки прокрутки порядка величины задаваемого параметра;

8 – Клавиша подтверждения задания величины параметра (Accept-Принять).

9 – Клавиша отмены подтверждения задания величины параметра (Cancel-Отмена).

10 – Кнопка быстрого закрытия окна задачи параметров измерительных приборов.

Окно задачи параметров амперметра выглядит аналогичным образом. Процесс задания значений его параметров происходит также по пунктам "а-д".

Работа с осциллографом



Настройка осциллографа

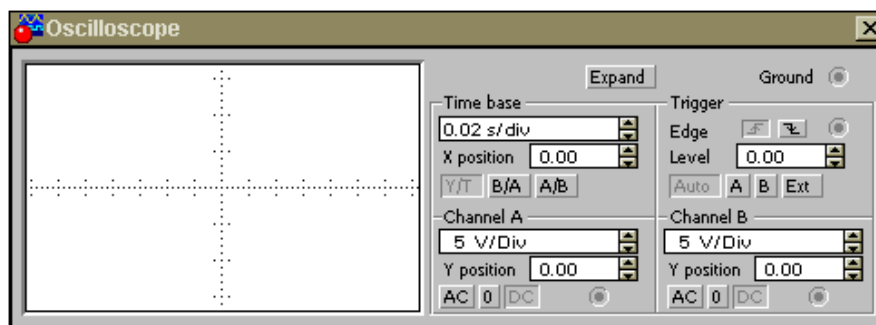
Для проведения измерений осциллограф нужно настроить, для чего следует задать:

1. Расположение осей, по которым откладывается сигнал,

2. Нужный масштаб развертки по осям,

3. Смещение начала координат по осям,
4. Режим работы по входу: закрытый или открытый,
5. Режим синхронизации: внутренний или внешний.

Настройка осциллографа производится при помощи полей управления, расположенных на панели управления.



Панель управления

Панель управления имеет общий для обеих модификаций осциллографа вид и разделена на четыре поля управления:

1. Поле управления горизонтальной разверткой (масштабом времени);
2. Поле управления синхронизацией (запуском);
3. Поле управления каналом А;
4. Поле управления каналом В.

Управление масштабом времени

Поле управления горизонтальной разверткой (масштабом времени) служит для задания масштаба горизонтальной оси осциллографа при наблюдении напряжения на входах каналов А и В в зависимости от времени. Временной масштаб задается в с/дел, мс/дел, мкс/дел, нс/дел. Величина одного деления может быть установлена от 0,1 нс до 1с. Масштаб может дискретно уменьшаться на один шаг при щелчке мышью на кнопке $\wedge$ справа от поля и увеличиваться при щелчке на кнопке $\vee$

Чтобы получить удобное для наблюдения изображение на экране осциллографа, установите масштаб времени таким образом, чтобы цена двух делений на горизонтальной оси примерно была равна величине, обратно пропорциональной частоте исследуемого сигнала, т. е. составляла бы период сигнала.

Например, если Вы хотите исследовать сигнал с частотой 1 кГц, установите масштаб времени равным 0,05 мс.

С помощью кнопок, расположенных в поле строки X Position, можно дискретно сдвигать начало осциллограммы по горизонтальной оси.

В этом же поле расположены три кнопки: У/Т, А/В, В/А, позволяющие задавать вид зависимости отображаемых сигналов. При нажатии на кнопку У/Т по вертикальной оси откладывается напряжение, по горизонтальной оси – время, при нажатии на кнопку А/В по вертикальной оси откладывается амплитуда напряжения на входе канала А, по горизонтальной оси – канала В и при нажатии на кнопку В/А наоборот. При этом масштаб осей определяется установками соответствующих каналов. В режимах А/В и В/А можно наблюдать частотные и фазовые сдвиги (фигуры Лиссажу), петли гистерезиса, вольтамперные характеристики и т. д.

Управление каналами А и В

Две нижних части панели осциллографа являются полями управления отображением сигналов, поданных на входы каналов А и В соответственно

Верхнее окно в поле позволяет управлять масштабом оси отображаемого напряжения по вертикальной или горизонтальной оси. Цена деления может дискретно устанавливаться от 10 мк /дел до 5 кВ/дел. Масштаб для каждой оси устанавливается отдельно. Чтобы получить удобное для работы изображение на экране осциллографа, перед началом эксперимента установите масштаб, соответствующий ожидаемому напряжению.

Например, при подаче на вход переменного сигнала амплитудой 3 вольта установите масштаб вертикальной оси 1 В/дел.

Ниже расположено поле, которое позволяет дискретно сдвигать ось Х вверх или вниз. Для того, чтобы развести изображения от каналов А и В, воспользуйтесь сдвигом по оси У (У pos) для одного или двух каналов.

Три нижние кнопки реализуют различные режимы работы входа осциллографа по входу. Режим работы осциллографа с закрытым входом устанавливается нажатием на кнопку АС. В этом режиме на вход не пропускается постоянная составляющая сигнала. При нажатии на кнопку DC осциллограф переходит в режим с открытым входом. В этом режиме на вход осциллографа пропускается как постоянная, так и переменная составляющие сигнала. При нажатии на кнопку 1 вход осциллографа соединяется с общим выводом осциллографа, что позволяет определить положение нулевой отметки по оси У.

Управление синхронизацией

Верхнее правое поле управления Trigger определяет момент начала отображения осциллограммы на экране осциллографа. Кнопки в строке Edge задают момент запуска осциллограммы по фронту или по срезу импульса на входе синхронизации. Строка Level позволяет задавать уровень, при превышении которого происходит запуск осциллограммы. Значение уровня можно сдвинуть на 3 деления вниз или вверх.

Осциллограф имеет четыре режима синхронизации:

1. Автоматический режим (AUTTO) – запуск осциллограммы производится автоматически при подключении осциллографа к схеме или при её включении. Когда «луч» доходит до конца экрана, осциллограмма снова прописывается с начала экрана (новый экран).

2. Режимы запуска по входу «А» или «В», в которых запускающим сигналом является сигнал, поступающий на соответствующий вход.

3. Режим «Внешний запуск» (EXT). В этом случае сигналом запуска является сигнал, подаваемый на вход синхронизации осциллографа, или сигнал очень слабый, то нажмите кнопку Auto.

Функциональный генератор

Генератор является идеальным источником напряжения, вырабатывающим сигналы синусоидальной, прямоугольной или треугольной формы.

На экран выводится уменьшенное изображение генератора.



Крайний правый или левый выводы служат для подачи переменного напряжения на схему. Средний вывод генератора при подключении к схеме обеспечивает общую точку для отсчета амплитуды напряжения. Его необходимо заземлять или присоединять к проводу, который заземлен. Напряжение на правом выводе изменяется в положительном направлении относительно общего вывода, напряжение на левом выводе – в отрицательном. Для представленных лабораторных работ это является непринципиальным.

Двойным щелчком мыши на уменьшенном изображении открывается увеличенное изображение генератора (рис. 4) Можно задать следующие параметры:

- частоту выходного напряжения,
- скважность,
- амплитуду выходного напряжения,
- постоянную составляющую выходного напряжения

Настройка генератора

Установка формы сигнала

Выберите требуемую форму выходного сигнала и нажмите на кнопку с соответствующим изображением.

DUTY CYCLE (скважность). Этот параметр определяется для сигналов треугольной и прямоугольной формы.

Установка частоты сигнала

Частота генератора может регулироваться от 1 Гц до 999 МГц. Значение частоты устанавливается в строке FREQUENCY с помощью клавиатуры и кнопок со стрелками. В левом поле устанавливается численное значение, в правом – единица измерения (Hz, kHz, MHz – Гц, кГц, МГц соответственно).

Установка амплитуды выходного напряжения

Амплитуда выходного напряжения может регулироваться от 0 mV до 999 kV.

Амплитуда устанавливается в строке AMPLITUDE с помощью клавиатуры и стрелками. В левом поле устанавливается численное значение, в правом – единица измерения (μV , mV, V, kV – мкВ, мВ, В, кВ соответственно).

3.5. Методические указания к проведению практических занятий

Занятие 1

Расчет простых цепей постоянного тока

Основные положения

Основными законами, на базе которых разработаны методы расчета цепей, являются закон Ома и законы Кирхгофа.

Первый закон Кирхгофа – *алгебраическая сумма токов в проводах, сходящихся в любом узле, равна нулю*:

$$\sum_{k=1}^N I_k = 0.$$

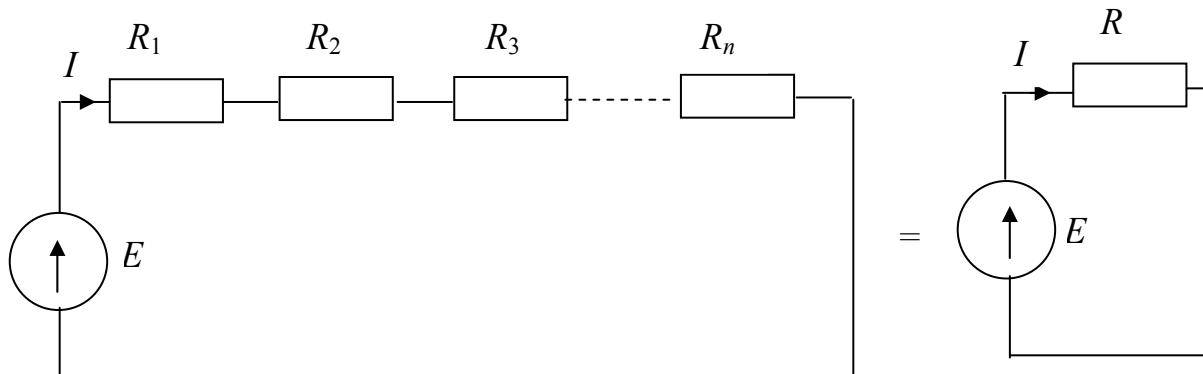
При этом рекомендуется токи, направленные к узлу, брать со знаком +, а токи направленные от узла, брать со знаком –.

Второй закон Кирхгофа – *алгебраическая сумма падений напряжений на отдельных участках контура равна алгебраической сумме ЭДС этого контура*:

$$\sum_{k=1}^M U_k = \sum_{k=1}^N E_k.$$

Последовательное соединение

При последовательном соединении сопротивлений величина тока во всех элементах одинакова.



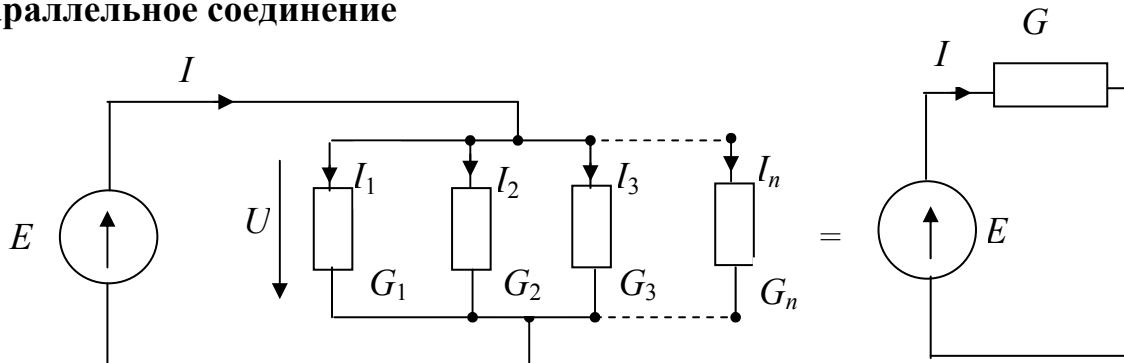
При последовательном соединении общее сопротивление цепи равно сумме сопротивлений, включенных последовательно:

$$R = \sum_{k=1}^N R_k. \quad (1.1)$$

Напряжения на отдельных участках цепи по закону Ома:

$$U_1 = IR_1 \quad U_2 = IR_2; \quad U_3 = IR_3; \dots U_n = IR_n.$$

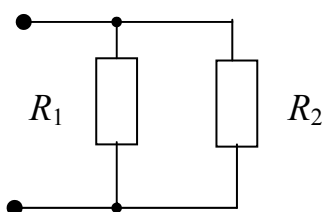
Параллельное соединение



При параллельном соединении общая проводимость цепи равна сумме проводимостей, включенных параллельно.

$$G = \sum_{k=1}^N G_k. \quad (1.2)$$

Общее сопротивление двух параллельно соединенных сопротивлений на основании (1.2) равно:



$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}, \quad R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

Пример 1. Определить общее сопротивление R_{123456} цепи, имеющей последовательно и параллельно соединенные сопротивления.

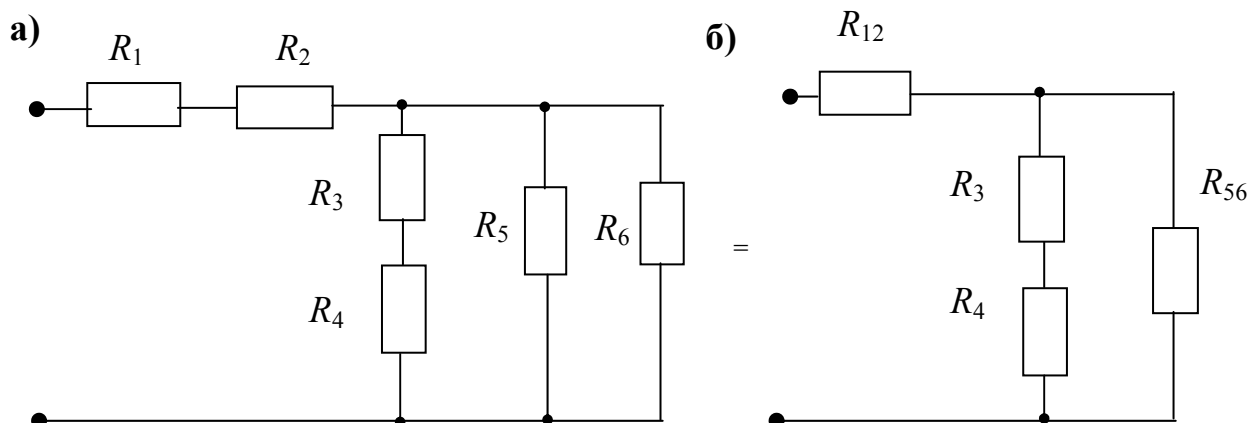


Рис. 1.1

Переходим от схемы рис 1.1,а к эквивалентной схеме рис. 1.1,б

$$R_{12} = R_1 + R_2, \quad R_{56} = \frac{R_5 R_6}{R_5 + R_6}$$

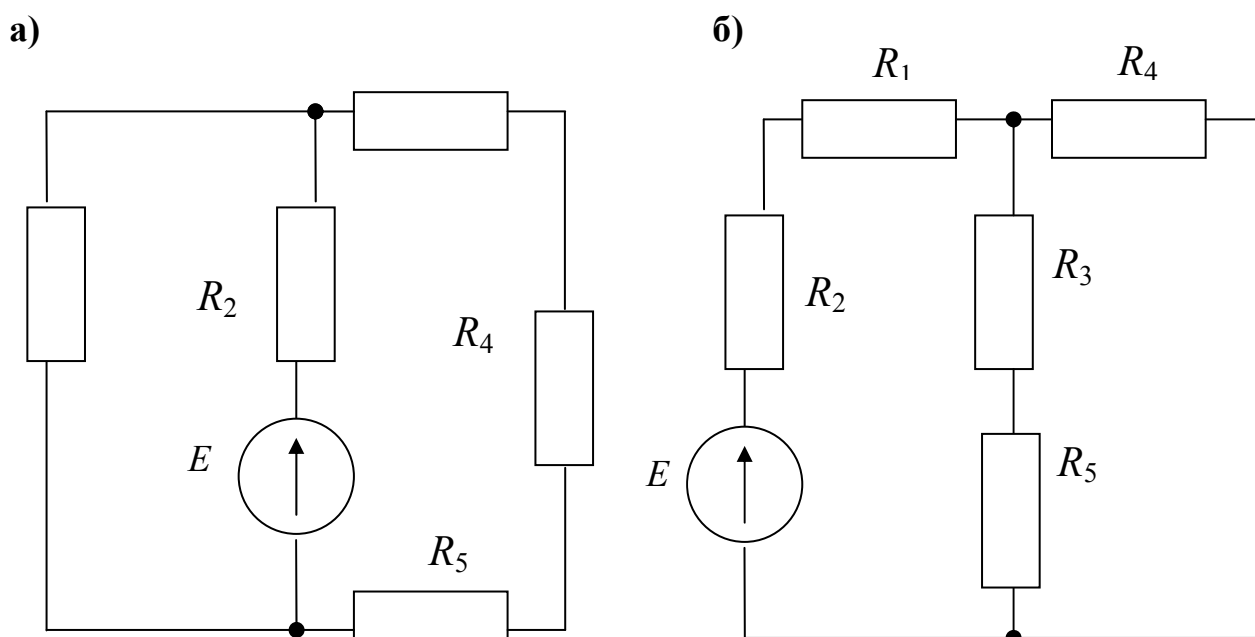
На основании рис. 1.1,б легко найти общее сопротивление R_{123456} цепи:

$$R_{123456} = R_{12} + \frac{R_{34} R_{56}}{R_{34} + R_{56}}, \quad \text{где } R_{34} = R_3 + R_4.$$

Рекомендуем затем разобрать пример 1 из задачи 1 контрольной работы.

Задание для самостоятельной работы

Задача 1. Для схемы рис. 1.2,а,б определите ток в сопротивлении R_2 . При этом все сопротивления равны 4 Ом, а $E = 12$ В



Занятие 2

Расчет цепей синусоидального тока с помощью векторных диаграмм

Основные положения

Любой синусоидальный процесс, изменяющийся по синусоидальному закону (ток, напряжение, ЭДС и т. д.), можно изобразить в виде вектора.

Для построения векторных диаграмм необходимо знать фазовые соотношения между током и напряжением в элементах цепи. На рис. 1.2 представлены фазовые соотношения на элементах R, L и C . При этом синусоидальные токи и напряжения изображены в виде мгновенных функций и соответствующих им векторов.

Кроме этого, рекомендуем проработать материал темы 1.3 опорного конспекта.

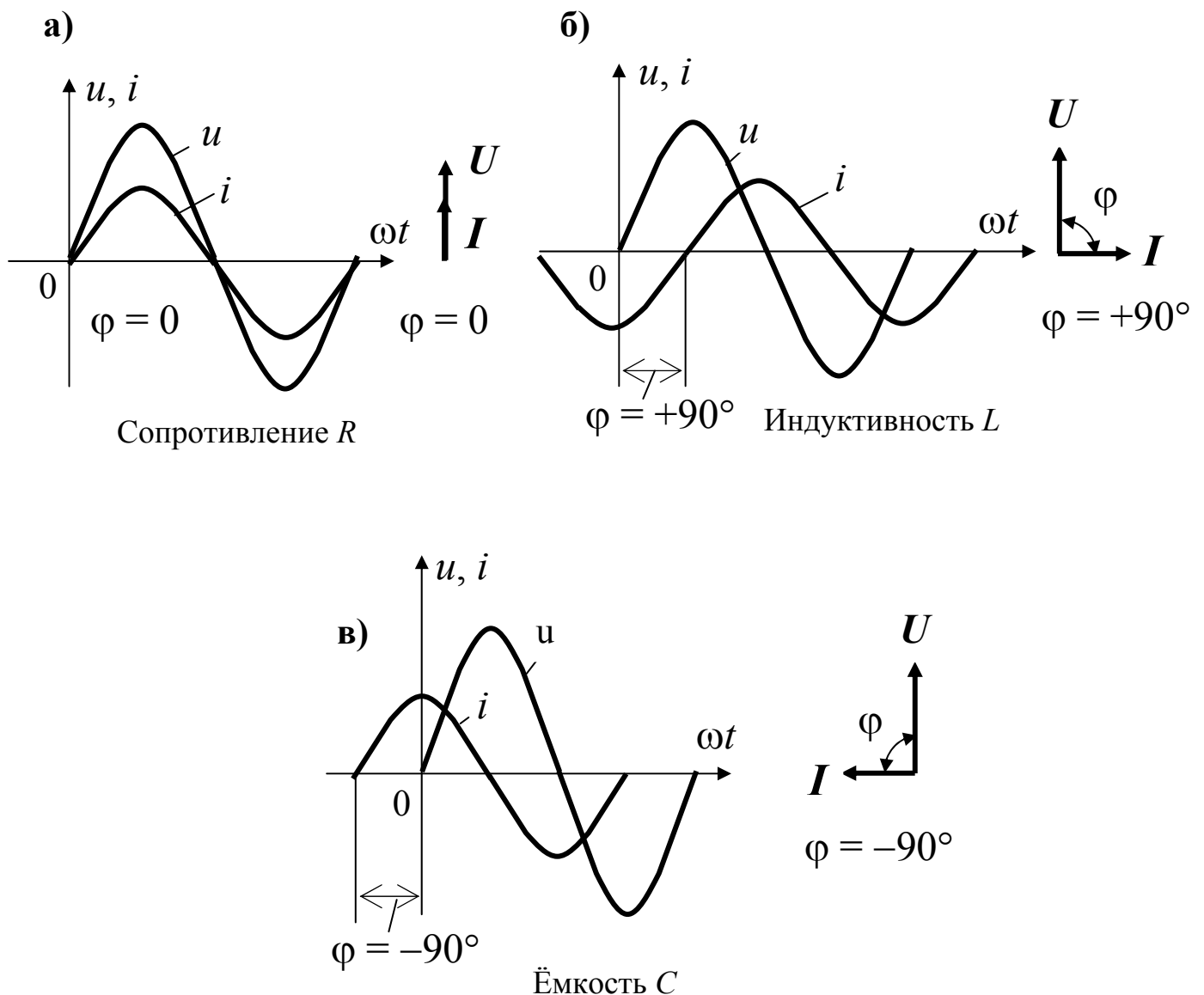


Рис. 2.1

Пример 2. Катушка индуктивности с параметрами R и L соединена последовательно с сопротивлением $R_1 = 100$ Ом и подключена к источнику синусоидального напряжения частотой $f = 50$ Гц (рис. 2.2). В цепь включены три вольтметра электромагнитной системы, показания которых известны: $U_1 = 100$ В, $U_2 = 100$ В, $U = 175$ В.

Требуется определить параметры R и L катушки индуктивности, угол сдвига фаз φ_{RL} между напряжением и током катушки и угол сдвига фаз φ между напряжением и током цепи. Задачу решить с помощью векторной диаграммы графически.

Решение. На основании второго закона Кирхгофа ($\bar{U} = \bar{U}_1 + \bar{U}_2$) строим векторную диаграмму напряжений (рис. 2.3). Для этого проводим в произвольном направлении вектор тока $\bar{I}$.

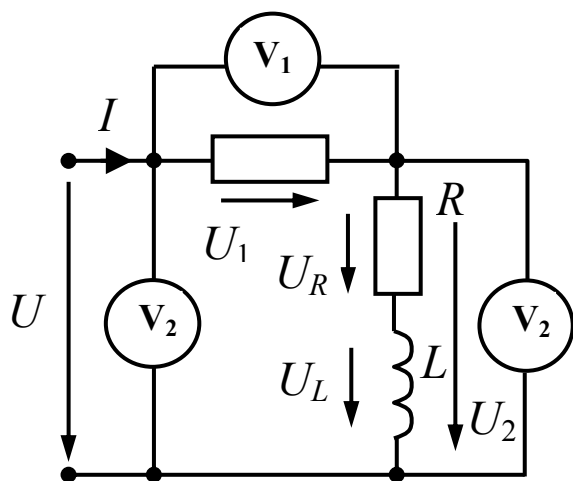


Рис. 2.2

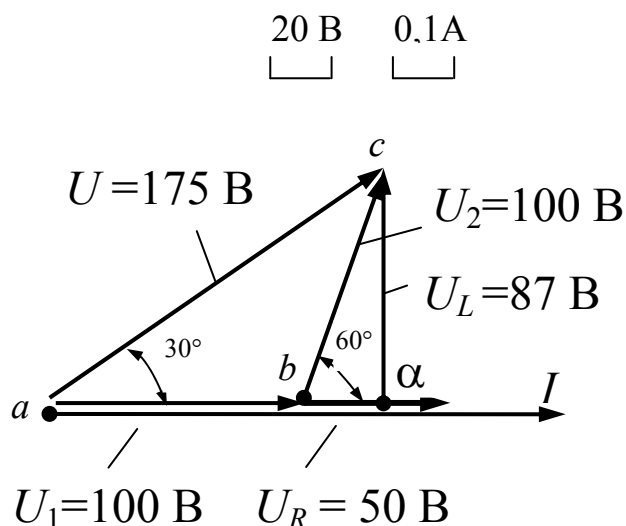


Рис. 2.3

$$I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{100}{100} = 1 \text{ А.}$$

Вектор напряжения $\bar{U}_1$ совпадает по фазе с вектором тока I (как напряжение на активном сопротивлении), поэтому откладываем $\bar{U}_1$ вдоль $\bar{I}$ в принятом масштабе напряжений. Векторы $\bar{U}$ и $\bar{U}_2$ действующих значений напряжений опережают вектор I тока по фазе (как напряжения индуктивной цепи) и поэтому откладываем их от вектора $\bar{I}$ против часовой стрелки. Из начала вектора $\bar{U}_1$ (точка a) описываем циркулем дугу окружности радиусом U , а из конца вектора $\bar{U}_1$ (точка b) дугу окружности радиусом U_2 . Пересечение этих двух дуг (точка c) определяет положение векторов $\bar{U}$ и $\bar{U}_2$ на векторной

диаграмме. Затем из точки "с" опускаем перпендикуляр cd на направление вектора $\bar{I}$ и таким образом разлагаем вектор $\bar{U}$ на две составляющие: вектор $\bar{U}_R$, совпадающий по фазе с вектором тока $\bar{I}$, и вектор $\bar{U}_L$, опережающий $\bar{I}$ на 90° . Измерив длину этих векторов линейкой, получаем $U_R = 50$ В и $U_L = 87$ В.

Теперь находим активное R и индуктивное X_L сопротивления катушки:

$$R = \frac{U_R}{I} = \frac{50}{1} = 50 \text{ Ом}; \quad X_L = \frac{U_L}{I} = \frac{87}{1} = 87 \text{ Ом}.$$

Индуктивность катушки

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{87}{314} = 0,27 \text{ Гн, где } \omega = 2\pi f = 314 \text{ 1/с}.$$

Проверку расчетов производим по формуле (для катушки):

$$z_K = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{50^2 + 87^2} = 100 \text{ Ом},$$

что совпадает с полным сопротивлением катушки, полученным в результате непосредственных измерений:

$$z = \frac{U_2}{I} = \frac{100}{1} = 100 \text{ Ом}.$$

Угол сдвига фаз φ_{RL} между напряжением и током в катушке индуктивности и угол сдвига фаз φ между напряжением и током всей цепи определяем из векторной диаграммы путем непосредственных измерений с помощью транспортира: $\varphi_{RC} = 60^\circ$; $\varphi = 30^\circ$.

Задание для самостоятельной работы

Задача 2. Схема замещения электрического конденсатора представлена в виде последовательной схемы с параметрами R и C .

Требуется определить параметры R и C этого конденсатора, воспользовавшись тремя вольтметрами и дополнительным сопротивлением R_1 , включенным последовательно с конденсатором (рис. 2.4). Исходные данные: $U_1 = 20$ В; $U_2 = 20$ В; $U = 34,5$ В; $R_1 = 10$ Ом; $f = 100$ Гц.

Задачу решить с помощью векторной диаграммы графически.

Задачу рекомендуем решать следующим образом.

В начале выберите произвольно направление тока (цепь последовательная), например, как на рис.2.4,б, на котором указаны, но не обозначены направления напряжений на элементах цепи. Затем в масштабе постройте известные

напряжения и определите величину напряжений на отдельных элементах цепи. По закону Ома определите величины неизвестных сопротивлений.

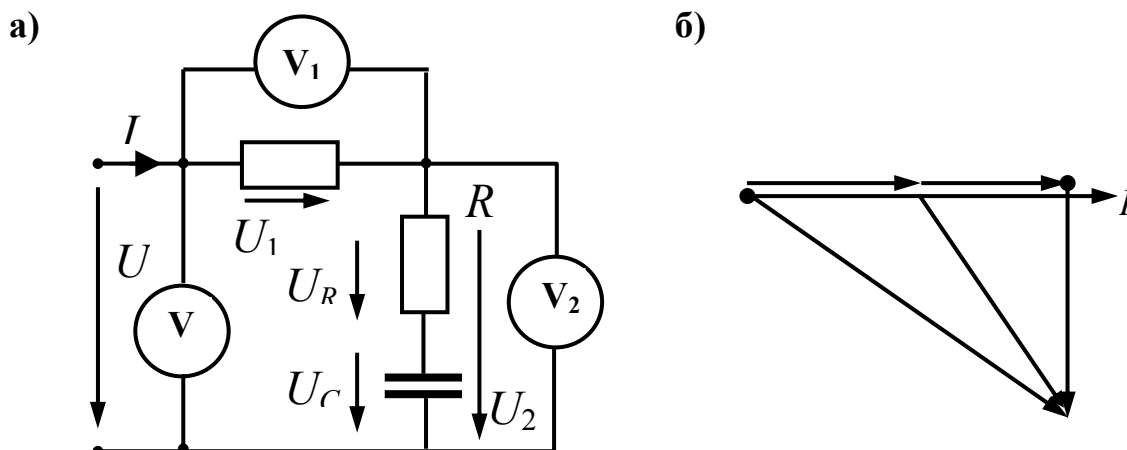


Рис. 2.4

Занятие 3

Расчет цепей синусоидального тока комплексным методом

Основные положения

Комплексный (символический) метод расчета цепей основан на том, что вектора, изображающие функции времени, могут быть записаны с помощью комплексных чисел.

Уравнения в комплексной форме (закон Ома и законы Кирхгофа) являются алгебраическими и аналогичны этим же уравнениям для цепей постоянного тока. Поэтому все методы расчета цепей постоянного тока можно применить для расчета комплексных токов и напряжений. Последним этапом в комплексном методе расчета является переход от найденных комплексных токов и напряжений к соответствующим мгновенным (действующим) значениям токов и напряжений.

Расчет цепей комплексным методом рекомендуется вести в следующей последовательности:

1. Изображаем заданные синусоидальные напряжения и параметры реактивных элементов комплексными числами.
2. Используя законы Ома и Кирхгофа в комплексной форме, составляем уравнения для определения комплексных токов (напряжений).
3. Определяем комплексные токи в ветвях в результате решения алгебраических уравнений п. 2. Основные алгебраические действия с

комплексными числами, которые используются на этом этапе, приведены в контрольной работе (задача 3).

4. С учетом соответствия преобразуем найденные комплексные токи в ветвях в соответствующие мгновенные значения.

Рекомендуем проработать материал темы 2.4 опорного конспекта.

Пример 3. Определить мгновенное значение тока на входе цепи (рис. 3.1), у которой $x_C = 12$ Ом, $x_L = 3$ Ом, $R_1 = R_2 = 10$ Ом, $u = 12 \sin \omega t$.

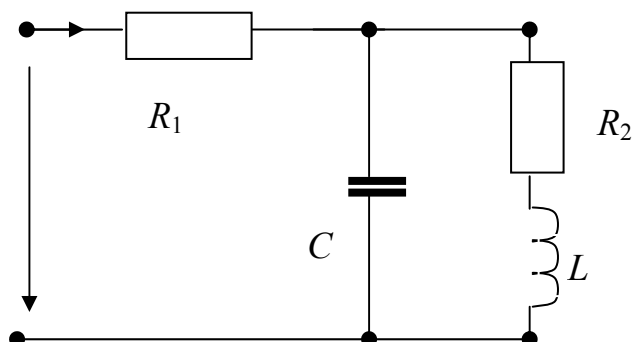


Рис. 3.1

Решение 1. Изобразим синусоидальное входное напряжение и параметры реактивных элементов L и C комплексными числами:

$$\dot{U}_m = U_m e^{j0} = 12; \quad jX_L = j3, \text{ Ом}; \quad -jX_C = -12, \text{ Ом}.$$

Если начальная фаза ψ_u входного напряжения в условии задачи не задана, то ее рекомендуется взять равной нулю ($\psi_u = 0$).

2. Используя закон Ома в комплексной форме, составим уравнение для определения комплексной амплитуды тока на входе цепи:

$$\dot{I}_m = \dot{U}_m / \underline{Z},$$

где $\underline{Z}$ – комплексное сопротивление цепи определяется по аналогичным правилам расчета полного сопротивления резистивной цепи постоянного тока:

$$\begin{aligned} \underline{Z} &= R_1 + \frac{-jX_C(R_2 + jX_L)}{R_2 + jX_L - jX_C} = R_1 + \frac{X_C X_L - jX_C R_2}{R_2 + j(X_L - X_C)} = 10 + \frac{36 - j120}{10 - j12} = \\ &= \frac{(36 - j120)(10 + j12)}{(10 - j12)(10 + j12)} = 7,37 - j3,44 \end{aligned}$$

3. Определим амплитуду комплексного тока на входе цепи:

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{U}_m}{\underline{Z}} = \frac{12}{7,37 - j3,44} = \frac{12}{8,1e^{-j25^\circ}} = 1,48e^{j25^\circ}.$$

4. Преобразуем амплитуду комплексного тока на входе цепи в мгновенное значение синусоидального тока:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i) = 1,48 \sin(\omega t + 25^\circ).$$

Правила основных действий с комплексными числами, используемых в этом примере, представлены в теме 2.4 опорного конспекта.

Задание для самостоятельной работы

Задача 3. Определить мгновенное и действующее значения тока на входе цепи (рис. 3.2), у которой, $x_C = 12 \text{ Ом}$, $x_L = 8 \text{ Ом}$, $R = 10 \text{ Ом}$, $U = 12 \text{ В}$

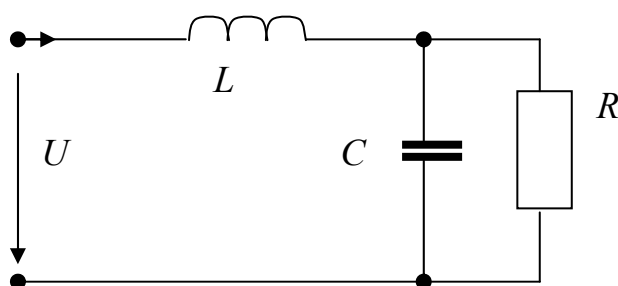


Рис. 3.2

Занятие 4

Расчет частотных характеристик электрических цепей

Основные положения

Зависимости тока, сопротивлений, угла сдвига фаз между напряжением и током, напряжений на отдельных участках цепи от частоты называются *частотными характеристиками*. На рис. 4.1 показаны некоторые из них для цепи с последовательным соединением R, L, C (рис. 4.2).

При изменении частоты в широких пределах активное сопротивление R остается постоянным, индуктивное сопротивление X_L изменяется прямо пропорционально частоте, а емкостное сопротивление X_C — обратно пропорционально частоте. Полное сопротивление z изменяется более сложным образом. При изменении частоты от 0 до ω_0 оно имеет емкостной характер и с увеличением частоты изменяется от ∞ до R . При изменении частоты от ω_0 до ∞

оно имеет индуктивный характер и изменяется от R до бесконечности. Ток цепи (при $U=\text{const}$) изменяется по формуле $I = U/z$ и при частоте ω_0 достигает своего максимума.

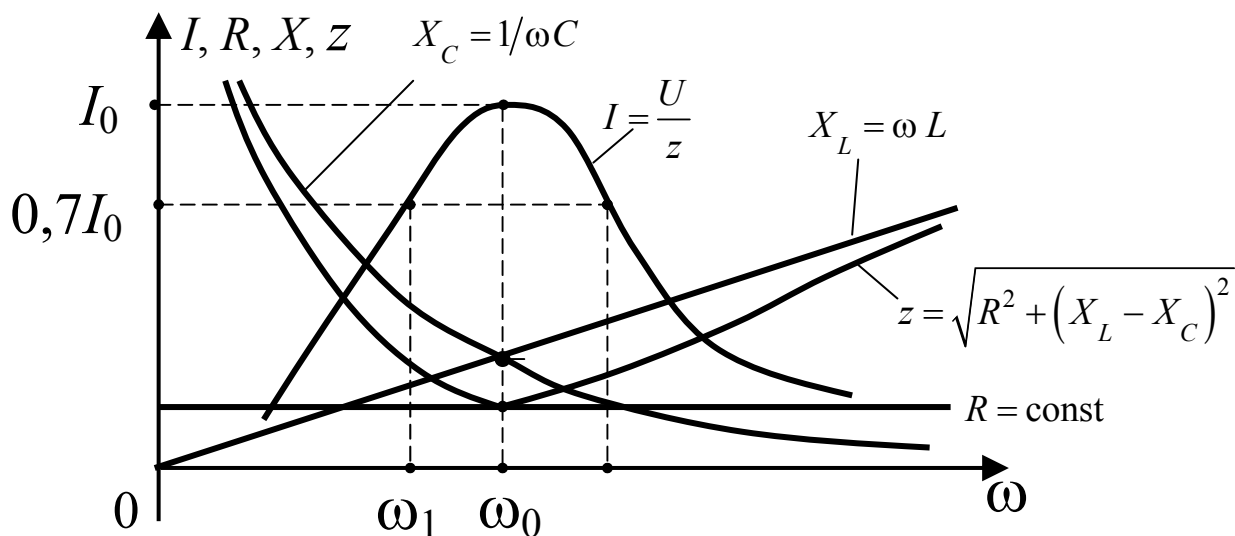


Рис. 4.1

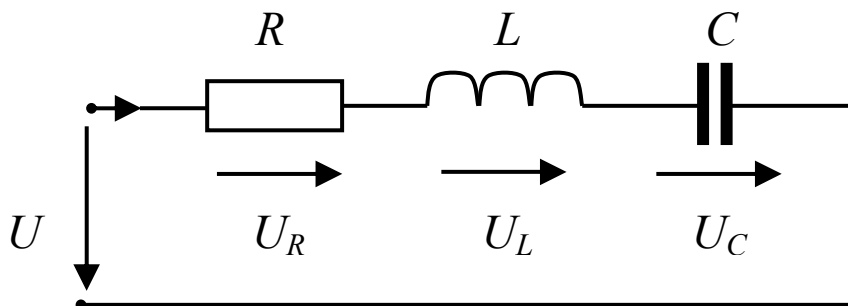


Рис. 4.2

Режим работы цепи, при котором $X_L = X_C$ (и, следовательно, $U_L = U_C$), называется *резонансом напряжений*; а частота ω_0 этого режима называется резонансной частотой. В этом режиме работы цепь ведет себя как чисто активная, несмотря на то, что в ее составе имеется индуктивность и емкость.

Из условия $X_L = X_C$ вытекает, что при резонансе напряжений

$$\omega L = 1/\omega C \quad \text{или} \quad \omega^2 LC - 1 = 0. \quad (4.1)$$

Это есть резонансное уравнение, которое показывает соотношение между R, L, C и ω при резонансе. Если в частном случае L и C известны, то резонансная частота цепи с последовательным соединением R, L, C имеет вид

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}. \quad (4.2)$$

При резонансе напряжений ток достигает максимального значения, так как при этом сопротивление цепи минимально ($z_{\text{рез}} = R$) и равно ее активному сопротивлению. Если при этом оказывается, что $X_{L \text{ рез}} = X_{C \text{ рез}} > R$, то напряжения

на индуктивности и емкости (U_L и U_C) превышают приложенное к цепи напряжение, т.е. возникает перенапряжение на этих элементах цепи.

Явление резонанса напряжений широко используется в радиотехнике, в частности, потому, что, настроив цепь (контур, как говорят радисты) в резонанс, получают наибольший возможный ток (сигнал). В энергетических же цепях резонанса напряжений избегают из-за возможных перенапряжений на реактивных элементах цепи и максимального тока.

Задание для самостоятельной работы

Для цепи (рис. 4.2) известно $R = 100 \text{ Ом}$, $L = 20 \text{ мГн}$, $C = 0,5 \text{ мкФ}$.

Требуется рассчитать частотную характеристику для тока $I(\omega)$. Расчет выполнить для частот $0,2f_0$, $0,5f_0$, $0,7f_0$, f_0 , $1,3f_0$, $1,7f_0$, $2f_0$,

Формулы для расчета указаны на рис. 4.1 и в (4.2)

Занятие 5

Расчет трехфазных электрических цепей

Основные положения

Трехфазная цепь может быть соединена звездой и треугольником.

Трехфазная цепь, соединенная по схеме звезда, имеет ряд особенностей.

1. Фазные токи равны токам в линейных проводах: $\dot{I}_\phi = \dot{I}_l$.

2. Ток в нейтральном проводе $\dot{I}_N$ равен алгебраической сумме комплексных токов всех трех фаз.

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = \dot{I}_N . \quad (5.1)$$

При отсутствии или обрыве нейтрального провода

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0 .$$

В этом случае, зная два линейных тока, можно легко найти третий ток.

A

A'

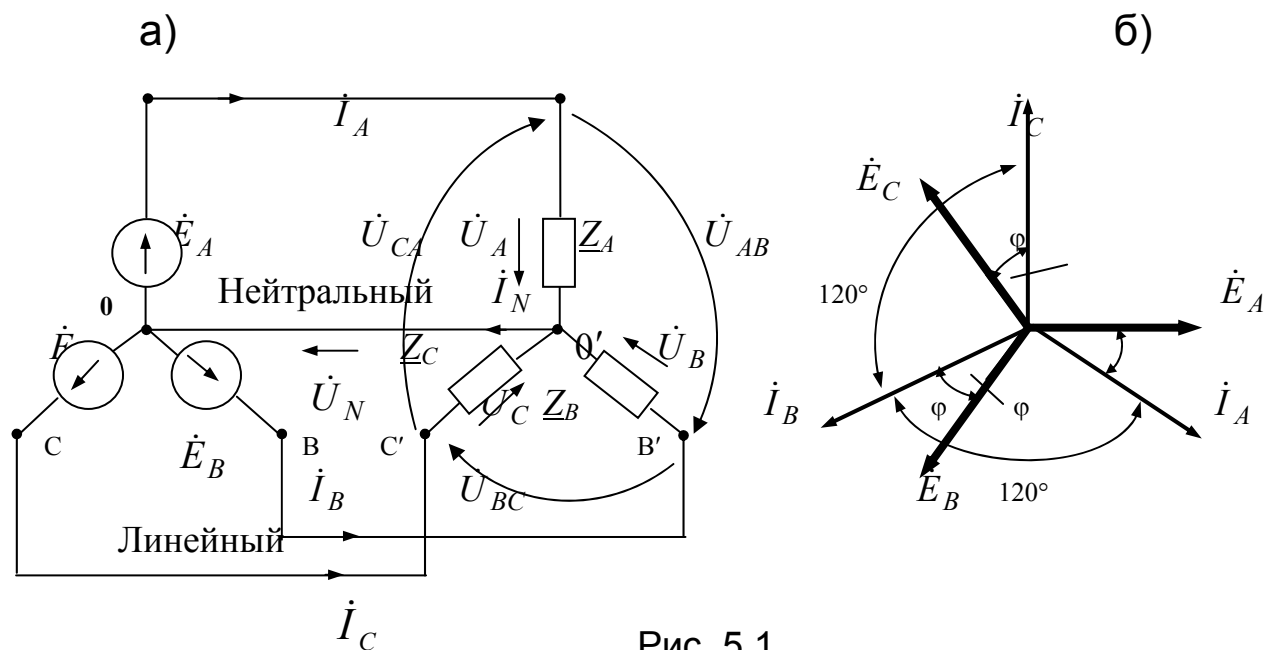


Рис. 5.1

3. При симметрии фазных ЭДС и равенстве комплексных сопротивлений всех трех фаз цепи ($\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z}_\Phi = R \pm jX$) комплексные токи, определяемые в соответствии с формулой закона Ома ($\dot{I}_\Phi = \dot{U}_\Phi / \underline{Z}_\Phi$), имеют одинаковые действующие значения и сдвинуты друг относительно друга по фазе на 120° (как это показано на рис. 5.1,б). Они образуют симметричную систему фазных токов.

Трехфазная цепь, связанная треугольником, имеет ряд особенностей

1. Напряжения между линейными проводами ($\dot{U}_л$) одновременно являются и фазными ($\dot{U}_\Phi$) напряжениями: $\dot{U}_л = \dot{U}_\Phi$.

2. В трехфазной цепи, соединенной треугольником, различают фазные ($\dot{I}_{AB}$, $\dot{I}_{BC}$ и $\dot{I}_{CA}$) и линейные ($\dot{I}_A$, $\dot{I}_B$ и $\dot{I}_C$) токи:

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA}; \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB}; \quad \dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC}.$$

В частном случае, при симметрии ЭДС и нагрузки

$$I_л = \sqrt{3}I_\Phi.$$

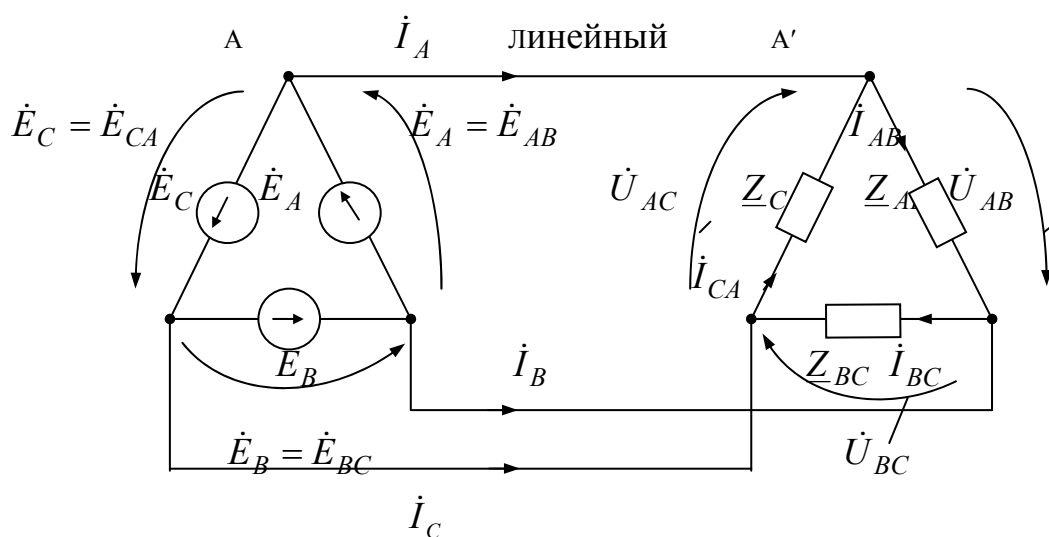


Рис. 5.2

Мощности трехфазной цепи

Для трехфазной симметричной цепи независимо от способа ее соединения

$$P = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \cos \varphi,$$

$$Q = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \sin \varphi,$$

$$S = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}}.$$

Задание для самостоятельной работы

Задача 4. Для симметричной трехфазной системы, соединенной по схеме звезда, известны: фазное напряжение $U_{\phi} = 220$, В; параметры нагрузки фазы А ($x_L = 5$, Ом, $x_C = 10$, Ом, $R = 12$, Ом). Требуется определить активную реактивную и полную мощности трехфазной цепи и как изменятся эти мощности, если нагрузку соединить по схеме треугольник.

4. Блок контроля освоения дисциплины

Общие указания

Блок контроля освоения дисциплины включает.

1. Контрольную работу и методические указания к ее выполнению.

Каждая задача из контрольной работы имеет варианты. Порядок выбора варианта указан в методических указаниях к выполнению контрольной работы.

2. Блок тестов текущего (промежуточного) контроля.

Приводятся 9 тестов текущего контроля по каждой теме дисциплины. Кроме этого, предлагаются по всем темам, кроме тем 4.2 и 4.3, тренировочные (репетиционные) тесты. После работы (время не ограничено) с тренировочными тестами можно проверить ответы - они приведены на стр. 308. Завершив работу с тренировочным тестом по теме, студент получает у своего тьютора аналогичный контрольный тест. Время ответа и число попыток для ответа на контрольный тест ограничено. Для темы, в которой отсутствует тренировочный тест, студенту сразу предлагается контрольный тест. Напоминаем, что блок тестов предназначен для студентов, обучающихся по дистанционной форме обучения. Студенты других форм обучения могут использовать блок тестов для самоконтроля.

3. Блок итогового контроля по дисциплине «Теоретические основы электротехники. Стационарные процессы в линейных электрических цепях» (ТОЭ-1).

Студенты всех форм обучения специальностей 140211.65, 140601.65, 140602.65 сдают экзамен, а студенты специальности 210106.65 – теоретический зачет.

В данном блоке приводятся вопросы для подготовки к экзамену и теоретическому зачету. В каждом билете (экзаменационном и зачетном), кроме вопросов, содержится задача, которая близка по содержанию к задачам из контрольной работы и примерам из практических занятий. Поэтому в процессе подготовки к экзамену рекомендуем повторить методику решения задач из контрольной работы и задач из практических занятий.

4.1. Задания на контрольную работу и методические указания к ее выполнению

Контрольные задания охватывают основные разделы дисциплины и являются важным этапом в процессе ее изучения. Проверка знаний дисциплины на экзамене включает решение задач, которые близки по тематике и методике решения к задачам из контрольной работы. Номер варианта студенты выбирают по трем последним цифрам своего шифра. Пояснения даны в соответствующих таблицах в условиях задачи.

Контрольные задания выполняются с дифференциацией, которые зависят от специальности студента.

Шифр специальности	Номер задачи контрольной работы
140211.65, 140601.65, 140602.65	1, 2, 3, 5, 6, 8
210106.65	1, 3, 4, 5, 7, 8

Задача 1

Цепь постоянного тока с одним источником ЭДС представлена на рис. 1.1. Параметры резистивных элементов, величина ЭДС E и вариант схемы указаны в табл. 1.1. Требуется определить токи во всех резистивных элементах и проверить полученные результаты с помощью первого или второго законов Кирхгофа.

Таблица 1.1

Последняя, предпоследняя или третья от конца цифра шифра студента	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Схема на рис. 1.1	а	б	в	г	д	е	а	б	в	г
Буква рис. 1.1 выбирается по последней цифре шифра										
$E, В$	6	8	10	12	14	16	18	20	24	36
Величина E выбирается по предпоследней цифре шифра										
$R_1 = R_2, Ом$	2	4	6	8	5	4	3	2	1	6
$R_3 = R_4, Ом$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Значения $R_1 - R_4$ выбираются по третьей от конца цифре шифра										

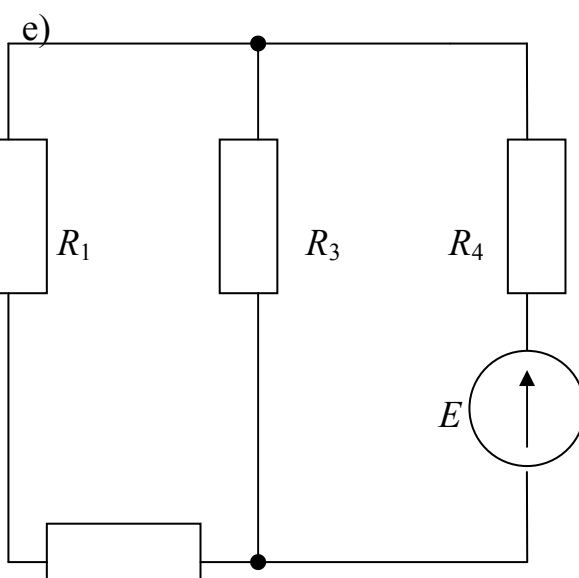
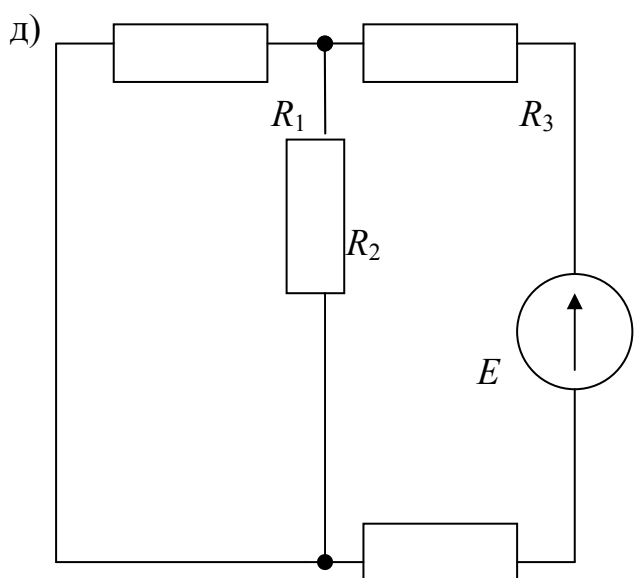
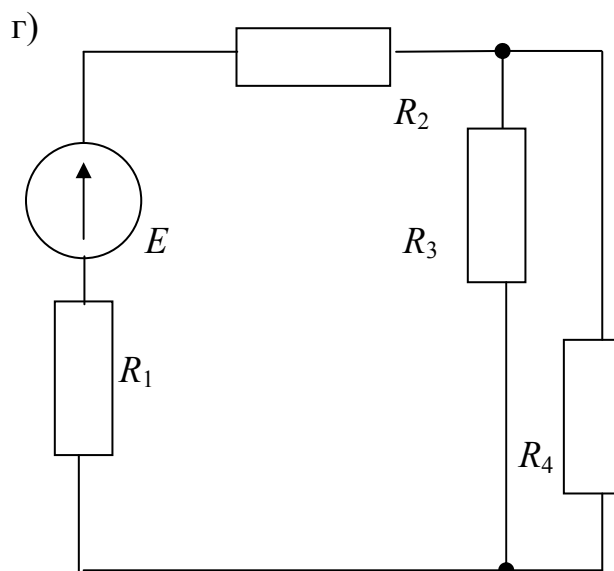
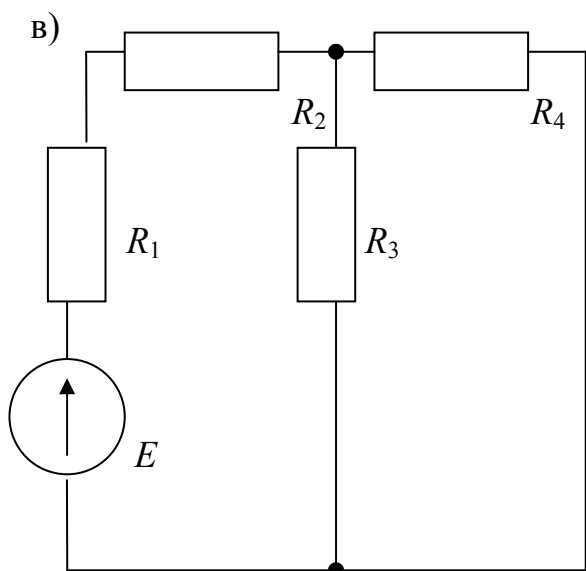
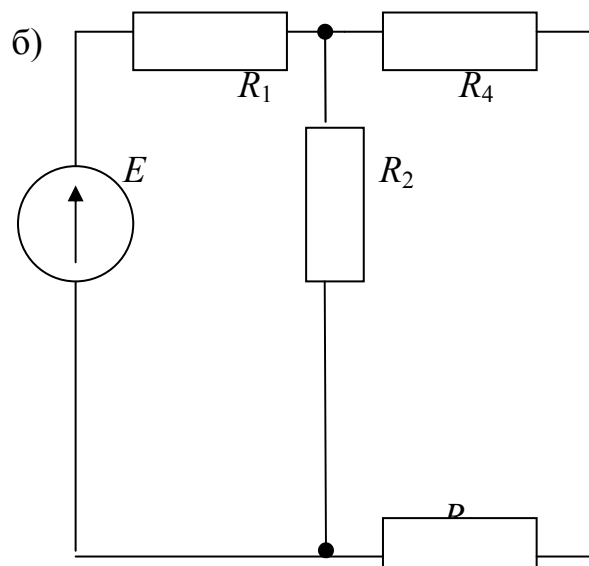
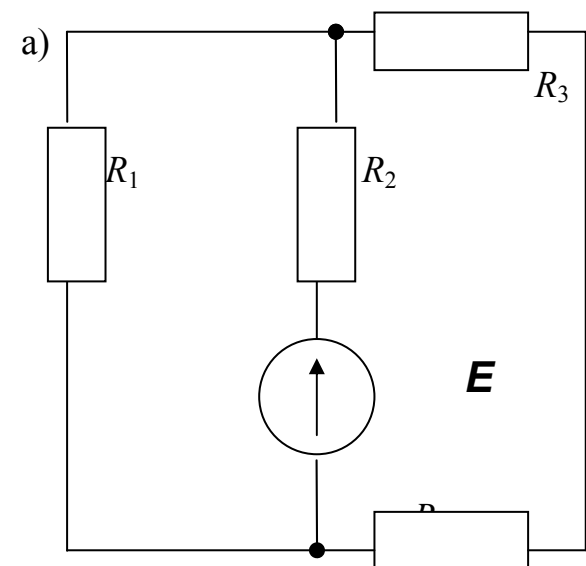


Рис. 1.1

Методические указания

Для решения этой задачи необходимо изучить материал курса, относящийся к расчету простых цепей постоянного тока [1], с. 5...11; [2], с. 19...46 или [5], с. 3...9.

Расчет простых резистивных цепей с одним источником целесообразно выполнять в следующей последовательности:

1. Выбрать произвольно в ветвях схемы положительные направления токов, обозначив их стрелками и буквой I_k с соответствующим индексом ($k \in [1, 2, \dots]$).
2. Привести схему к одноконтурному виду путем поэтапного объединения последовательно и параллельно соединенных сопротивлений.
3. Определить ток в одноконтурной схеме.
4. Определить напряжения на всех ветвях исходной схемы путем обратного поэтапного разворачивания схемы.
5. С помощью закона Ома определить искомые токи в ветвях.
6. Выполнить проверку полученных результатов, используя первый или второй закон Кирхгофа.

Пример 1. Определить постоянные токи во всех сопротивлениях электрической схемы (рис. 1.2). Параметры цепи: $R_1=R_2=4$ Ом, $R_3=R_4=1$ Ом, $R_5=6$ Ом, $E=9$ В.

Решение. 1. Выберем произвольно в ветвях положительные направления токов и промаркируем их: I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 .

2. Преобразуем поэтапно исходную схему в одноконтурную схему. Последовательность преобразований наглядно представлена на рис. 1.2, где

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{4 \cdot 4}{4 + 4} = 2 \text{ Ом}; \quad (\text{рис. 1.2,б})$$

$$R_{123} = R_{12} + R_3 = 2 + 1 = 3 \text{ Ом}; \quad (\text{рис. 1.2,в})$$

$$R_{1235} = \frac{R_{123} \cdot R_5}{R_{123} + R_5} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = 2 \text{ Ом}. \quad (\text{рис. 1.2,г})$$

3. Определим ток I_4 и напряжение U_{34} на участке 3-4 для одноконтурной схемы (рис. 1.2,г).

$$I_4 = \frac{E}{R_{1235} + R_4} = \frac{9}{2 + 1} = 3 \text{ А}; \quad U_{34} = I_4 \cdot R_{1235} = 3 \cdot 2 = 6 \text{ В}.$$

4. Определим токи I_3 и I_5 (рис. 1.2,в).

$$I_3 = \frac{U_{34}}{R_{12} + R_3} = \frac{6}{2+1} = 2 \text{ A}; \quad I_5 = \frac{U_{34}}{R_5} = \frac{6}{6} = 1 \text{ A}.$$

5. Определим напряжение U_{12} на сопротивлении R_{12} и токи I_1, I_2 , (рис. 1.2,б).

$$U_{12} = I_3 \cdot R_{12} = 2 \cdot 2 = 4 \text{ В}; \quad I_1 = \frac{U_{12}}{R_1} = \frac{4}{4} = 1 \text{ А}; \quad I_2 = \frac{U_{12}}{R_2} = \frac{4}{4} = 1 \text{ А}.$$

Проверим полученные результаты с помощью первого закона Кирхгофа.

Для узла 3 (рис.1.2,а) имеем

$$I_4 - I_3 - I_5 = 3 - 2 - 1 = 0 \text{ — верно.}$$

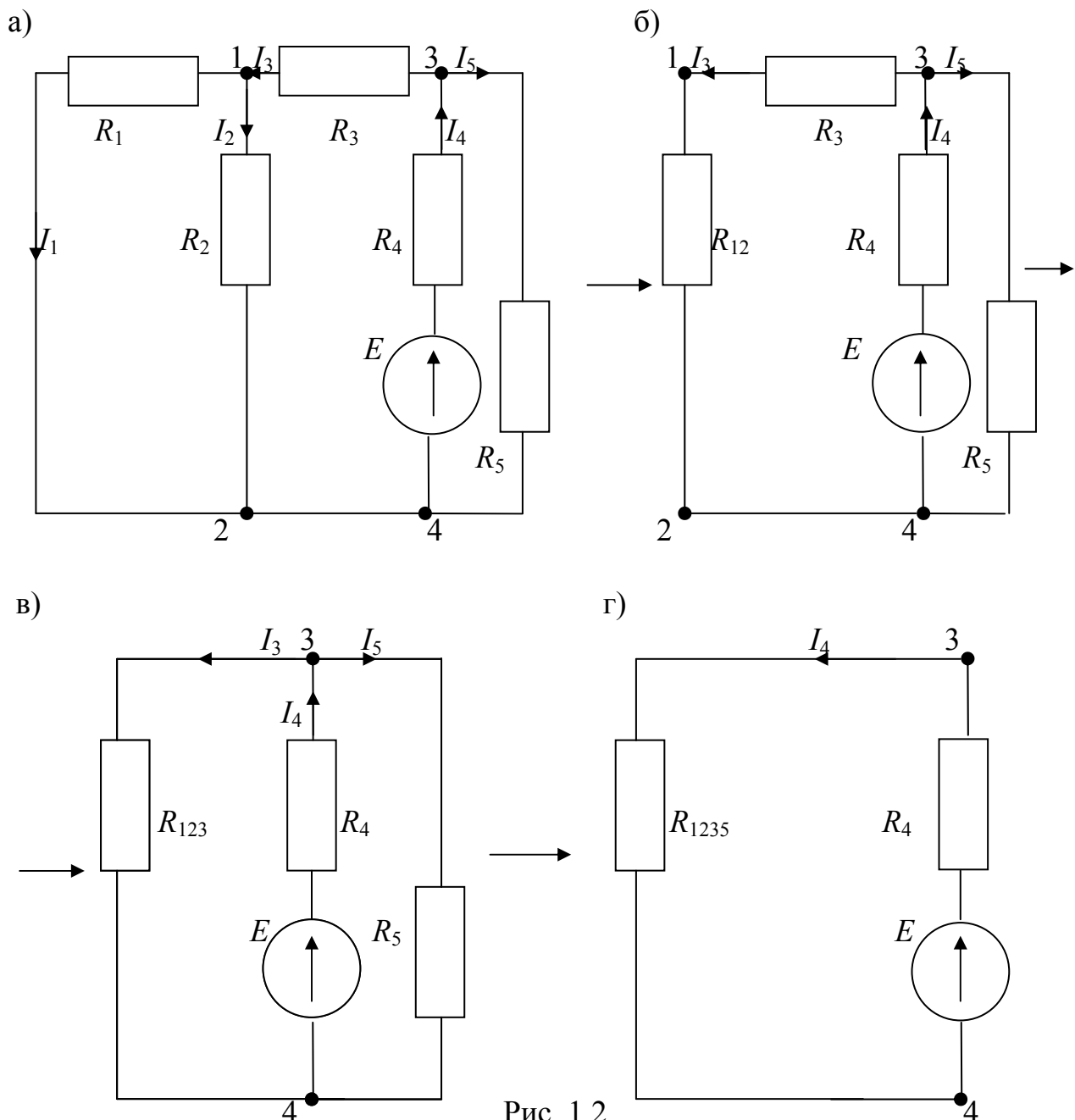


Рис. 1.2

Задача 2

Схема электрической цепи (рис. 2.1) состоит из последовательно соединенных активного R и реактивного X сопротивлений.

Требуется определить параметры R и X , а также L или C этой цепи, используя дополнительное сопротивление R_1 , величина которого известна, и только амперметры или только вольтметры электромагнитной системы*. Частота f источника питания цепи известна.

Данные для расчета представлены в табл.

Таблица 2.1

Последняя, предпоследняя или третья от конца цифра шифра студента	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Номер схемы	1	1	1	2	2	2	3	3	4	4
Номер схемы выбирается по последней цифре шифра										
U_1 , В	20	10	20	15	10	20	15	10	15	10
U_2 , В	20	20	14	14	14	11,	11,	11,	20	30
U , В	34,	26,	31,	27	22,	5	5	5	30,	35,
R_1 , Ом	5	5	5	10	5	30,	25,	21	5	5
	10	5	4		2,5	5	5	2	7,5	5
						10	3			
Значения U_1 , U_2 , U и R_1 выбираются по предпоследней цифре шифра для схем 1 и 3 (рис. 2.1)										
I_1 , А	10	15	10	10	15	20	15	10	15	15
I_2 , А	16	16	20	16	20	20	24	20	16	20
I , А	25	30	27,	22,	32	38,	34	26,	27	31
R_1 , Ом	5	2	5	5	3	5	3	5	6	2
			4	6		5		4		
Значения I_1 , I_2 , I и R_1 выбираются по предпоследней цифре шифра для схем 2 и 4 (рис. 2.1)										

* Амперметры и вольтметры электромагнитной системы регистрируют действующие значения токов и напряжений.

$f, \text{Гц}$	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
Значение f выбирается по третьей от конца цифре шифра										

Методические указания

Определить параметры с последовательным соединением R и X при помощи дополнительного сопротивления R_1 известной величины можно без применения ваттметра двумя способами: а) с помощью трех вольтметров, б) с помощью трех амперметров.

В случае а) сопротивление R_1 известной величины включается последовательно с исследуемой цепью и измеряется действующее значение напряжения на зажимах цепи U , действующее значение напряжения U_1 на сопротивление R_1 и действующее значение напряжения U_2 на исследуемой цепи (схемы 1 и 3 на рис. 1.1).

В случае б) сопротивление R_1 известной величины включается параллельно исследуемой цепи и измеряется действующее значение тока всей цепи I , действующее значение тока I_2 в исследуемой цепи и действующее значение тока I_1 в сопротивлении R_1 (схемы 2 и 4 на рис. 2.1).

По результатам этих измерений можно определить величины R и X исследуемой цепи, а также емкость C (схемы 1 и 2 рис. 2.1) или индуктивность L (схемы 3 и 4 рис. 2.1), если известна частота f цепи.

При решении этой задачи необходимо учитывать ряд важных положений. Синусоидальные токи и напряжения изображают графически в полярных координатах в виде векторов $\bar{I}$ и $\bar{U}$, длина которых равна действующему значению I и U , а угол между вектором и полярной осью равен начальной фазе ψ_I или ψ_u . Угол сдвига фаз φ между напряжением и током определяется как разность начальных фаз напряжения и тока: $\varphi = \psi_u - \psi_i$. Угол сдвига фаз φ зависит от соотношения между активным R и реактивным X сопротивлениями цепи.

Для действующих значений токов и напряжений справедливы законы Кирхгофа в векторной форме записи.

Первый закон Кирхгофа относится к узлам цепи: геометрическая сумма векторов действующих значений токов в узле равна нулю:

$$\sum_{k=1}^K \bar{I}_k = 0,$$

где K - число ветвей, подходящих к узлу.

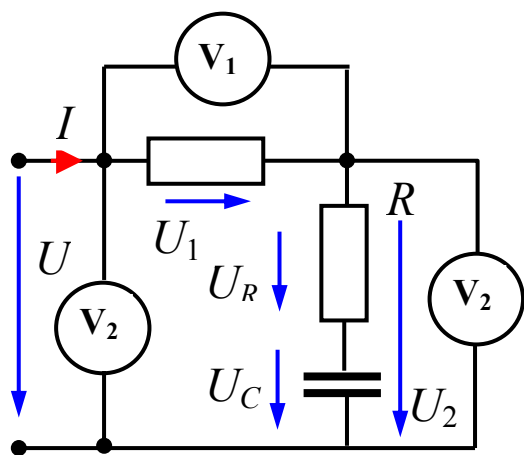
Второй закон Кирхгофа относится к контурам цепи: геометрическая сумма векторов действующих значений напряжений на участках контура равна геометрической сумме векторов действующих значений ЭДС этого контура:

$$\sum_{v=1}^V \bar{E}_v = \sum_{n=1}^N \bar{U}_n,$$

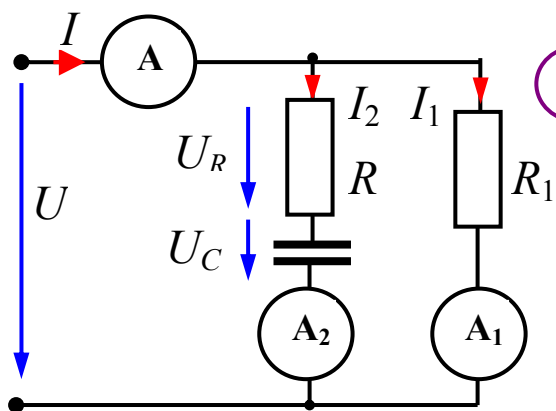
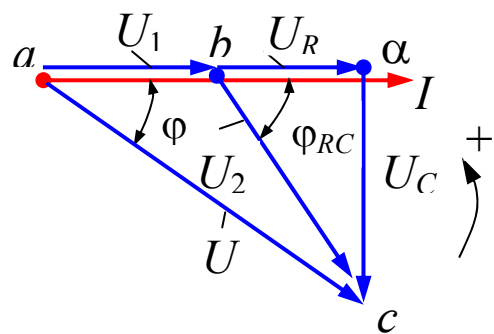
где V – число источников ЭДС контура; N – число сопротивлений контура.

Расчет исследуемой цепи производится графоаналитическим способом с помощью векторной диаграммы, выполненной в масштабе. Масштабы токов и напряжений следует выбрать такими, чтобы векторная диаграмма разместилась на половине тетрадного листа. Общий вид векторных диаграмм для каждой из четырех схем представлен на рис. 2.1.

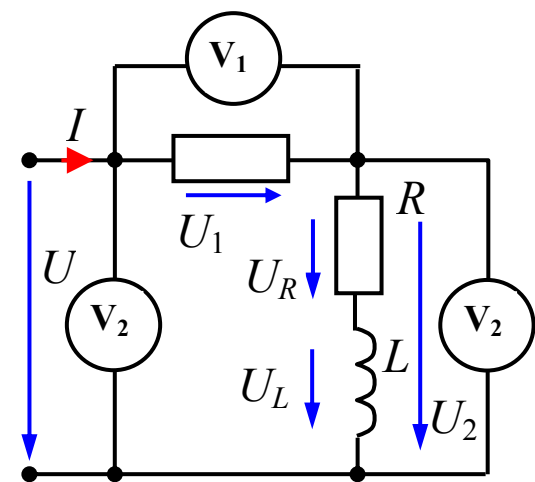
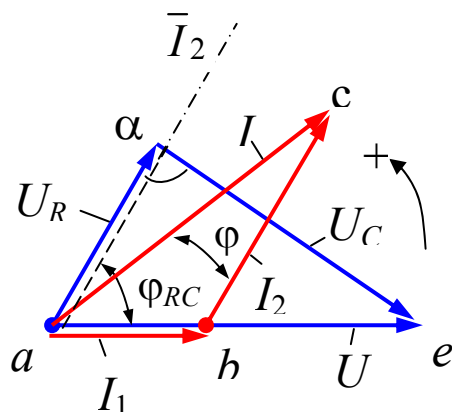
Для схем 1 и 3 рис. 2.1 по трем известным действующим значениям напряжений U , U_1 и U_2 строится треугольник векторов напряжений в соответствии со вторым законом Кирхгофа: $\bar{U}_1 + \bar{U}_2 = \bar{U}$. За основу берется вектор напряжения на известном сопротивлении R_1 . Этот вектор совпадает по фазе с вектором общего тока I цепи.



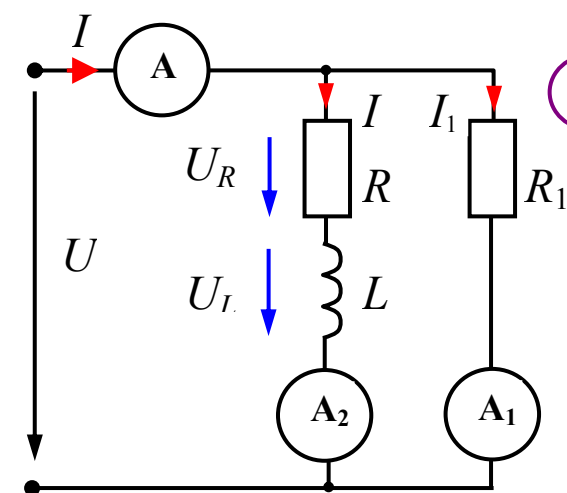
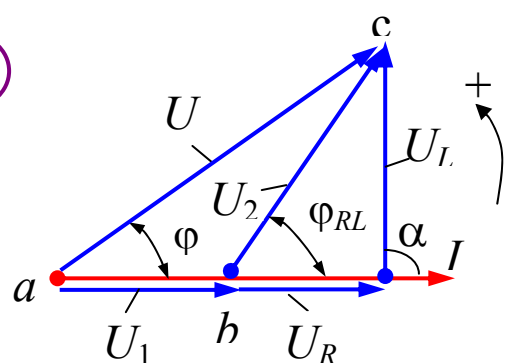
1



2



3



4

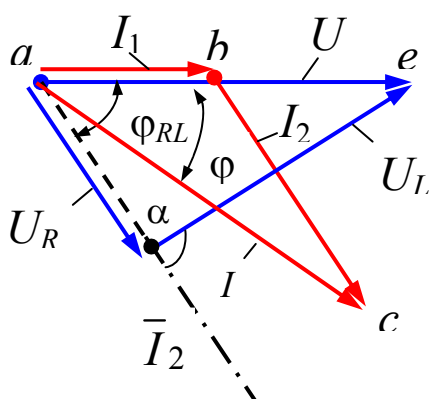


Рис. 2.1

После построения вектора U_1 из его начала (точка a) проводится (циркулем) окружность радиуса U_1 , а из его конца (точка b) – окружность радиуса U_2 . Пересечение этих окружностей (точка c) определяет положение векторов $\bar{U}$ и $\bar{U}_2$ на векторной диаграмме. Заметим, что для схемы 1 (рис. 2.1) треугольник напряжений следует строить относительно вектора тока $\bar{I}$ против направления положительного вращения векторов (указано на рис. 1.1 стрелками), так как в цепи с емкостью напряжение цепи отстает по фазе от тока; для схемы 3 (рис. 2.1) треугольник напряжений строится относительно вектора тока $\bar{I}$ по направлению положительного вращения векторов, так как в цепи с индуктивностью напряжение в цепи опережает по фазе ток. После построения треугольника напряжений из вершины C следует опустить перпендикуляр cd на направление вектора $\bar{I}$ и таким образом разложить вектор $\bar{U}_2$ на две составляющие: вектор $\bar{U}_R$, совпадающий по фазе с вектором тока $\bar{I}_2$, и вектор $\bar{U}_X$ (U_C для схемы 1 и U_L для схемы 3), перпендикулярный направлению тока $\bar{I}_2$. Зная длины векторов $\bar{U}_R$ и $\bar{U}_X$, легко определить активное R и реактивное X сопротивления исследуемой цепи:

$$R = \frac{U_R}{I_2}; \quad X = \frac{U_X}{I_2}.$$

Для определения параметров L и C используют соотношения

$$L = \frac{X_L}{\omega}; \quad C = \frac{1}{\omega X_C}, \quad \omega = 2\pi f.$$

Угол сдвига фаз φ_{RX} между напряжением $\bar{U}$ и током $\bar{I}_2$ определяется с помощью транспортира или из соотношения

$$\varphi_{RX} = \arctg \frac{U_X}{U_R} = \arctg \frac{X}{R_1 + R_2}.$$

Угол сдвига фаз φ между током и напряжением всей цепи определяем с помощью транспортира или по соотношению

$$\varphi = \arctg \frac{U_X}{U_1 + U_R} = \arctg \frac{X}{R_1 + R_2}.$$

Для схем 2 и 4 рис. 2.1 по трем известным действующим значениям тока I , I_1 и I_2 строится треугольник векторов токов в соответствии с первым законом

Кирхгофа: $\bar{I}_1 + \bar{I}_2 = \bar{I}$. За основу берется вектор тока в известном сопротивлении R_1 . Этот вектор совпадает по фазе с вектором приложенного к цепи напряжения $\bar{U}$. Действующее значение этого напряжения $U = I_1 R_1$.

После построения вектора $\bar{I}_1$ из его начала (точка a) проводится (циркулем) окружность радиуса I , а из конца вектора $\bar{I}_1$ (точка b) проводится окружность радиуса I_2 . Точка пересечения этих окружностей определяет положение векторов $\bar{I}_2$ и $\bar{I}$ на векторной диаграмме. Заметим, что для схемы 2 (рис. 2.1) треугольник токов следует строить относительно вектора $\bar{U}$ в сторону положительного вращения векторов (против часовой стрелки), так как в цепи с емкостью ток опережает по фазе приложенное напряжение; для схемы 4 (рис. 2.1) треугольник токов следует строить относительно вектора $\bar{U}$ в сторону, противоположную положительному вращению векторов (по часовой стрелке), так как в цепи с индуктивностью ток отстает по фазе от приложенного напряжения. После построения треугольников токов из конца вектора $\bar{U}$ (точка e) следует опустить перпендикуляр ed на направление вектора тока $\bar{I}_2$ и таким образом разложить вектор $\bar{U}$ на две $\bar{U}_R$, совпадающее с током $\bar{I}_2$, и вектор $\bar{U}_X$ (U_C для схемы 2 рис. 2.1 и U_L для схемы 4 рис. 2.1), перпендикулярный направлению вектора тока $\bar{I}_2$. Зная длины векторов, $\bar{U}_R$ и $\bar{U}_X$ легко определить активное R и реактивное X сопротивления исследуемой цепи:

$$R = \frac{U_R}{I_2}; \quad X = \frac{U_X}{I_2}.$$

Пример 2, а. Конденсатор с параметрами R и C и резистор с сопротивлением $R_1 = 160$ Ом соединены параллельно и подключены к источнику синусоидального напряжения частотой $f = 50$ Гц (схема 2 рис. 1.1). Показания амперметров электромагнитной системы известны: $I_1 = 0,5$ А, $I_2 = 0,8$ А, $I = 1,2$ А. Требуется определить параметры R и C конденсатора, угол сдвига фаз φ_{RC} между напряжением и током конденсатора и угол сдвига фаз φ между напряжением и током цепи.

Решение. Решим задачу с помощью векторной диаграммы. На основании первого закона Кирхгофа ($\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2$) строим векторную диаграмму токов данной цепи (рис. 2.2, а).

Для этого проводим в произвольном направлении вектор приложенного напряжения $\bar{U}$, действующее значение которого $U = I_1 R_1 = 0,5 \cdot 160 = 80$ В.

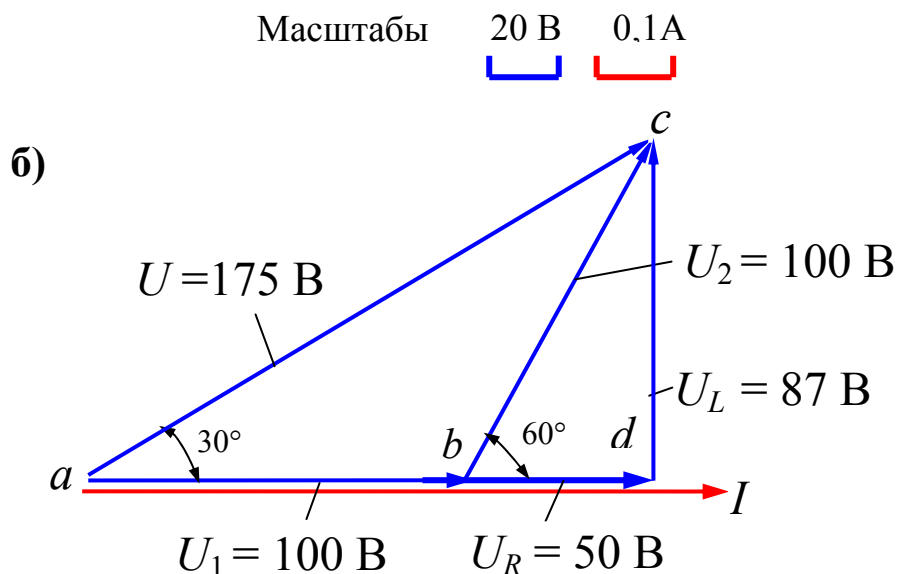
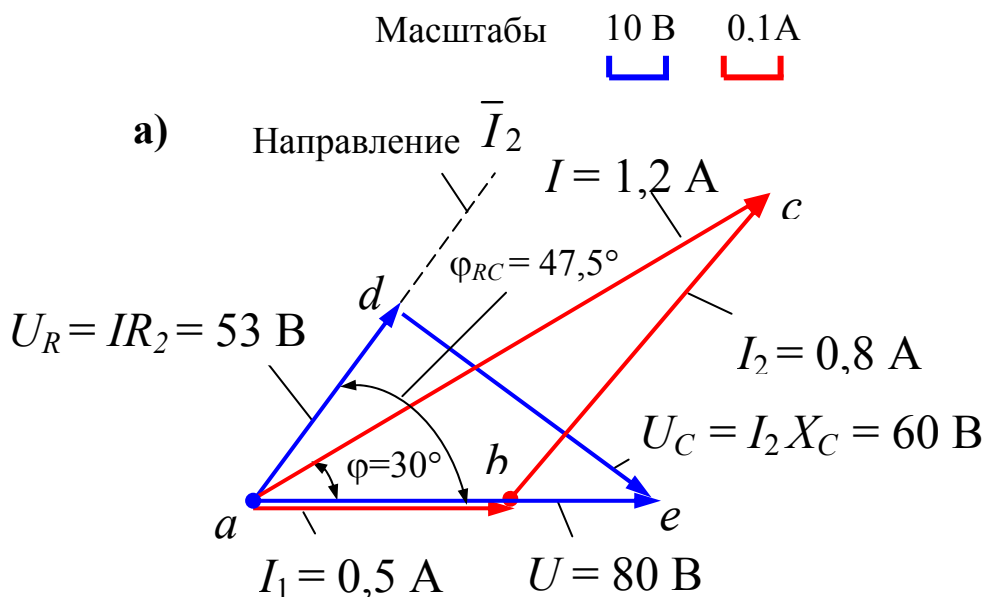


Рис. 2.2

Вектор тока $\bar{I}_1$ совпадает по фазе с вектором приложенного напряжения U , как ток в активном сопротивлении, и поэтому его откладываем вдоль вектора $\bar{U}$ в принятом масштабе токов. Затем из начала вектора $\bar{I}_1$ (точка a) описываем циркулем дугу радиусом I , а из конца вектора $\bar{I}_1$ дугу радиусом I_2 . Пересечение этих двух дуг (точка c) определяет положение векторов $\bar{I}$ и $\bar{I}_2$ на векторной диаграмме. Для нахождения параметров R и X_C исследуемого конденсатора из точки e опускаем перпендикуляр ed на направление вектора $\bar{I}_2$ и таким образом разлагаем вектор $\bar{U}$ на две составляющие: $\bar{U}_R$, совпадающую по фазе с током $\bar{I}_2$, и $\bar{U}_C$ — отстающую от тока $\bar{I}_2$ на 90° . Измерив длину векторов

$\bar{U}_R$ и $\bar{U}_C$ линейкой, получаем действующие значения напряжения на активном сопротивлении $U_R = 53$ В, на емкостном сопротивлении $U_C = 60$ В.

После этого находим активное R и емкостное X_C сопротивления конденсатора:

$$R = \frac{U_R}{I_2} = \frac{53}{0,8} = 66,2 \text{ Ом}; \quad X_C = \frac{U_C}{I_2} = \frac{60}{0,8} = 75 \text{ Ом}.$$

Проверку осуществляем по формуле

$$z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{66,2^2 + 75^2} = 100 \text{ Ом},$$

что совпадает со значением полного сопротивления z , полученного по результатам измерений:

$$z = \frac{U_R}{I_2} = \frac{80}{0,8} = 100 \text{ Ом}.$$

Угол сдвига фаз φ_{RC} между напряжением U и током I_2 , а также угол сдвига фаз φ между напряжением $\bar{U}$ и током всей цепи $\bar{I}$ измеряем транспортиром: $\varphi_{RC} = 47,5^\circ$; $\varphi = 30^\circ$.

Пример 2, б. Катушка индуктивности с параметрами R и L соединена последовательно с сопротивлением $R_1 = 100$ Ом и подключена к источнику синусоидального напряжения с частотой $f = 50$ Гц (схема 3, рис. 2.1). Показания вольтметров электромагнитной системы известны: $U_1 = 100$ В, $U_2 = 100$ В, $U = 175$ В.

Требуется определить параметры R и L катушки индуктивности, угол сдвига фаз φ_{RL} между напряжением и током катушки и угол сдвига фаз φ между напряжением и током на зажимах цепи.

Решение. Решим задачу с помощью векторной диаграммы. На основании второго закона Кирхгофа ($\bar{U} = \bar{U}_1 + \bar{U}_2$) строим векторную диаграмму напряжений (рис. 2.2, б). Для этого проводим в произвольном направлении вектор тока $\bar{I}$, действующее значение которого

$$I = \frac{U_1}{I_1} = \frac{100}{100} = 1 \text{ А}.$$

Вектор напряжения $\bar{U}_1$ совпадает по фазе с вектором тока I (как напряжение на активном сопротивлении), поэтому откладываем $\bar{U}_1$ вдоль $\bar{I}$ в принятом масштабе напряжений. Векторы $\bar{U}$ и $\bar{U}_2$ действующих значений

напряжений опережают вектор I тока по фазе (как напряжение индуктивной цепи) и поэтому откладываем их от вектора $\bar{I}$ против часовой стрелки. Из начала вектора $\bar{U}_1$ (точка a) описываем циркулем дугу окружности радиусом U , а из конца вектора $\bar{U}_1$ (точка b) – дугу окружности радиусом U_2 . Пересечение этих двух дуг (точка c) определяет положение векторов $\bar{U}$ и $\bar{U}_2$ на векторной диаграмме. Затем из точки "с" опускаем перпендикуляр cd на направление вектора $\bar{I}$ и таким образом разлагаем вектор $\bar{U}$ на две составляющие: вектор $\bar{U}_R$, совпадающий по фазе с вектором тока $\bar{I}$, и вектор $\bar{U}_L$, опережающий $\bar{I}$ на 90° . Измерив длину этих векторов линейкой, получаем $U_R = 50$ В и $U_L = 87$ В.

Теперь находим активное R и индуктивное X_L сопротивления катушки:

$$R = \frac{U_R}{I} = \frac{50}{1} = 50 \text{ Ом}; \quad X_L = \frac{U_L}{I} = \frac{87}{1} = 87 \text{ Ом}.$$

Индуктивность катушки

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{87}{314} = 0,27 \text{ Гн}.$$

Проверку вычислений производим по формуле (для катушки)

$$z_K = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{50^2 + 87^2} = 100 \text{ Ом},$$

что совпадает со значением полного сопротивления цепи, полученным в результате непосредственных измерений:

$$z = \frac{U_2}{I} = \frac{100}{1} = 100 \text{ Ом}.$$

Угол сдвига фаз φ_{RL} между напряжением и током в катушке индуктивности и угол сдвига фаз φ между напряжением и током всей цепи определяем из векторной диаграммы с помощью транспортира: $\varphi_{RC} = 60^\circ$; $\varphi = 30^\circ$.

Задача 3

К электрической цепи, содержащей известное активное сопротивление R , индуктивность L и емкость C (рис. 3.1), приложено синусоидальное напряжение, действующее значение которого U . Частота источника питания цепи f известна.

Требуется определить а) комплексное действующее значение тока $\dot{I}_1$ в неразветвленной части цепи, а также комплексные действующие значения

токов I_2 и I_3 в параллельно включенных ветвях цепи; б) активную P , реактивную Q и полную S мощности всей цепи. Задачу решить символическим методом. Данные для расчета приведены в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Последняя, предпоследняя или третья от конца цифра шифра студента	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Номер схемы	1	1	1	2	2	2	3	3	4	4
Номер схемы выбирается по последней цифре шифра										
U , В	20	25	30	40	50	60	70	80	90	100
Значения U выбираются по предпоследней цифре шифра										
R , Ом	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
L , Гн	3,1	1,5	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3
C , мкФ	8	9	6	0	4	3	5	0	5	2
f , Гц	159	79	53	39	31	26	22	19	17	15
	2	6	0	8	8	5	7	9	6	9
	50	10	15	20	25	30	35	40	45	50
		0	0	0	0	0	0	0	0	0
Значения R , L , C и f выбираются по третьей от конца цифре шифра										

Методические указания

Символический метод расчета цепей синусоидального тока основан на описании векторов действующих значений токов и напряжений с помощью комплексных чисел. Основные операции с комплексными числами поможет вспомнить табл. 3.2. Если на комплексной плоскости откладывать векторы действующих значений токов и напряжений под углом к положительной полуоси вещественных чисел, равным начальной фазе этих токов и напряжений ψ_i и ψ_u , то их можно записать в виде

$$\dot{I} = I e^{j\psi_i}; \quad \dot{U} = U e^{j\psi_u}.$$

Это комплексные действующие значения тока и напряжения в показательной форме. На комплексной плоскости положительные начальные фазы откладываются от оси вещественных чисел против часовой стрелки; отрицательные начальные фазы откладываются по часовой стрелке. На комплексной плоскости в табл. 3.2 начальные фазы тока ψ_i и напряжения ψ_u приняты положительными.

При использовании символического метода оперируют также понятиями: комплексное сопротивление $\underline{Z}$, комплексная проводимость $\underline{Y}$, комплексная мощность $\tilde{S}$.

Комплексное сопротивление цепи

$$\underline{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U e^{j\psi_u}}{I e^{j\psi_i}} = \frac{U}{I} e^{j(\psi_u - \psi_i)} = z e^{j\varphi} = z \cos \varphi + jz \sin \varphi = R + jX.$$

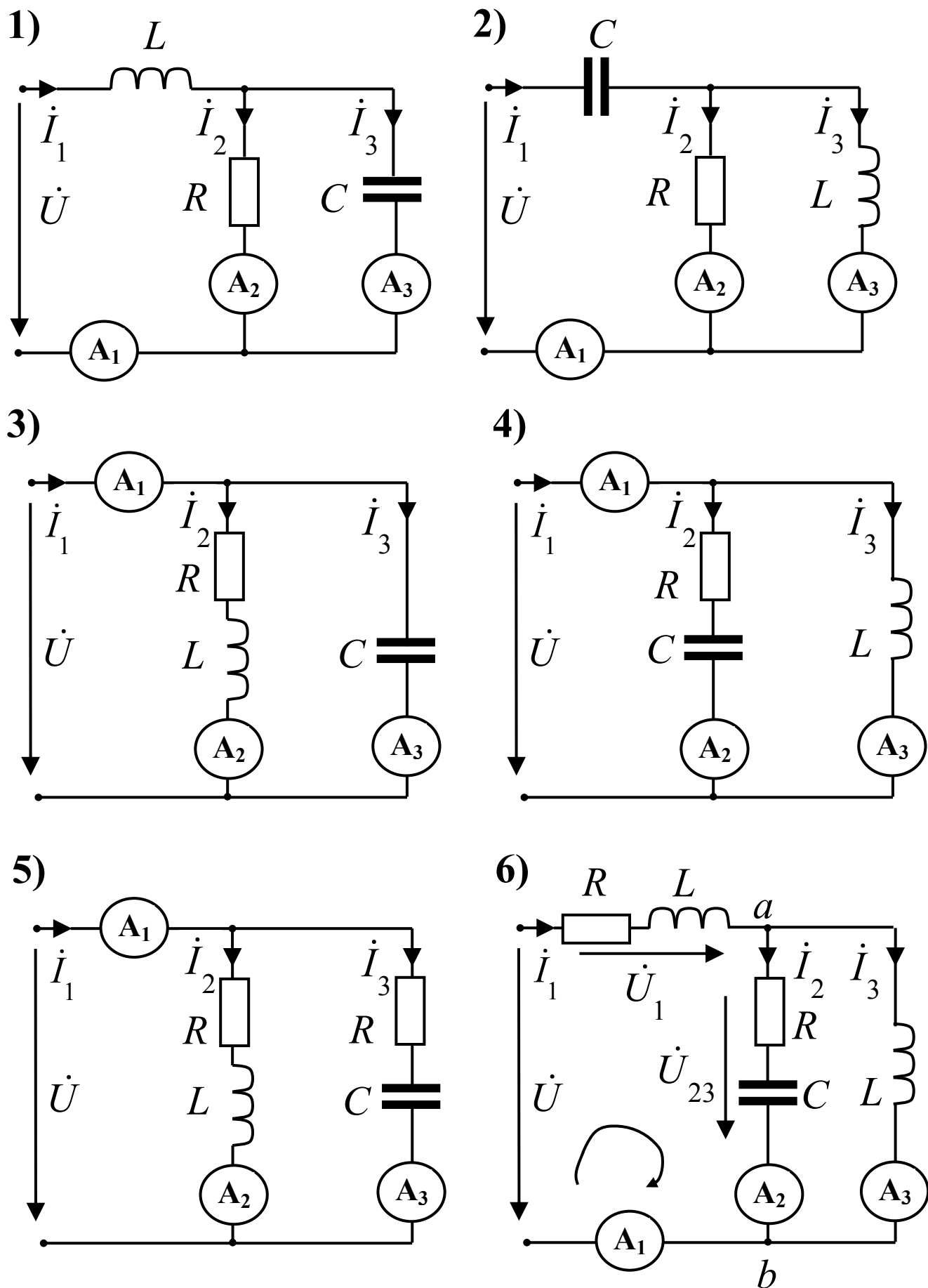


Рис. 3.1

Здесь $z = |Z| = U / I$ – полное сопротивление цепи;

$R = z \cos \varphi$ – активное сопротивление цепи (вещественная часть $\underline{Z}$);

$X = z \sin \varphi$ – реактивное сопротивление цепи (мнимая часть $\underline{Z}$).

Комплексная проводимость цепи

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = \frac{I e^{j\psi_i}}{U e^{j\psi_u}} = \frac{I}{U} e^{j(\psi_i - \psi_u)} = y e^{-j\varphi} = y \cos \varphi - j z \sin \varphi = G - jb.$$

Здесь $y = |Y| = I / U$ – полная проводимость цепи;

$G = y \cos \varphi$ – активная проводимость цепи (вещественная часть $\underline{Y}$);

$b = y \sin \varphi$ – реактивная проводимость цепи (мнимая часть $\underline{Y}$).

Комплексная мощность цепи

$$\tilde{S} = \dot{U}^* \dot{I} = U e^{j\psi_u} \cdot I e^{j\psi_i} = UI e^{j(\psi_u - \psi_i)} = S e^{j\varphi} = S \cos \varphi + j S \sin \varphi = P + jQ.$$

Здесь $\dot{I}^* = I e^{-j\psi_i}$ – комплексный ток, сопряженный исходному комплексному току $\dot{I} = I e^{j\psi_i}$ (получается путем изменения знаков перед каждым j на противоположные);

$S = |\tilde{S}| = UI$ – полная мощность цепи, ВА;

$P = S \cos \varphi$ – активная мощность цепи, Вт;

$Q = S \sin \varphi$ – реактивная мощность цепи, ВАр.

Законы Кирхгофа в комплексной форме записи аналогичны по написанию законам Кирхгофа для цепей постоянного тока, у которых вещественные числа заменены на комплексные.

Первый закон Кирхгофа: алгебраическая сумма комплексных действующих значений токов в узле равна нулю:

$$\sum_{k=1}^K \dot{I}_k = 0,$$

где K – число ветвей, сходящихся к узлу. Так, например, для узла а) схемы 6 на рис. 3.1 имеем

$$\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0 \quad \text{или} \quad \dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 0.$$

Здесь комплексные токи, направленные к узлу, взяты со знаком "+", а направленные от узла – со знаком "-".

Второй закон Кирхгофа: алгебраическая сумма комплексных действующих значений напряжений на всех участках контура равна

алгебраической сумме комплексных действующих значений всех ЭДС в этом контуре:

$$\sum_{n=1}^N \dot{U}_n = \sum_{v=1}^V \dot{E}_v,$$

где V – число ЭДС контура; N – число сопротивлений контура.

Для левого контура схемы 6 на рис. 3.1 при выбранном по часовой стрелке направлении его обхода имеем

$$\dot{U}_1 + \dot{U}_{23} - \dot{U} = 0 \quad \text{или}$$

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_{23} = \dot{I}_1(R + jX_L) + \dot{I}_2(R - jX_C).$$

Комплексные напряжения, ЭДС и токи в уравнениях, составленных по второму закону Кирхгофа, берутся со знаком "+", если они совпадают с направлением обхода контура, и со знаком "-", если не совпадают.

Формулы для расчета комплексных сопротивлений $\underline{Z}$ и комплексных проводимостей $\underline{Y}$ для цепей с последовательным, параллельным и смешанным соединением элементов цепи аналогичны формулам для цепей постоянного тока, в которых вещественные числа R заменены на комплексные $\underline{Z}$

Пример К электрической схеме 6 на рис. 3.1 приложено синусоидальное напряжение, действующее значение которого $U=20\text{В}$, а частота $f=50\text{ Гц}$. Параметры цепи: $R=2\text{ Ом}$; $L=6,37\text{ мГн}$; $C=3184,7\text{ мкФ}$.

Определить комплексные действующие значения токов во всех ветвях цепи; показания амперметров электромагнитной системы; активную, реактивную полную мощность цепи.

Решение

1. Определяем комплексные сопротивления активных и реактивных элементов схемы:

$$\underline{Z}_R = R = 2\text{ Ом};$$

$$\underline{Z}_L = jX_L = j\omega L = j2\pi fL = j314 \cdot 6,37 \cdot 10^{-3} = j2\text{ Ом}.$$

$$\underline{Z}_C = -jX_C = -j\frac{1}{\omega C} = -j\frac{1}{2\pi fC} = -j\frac{1}{314 \cdot 3184,7 \cdot 10^{-6}} = j1\text{ Ом}.$$

2. Определяем комплексные сопротивления всех ветвей цепи:

$$\text{ветвь } RL: \quad \underline{Z}_1 = \underline{Z}_R + \underline{Z}_L = R + jX_L = 2 + j2 = 2,83e^{j45^\circ}\text{ Ом};$$

$$\text{ветвь } RC: \quad \underline{Z}_2 = \underline{Z}_R + \underline{Z}_C = R - jX_C = 2 - j1 = 2,24e^{j26,6^\circ}\text{ Ом};$$

ветвь L : $\underline{Z}_3 = \underline{Z}_L = jX_L = j2 = 2e^{j90^\circ}$ Ом.

3. Определяем комплексное сопротивление цепи:

$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = (2 + j2) + \frac{(2 - j1)j2}{2 + j1} \cdot \frac{2 - j1}{2 - j1} =$$
$$2 + j2 + \frac{8 + j6}{5} = 2 + j2 + 1,6 + j1,2 = 3,6 + j3,2 = 4,82e^{j41,6^\circ} \text{ Ом.}$$

Здесь 3,6 – активное сопротивление, Ом; 3,2 – реактивное сопротивление Ом; знак "+" у реактивного сопротивления показывает, что цепь имеет индуктивный характер.

4. Определяем комплексное действующее значение тока всей цепи.

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{20e^{j^\circ}}{4,82e^{j41,6^\circ}} = 4,15e^{j41,6^\circ} = (3,1 - j2) \text{ А.}$$

Здесь начальная фаза напряжения принята равной нулю $\psi_u = 0$.

Показание амперметра А составляет $I_1 = 4,15$ А.

5. Определяем комплексное действующее значение напряжения U_{23} , действующее между узлами a и b цепи, с целью последующего нахождения токов I_2 и I_3 в параллельных ветвях. В соответствии со вторым законом Кирхгофа для левого контура цепи имеем $\dot{U}_1 + \dot{U}_{23} - \dot{U} = 0$ или $\dot{U}_{23} = \dot{U} - \dot{U}_1$.

Здесь $\dot{U} = 20e^{j0} = 20$ В.

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 \underline{Z}_1 = (3,1 - j2,75)(2 + j2) = 6,2 - j5,5 + j6,2 + 5,5 = (11,7 + j0,7) \text{ В.}$$

$$\text{Тогда } \dot{U}_{23} = 20 - 11,7 - j0,7 = 8,3 - j0,7 = 8,3e^{-j4,7^\circ} \text{ В.}$$

6. Определяем комплексное действующее значение тока в ветви RC :

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{23}}{\underline{Z}_2} = \frac{8,3e^{-j4,7^\circ}}{2,24e^{-j26,6^\circ}} = 3,7e^{j22^\circ} = (3,43 + j1,38) \text{ А.}$$

Показание амперметра A_2 составляет $I_2 = 3,7$ А.

7. Определяем комплексное действующее значение тока в ветви L :

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_{23}}{\underline{Z}_3} = \frac{8,3e^{-j4,7^\circ}}{2e^{j90^\circ}} = 4,17e^{-j95^\circ} = (-0,36 - j4,15) \text{ А.}$$

Показание амперметра A_3 составляет $I_3 = 4,17$ А.

Проверку решения производим с помощью первого закона Кирхгофа для узла в исследуемой цепи:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = (3,43 + j1,38) + (-0,36 - j4,15) = (3,07 - j2,77) \text{ А.}$$

Полученный результат совпадает с результатом расчета по пункту 4.

8. Определяем комплексную мощность цепи.

$$\tilde{S} = \dot{U} \dot{I}_1^* = 20 \cdot 4,15 e^{j41,6^\circ} = 83 e^{j41,6^\circ} = (61,2 + j55,1) \text{ ВА.}$$

Здесь $\dot{I}_1^* = 20 \cdot 4,15 e^{j41,6^\circ}$ – комплексный ток, сопряженный току $\dot{I}_1 = 4,15 e^{-j41,6^\circ}$. У сопряженного тока знак начальной фазы противоположен знаку начальной фазы известного тока.

Таким образом, полная мощность цепи $S = 83 \text{ ВА}$; активная мощность цепи $P = 61,2 \text{ Вт}$; реактивная мощность цепи $Q = 55,1 \text{ ВАр}$. Знак "+" у реактивной мощности указывает на индуктивный характер цепи.

Задача 4

К цепи с последовательным (рис. 4.1, а) или параллельным (рис. 4.2, а) соединением сопротивления R , индуктивности L и емкости C подключен генератор синусоидального напряжения, частота f которого может изменяться в большом диапазоне. Действующее значение напряжения этого генератора стабилизировано и остается неизменным при любой частоте ($U = \text{const}$).

Требуется:

- а) определить угловую резонансную частоту ω_0 этой цепи;
- б) определить действующее значение тока и действующие значения напряжений на всех элементах цепи при резонансе;
- в) построить в масштабе векторную диаграмму тока и напряжений цепи при резонансе;
- г) рассчитать величину добротности Q ;
- д) построить частотные характеристики полного сопротивления цепи z (или полной проводимости цепи y), частотную характеристику тока I цепи и частотную характеристику угла сдвига фаз φ цепи;
- е) по графику $I(\omega)$ определить величину добротности Q и сопоставить ее с полученной в пункте «г» величиной.

Данные для расчета приведены в табл. 4.1.

Методические указания

Схема цепи с последовательным соединением заданных величин RLC и выбранные для нее направления действующих значений тока и напряжений представлены на рис. 4.1,а. Для этой одноконтурной цепи справедлив второй закон Кирхгофа для действующих значений напряжений в векторной форме записи:

Таблица 4.1

Последняя, пред-последняя или третья от конца цифра шифра студента	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Вид цепи	А	Б	А	Б	А	Б	А	Б	А	Б
L , Гн	50	10	25	75	12	150	10	50	75	25
C , мкФ	0,2	0,4	0,1	0,3	0,5	0,1	0,1	0,05	0,75	0,025
Величины L и C выбираются по последней цифре шифра										
R , Ом для последовательно цепи;	20	250	300	350	400	400	450	450	500	500
$R \cdot 10^3$, Ом для параллельной цепи	2	2	1,5	1,5	1	1	2	2	1,5	1,5
Величина R выбирается по предпоследней цифре шифра										
U , В	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
Величина U выбирается по третьей от конца цифре шифра										

$$\bar{U} = \bar{U}_R + \bar{U}_L + \bar{U}_C. \quad (4.1)$$

При этом вектор $\bar{U}_R$ совпадает с вектором тока $\bar{I}$ цепи по фазе; вектор $\bar{U}_L$ опережает вектор тока $\bar{I}$ по фазе на 90° , вектор $\bar{U}_C$ отстает от вектора тока $\bar{I}$ по фазе на 90° . Откладывая векторы $\bar{U}_R$, $\bar{U}_L$ и $\bar{U}_C$ друг за другом под указанными выше углами относительно тока, получаем векторную диаграмму, показанную на рис. 4.1, б. Векторы $\bar{U}_R$, $\bar{U}_L$ и $\bar{U}_C$ образуют

прямоугольный треугольник напряжений со сторонами $\bar{U}$, $\bar{U}_R$ и $(\bar{U}_L - \bar{U}_C)$. По теореме Пифагора имеем

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}. \quad (4.2)$$

В этой формуле:

$$U_R = IR; \quad U_L = IX_L; \quad U_C = IX_C. \quad (4.3)$$

Подставляя (4.3) в (4.2), получаем

$$U = I\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = Iz, \quad (4.4)$$

где $z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ – полное сопротивление данной цепи.

Угол сдвига фаз φ между напряжением и током на входе цепи, как видно из треугольника напряжений, показанного на рис. 4.1,б, определяется соотношением

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{X_L - X_C}{R} \text{ или } \varphi = \operatorname{arctg} \frac{U_L - U_C}{U_R} = \operatorname{arctg} \frac{X_L - X_C}{R}. \quad (4.5)$$

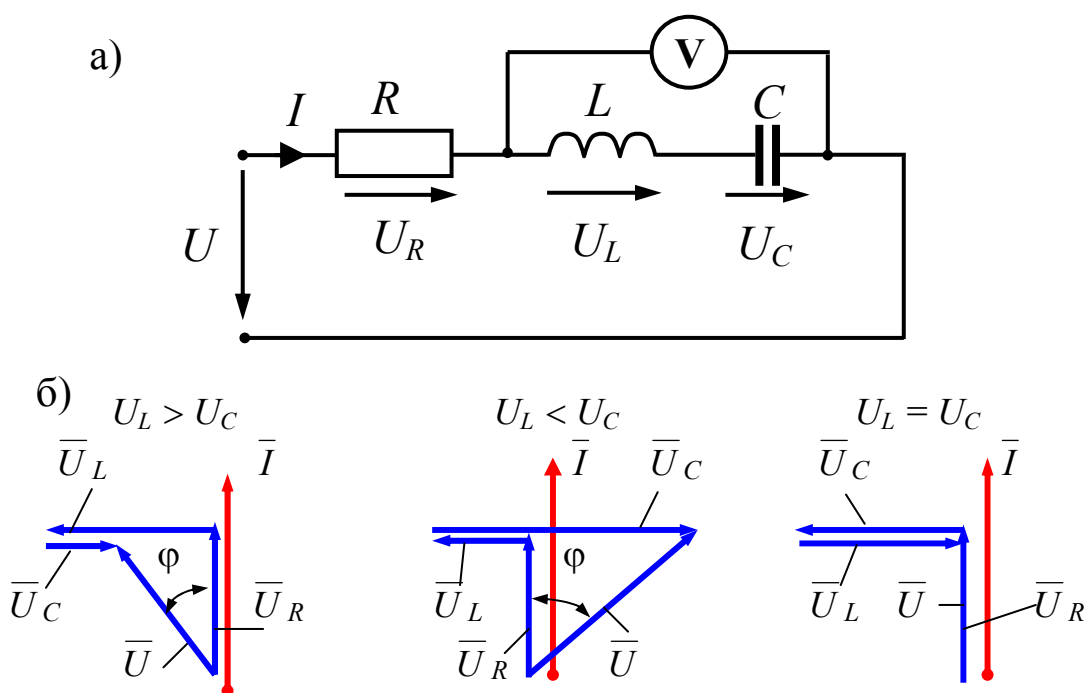


Рис. 4.1

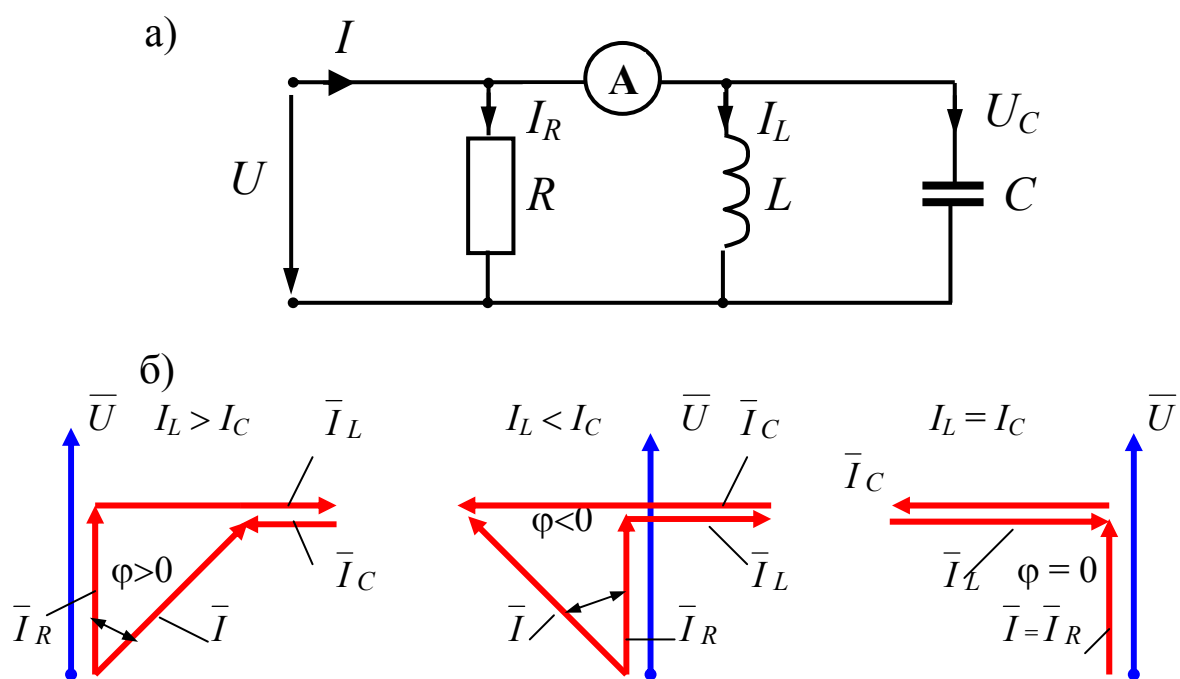


Рис. 4.2

Заметим, что а) при $U_L > U_C$ $\varphi > 0$ и цепь имеет индуктивный характер – вектор тока $\bar{I}$ отстает от вектора напряжения $\bar{U}$ по фазе; б) при $U_L < U_C$ $\varphi < 0$ и цепь имеет емкостной характер – ток $\bar{I}$ определяет напряжение $\bar{U}$ по фазе; в) при $U_L = U_C$, $\varphi = 0$ цепь имеет чисто активный характер – ток и напряжение цепи совпадают по фазе. В исследуемой цепи наступает **резонанс**

напряжений. При этом $X_L = X_C$ (рис. 4.1,б) и полное сопротивление цепи $z = R$ является минимально возможным, а действующее значение тока цепи $I = U / R$ – максимально (при неизменном значении U).

Частота, при которой в цепи возникает резонанс, называется **резонансной частотой**. Из условия, что при резонансе напряжений $X_L = X_C$ имеем $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ или $\omega^2 LC - 1 = 0$. Отсюда получаем, что угловая резонансная частота

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (4.6)$$

Частотными характеристиками цепи называются зависимости от частоты величин, характеризующих свойства цепи: тока, напряжения, сопротивления, угла сдвига фаз и т.п.

Для цепи с последовательным соединением $R L C$ рассмотрим следующие частотные характеристики: $I(\omega)$; $R(\omega)$; $X_L(\omega)$; $X_C(\omega)$; $z(\omega)$; $\varphi(\omega)$. Используя формулы (4.2), (4.3), (4.4), (4.5) и изменяя в них значение ω от 0 до ∞ , можно получить графики зависимости тока, сопротивлений и угла сдвига фаз от частоты ω . Общий вид этих зависимостей показан на рис. 4.4.

Активное сопротивление цепи R остается неизменным; индуктивное сопротивление $X_L = \omega L$ изменяется прямо пропорционально частоте; емкостное сопротивление $X_C = 1/\omega C$ изменяется обратно пропорционально частоте цепи. Полное сопротивление z цепи изменяется более сложным образом, чем X_L и X_C . При $X_L = X_C$ сопротивление $z = R$ минимально, а ток в цепи $I = U / R$ – максимален. При уменьшении угловой частоты ω от резонансной до нуля сопротивление z возрастает за счет увеличения емкостного сопротивления X_C от R до бесконечности; при увеличении угловой частоты ω от резонансной до бесконечности сопротивление z возрастает от R до бесконечности за счет увеличения индуктивного сопротивления X_L .

Угол сдвига фаз φ (4.5) с изменением угловой частоты ω от 0 до ∞ изменяется от -90° до $+90^\circ$ и проходит через нулевое значение при резонансной угловой частоте ω_0 .

При исследовании радиотехнических цепей широко используются понятия о характеристическом (волновом) сопротивлении ρ , а также понятия о добротности Q , затухании d и абсолютной полосе пропускания $(\omega_2 - \omega_1)$ цепи.

Сопротивление каждого из двух реактивных элементов исследуемой цепи при резонансе называется **характеристическим (волновым) сопротивлением цепи**:

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \rho = \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (4.7)$$

Добротностью Q цепи с последовательным соединением $R L C$ называется отношение характеристического сопротивления к активному сопротивлению:

$$Q = \frac{\rho}{R}. \quad (4.8)$$

Величина добротности Q показывает, во сколько раз напряжение на индуктивности и емкости при резонансе превышает напряжение U на входе цепи. Величина, обратная добротности d , называется затуханием цепи:

$$d = \frac{\rho}{Q}. \quad (4.9)$$

Абсолютная полоса пропускания $(\omega_2 - \omega_1)$ – это полоса частот вблизи резонансной частоты, в границах которой действующее значение тока уменьшается в $\sqrt{2}$ раз; на границах этой полосы $R = X$, а угол сдвига фаз $\varphi = 45^\circ$. Заметим, что в формуле для полосы пропускания $\omega_2 > \omega_0$, а $\omega_1 < \omega_0$. Полоса пропускания $(\omega_2 - \omega_1)$ связана с добротностью Q и затуханием d следующим соотношением:

$$(\omega_2 - \omega_1) = \frac{\omega_0}{Q} = \omega_0 d. \quad (4.10)$$

Чем меньше эта полоса, тем больше добротность Q и тем круче изменяется кривая тока при изменении частоты ω от резонансного значения. Для сокращения полосы пропускания цепь с последовательным соединением L и C должна иметь как можно меньшее значение R – формулы (4.8) и (4.10). Границы полосы пропускания можно определить экспериментально из графика $I(\omega)$, если на нем провести линию, параллельную оси ω на уровне $I/\sqrt{2}$. Пересечение этой линии с кривой тока определяет значение частот ω_1 и ω_2 полосы пропускания (рис. 4.4).

Схема цепи с параллельным соединением $R L C$ и выбранные направления токов и напряжений показаны на рис. 4.2,а. Исследуемая цепь

имеет всего два узла: 1 и 2. Для нее справедлив первый закон Кирхгофа в векторной форме записи:

$$\bar{I} = \bar{I}_R + \bar{I}_L + \bar{I}_C. \quad (4.11)$$

При этом $\bar{I}_R$ совпадает по фазе с вектором $\bar{U}$ напряжения цепи; вектор $\bar{I}_L$ отстает от вектора $\bar{U}$ на 90° ; вектор $\bar{I}_C$ опережает вектор $\bar{U}$ на 90° . Откладывая векторы $\bar{I}_R$, $\bar{I}_L$ и $\bar{I}_C$ относительно вектора $\bar{U}$ под указанными выше углами и выстраивая векторы $\bar{I}_R$, $\bar{I}_L$ и $\bar{I}_C$ друг за другом, находим их сумму $\bar{I}$ и получаем векторную диаграмму цепи, которая показана на рис. 4.2, б. На этой диаграмме векторы $\bar{I}_R$, $\bar{I}_L$, $\bar{I}_C$ и $\bar{I}$ образуют прямоугольный треугольник токов со сторонами I_R , $(I_L - I_C)$ и I .

По теореме Пифагора имеем

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2}. \quad (4.12)$$

В этой формуле

$$I_R = \frac{U}{R} = UG; \quad I_L = \frac{U}{X_L} = Ub_L; \quad I_C = \frac{U}{X_C} = Ub_C. \quad (4.13)$$

Здесь $G = \frac{1}{R}$ – активная проводимость цепи;

$b_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{\omega L}$ – реактивная индуктивная проводимость цепи;

$b_C = \frac{1}{X_C} = \omega C$ – реактивная емкостная проводимость цепи.

Подставляя (4.13) в (4.12), получим

$$I = U \sqrt{G^2 + (b_L - b_C)^2} = Iy, \quad (4.14)$$

где

$$y = \sqrt{G^2 + (b_L - b_C)^2} \quad (4.14 \text{ а})$$

– полная проводимость данной цепи.

Угол сдвига фаз φ между напряжением и током на входе цепи данной цепи определяется, как это видно из треугольника токов, соотношением

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_L - I_C}{I_R} = \frac{b_L - b_C}{G} \quad \text{или} \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{I_L - I_C}{I_R} = \operatorname{arctg} \frac{b_L - b_C}{G}. \quad (4.15)$$

Легко заметить, что а) если $I_L > I_C$, то $\varphi > 0$ и цепь имеет индуктивный характер – вектор тока $\bar{I}$ отстает по фазе от вектора $\bar{U}$ приложенного напряжения; б) если $I_L < I_C$, то $\varphi < 0$ и цепь имеет емкостной характер – вектор $\bar{I}$ тока цепи опережает по фазе вектор $\bar{U}$ приложенного напряжения; в) $I_L = I_C$, то $\varphi = 0$ и цепь имеет чисто активный характер – вектор тока $\bar{I}$ и вектор напряжения $\bar{U}$ совпадают по фазе. В цепи при этих условиях возникает резонанс токов. При этом $b_L = b_C$ (4.13), и полная проводимость цепи $y_0 = G$ (4.14) является минимально возможной, и, следовательно, ток в цепи $I = UG$ является также минимально возможным (при неизменной величине U действующего значения приложенного к цепи напряжения).

Для цепи с параллельным соединением $R L C$ рассмотрим следующие частотные характеристики: $I(\omega)$; $G(\omega)$; $b_L(\omega)$; $b_C(\omega)$; $y(\omega)$; $\varphi(\omega)$. Используя формулы (4.12), (4.13); (4.14) и (4.15) и изменяя в них частоту ω от 0 до ∞ , можно получить графики зависимости тока, проводимостей и угла сдвига фаз между напряжением и током цепи от частоты ω . Общий вид этих зависимостей показан на рис. 4.6.

Активная проводимость G в пределах частот, указанных на рис. 4.5, остается величиной неизменной; емкостная проводимость $b_C = \omega C$ изменяется прямо пропорционально частоте ω , индуктивная проводимость $b_L = 1/\omega L$ изменяется обратно пропорционально частоте. Полная проводимость $y = \sqrt{G^2 + (\frac{1}{\omega L} - \omega C)^2}$ изменяется более сложным образом, чем b_L и b_C .

При резонансе, когда $(1/\omega L) = \omega C$, проводимость цепи минимальна и равна активной проводимости $y = G$, а угол сдвига фаз $\varphi = 0$ (4.15). При уменьшении частоты ω от резонансной до нуля кривая $y(\omega)$ возрастает до бесконечности за счет увеличения индуктивной проводимости $b_L = 1/\omega L$; при увеличении частоты цепи ω от резонансной до бесконечности кривая $y(\omega)$ возрастает до бесконечности за счет увеличения емкостной проводимости $b_C = \omega C$. Частотная характеристика тока $I = Uy$ при неизменной величине U повторяет по форме частотную характеристику $y(\omega)$.

Частота, при которой в цепи наступает резонанс, называется **резонансной частотой**. Из условия резонанса $b_L = b_C$ имеем

$$\frac{1}{\omega L} - \omega C = 0 \quad \text{или} \quad \omega^2 LC - 1 = 0 .$$

Отсюда получаем, что резонансная частота

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} . \quad (4.16)$$

Характеристической (волновой) проводимостью цепи с параллельным соединением $R L C$ называется проводимость каждого из двух реактивных элементов цепи при резонансе

$$\frac{1}{\omega_0 L} = \omega_0 C = \gamma = \sqrt{\frac{C}{L}} . \quad (4.17)$$

Легко видеть, что волновая проводимость γ и волновое сопротивление цепи ρ (4.7) взаимно-обратные величины.

$$\gamma = \frac{1}{\rho} . \quad (4.18)$$

Добротность Q параллельного контура определяется как отношение характеристической проводимости γ к активной проводимости G .

$$Q = \frac{\gamma}{G} = \frac{1}{d} = \frac{R}{\rho} . \quad (4.19)$$

Здесь d – затухание цепи.

Добротность параллельного контура показывает, во сколько раз токи в реактивных элементах больше общего тока цепи при резонансе. В отличие от цепи с последовательным соединением $R L C$ чем меньше R , тем ниже добротность параллельной цепи (контура). Поэтому для увеличения добротности, здесь следует увеличить активное сопротивление R цепи.

Понятие о полосе пропускания для цепи с параллельным соединением $R L C$ такое же, как и для цепи с последовательным соединением $R L C$.

Границы полосы пропускания можно определить из графика $I(\omega)$, если на нем провести линию, параллельную оси ω на уровне $I_0 \sqrt{2}$. Пересечение этой линии с кривой тока дает значения частот ω_1 и ω_2 полосы пропускания (рис. 4.6).

Пример 4.1. Для цепи, изображенной на рис. 4.1,а, известны следующие величины: $R = 400 \text{ Ом}$; $L = 80 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$; $C = 0,125 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$; $U = 20 \text{ В}$.

Требуется определить: 1) угловую резонансную частоту ω_0 ; 2) действующее значение I тока цепи и действующие значения напряжений на активном сопротивлении R , индуктивности L и емкости C при резонансе; 3) построить векторную диаграмму цепи при резонансе; 4) определить при резонансе показание вольтметра электромагнитной системы, включенного так, как это показано на рис. 4.1,а; 5) построить частотные характеристики полного сопротивления z , действующего значения тока I цепи и угла сдвига фаз φ между напряжением и током в пределах от $0,3\omega_0$ до $2\omega_0$ при неизменном действующем значении приложенного к цепи напряжения; 6) определить величину добротности Q цепи аналитически и графически; сравнить полученные результаты между собой.

Решение

1. Определяем угловую резонансную частоту цепи:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{80 \cdot 10^{-3} \cdot 0,125 \cdot 10^{-6}}} = \frac{1}{\sqrt{10^{-8}}} = 10000 \frac{1}{\text{с}}.$$

2. Определяем действующее значение тока в цепи при резонансе:

$$I_0 = \frac{U}{R} = \frac{20}{400} = 0,05 \text{ А}.$$

3. Определяем действующие значения напряжений на каждом из элементов цепи при резонансе:

$$U_R = I_0 R = 0,05 \cdot 400 = 20 \text{ В};$$

$$U_L = I_0 X_{L_0} = I_0 \omega_0 L = 0,05 \cdot 10^4 \cdot 80 \cdot 10^{-3} = 40 \text{ В};$$

$$U_C = I_0 X_{C_0} = I_0 \frac{1}{\omega C} = 0,05 \cdot \frac{1}{10^4 \cdot 0,125 \cdot 10^{-6}} = 40 \text{ В}.$$

Проверку вычислений производим по формуле (4.2):

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{20^2 + (40 - 40)^2} = 20 \text{ В}.$$

4. Строим на основании полученных данных векторную диаграмму цепи (рис. 4.3). Предварительно выбираем масштабы тока и напряжения так, чтобы диаграмма расположилась на половине тетрадного листа. В нашем примере принимаем, что масштаб тока $m_i = 0,01 \text{ А/см}$, а масштаб напряжения $m_u = 2,5 \text{ В/см}$. Из диаграммы видно, что при резонансе векторы действующих значений напряжений на индуктивности и на емкости численно равны между собой и находятся в противофазе друг к другу (т. е. под углом 180°). При этом $U_L - U_C = 0$, поэтому показания вольтметра электромагнитной системы составляет ноль вольт.

5. Рассчитываем и строим частотные характеристики полного сопротивления цепи $z(\omega)$, тока $I(\omega)$ и угла сдвига фаз $\varphi(\omega)$ в пределах от $0,3/\omega_0$ до $2/\omega_0$. Для их построения воспользуемся формулами (4.3), (4.4) и (4.5). Результаты расчетов сведем в табл. 4.2.

Частотные характеристики, построенные по данным табл. 4.2, показаны на рис. 4.4.

Таблица 4.2

Расчетные величины частота 1/c	X_L , Ом	X_C , Ом	z , Ом	I , А	φ , град
$0,3 \omega_0 = 3000$	240	2667	2459	0,0081	-81
$0,6 \omega_0 = 6000$	480	1330	942	0,021	-65
$0,8 \omega_0 = 8000$	640	1000	538	0,037	-42
$1 \omega_0 = 10000$	800	800	400	0,05	0
$1,3 \omega_0 = 13000$	1040	615	583	0,034	+47
$1,6 \omega_0 = 16000$	1280	500	877	0,023	+63
$2 \omega_0 = 20000$	1600	400	1265	0,016	+71

Пример расчета для угловой частоты $\omega = 0,6 \omega_0$:

$$X_L = \omega L = 6000 \cdot 80 \cdot 10^{-3} = 480 \text{ Ом};$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{6000 \cdot 0,125 \cdot 10^{-6}} = 1330 \text{ Ом};$$

$$z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{400^2 + (480 - 1330)^2} = 942 \text{ Ом};$$

$$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R} = \arctg \frac{480 - 1330}{400} = -65^\circ;$$

$$I = \frac{U}{z} = \frac{20}{942} = 0,021 \text{ А.}$$

6. Рассчитываем величину добротности Q по соотношению (4.8)

$$Q = \frac{\rho}{R} = \frac{\sqrt{L}}{R} = \frac{\sqrt{80 \cdot 10^{-3}}}{0,125 \cdot 10^{-6}} = \frac{800}{400} = 2.$$

7. Определяем величину добротности Q по графику тока I , представленному на рис. 4.4. Для этого на уровне $\frac{I_0}{\sqrt{2}} = 0,707 I_0$ проводим горизонтальную линию до пересечения ее с кривой тока I .

Отрезок ab этой линии определяет величину абсолютной полосы пропускания $(\omega_2 - \omega_1) = 5000 \text{ 1/c}$. В соответствии с (4.10) имеем

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{10000}{5000} = 2.$$

Эта величина сходится со значением Q , полученным аналитически в п. 6 решения данной задачи.

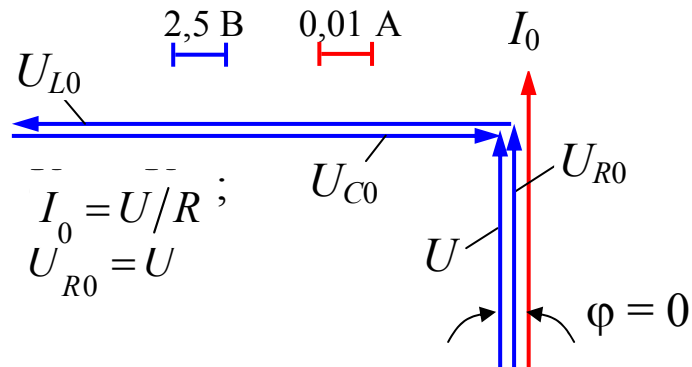


Рис. 4.3

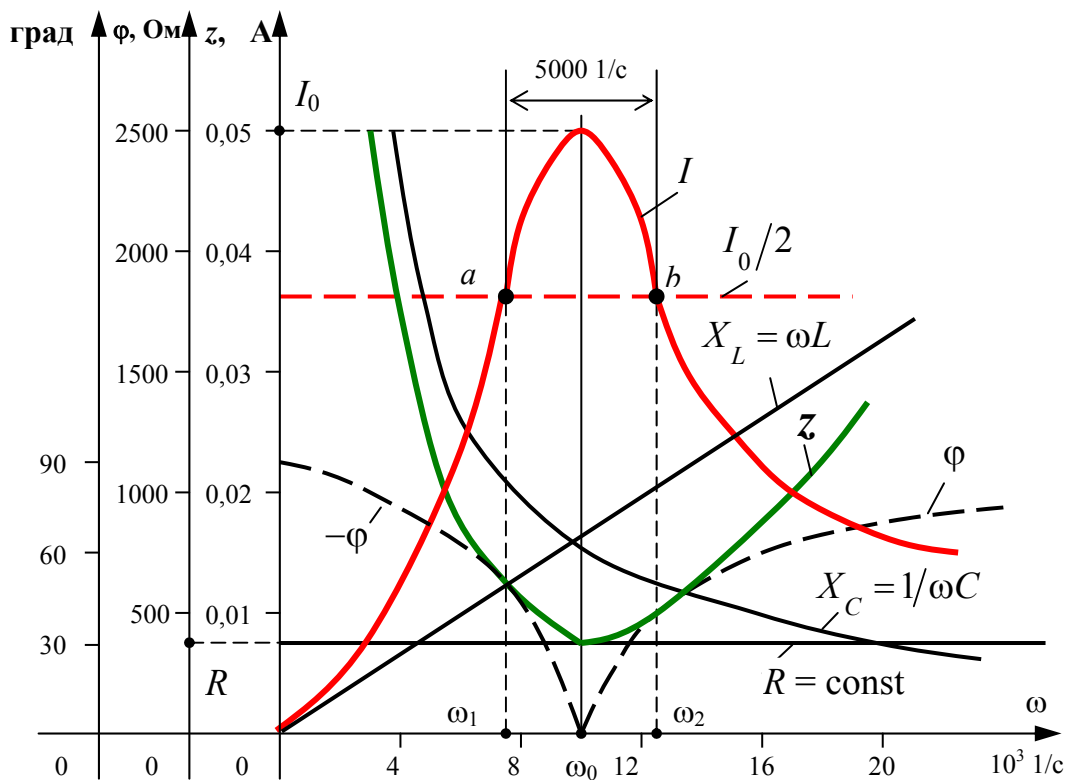


Рис. 4.4

Задача 5

Разветвленная электрическая цепь синусоидального тока, изображенная на рис. 5.1 (схемы 1-5), содержит два источника ЭДС $\dot{E}_1$, $\dot{E}_2$ и один источник тока $\dot{J}$. Параметры источников и сопротивления всех ветвей цепи известны.

Требуется: а) преобразовать источник тока в эквивалентный источник ЭДС; б) составить систему уравнений для определения токов во всех ветвях цепи, непосредственно используя 1-й и 2-й законы Кирхгофа; в) записать полученную систему уравнений в матричной форме.

Данные для расчета приведены в табл. 5.1

Таблица 5.1

Последняя, пред- последняя или третья от конца цифра шифра студента	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$\dot{E}_1$, В	j^5	$-j^{10}$	j^6	$-j^6$	j^7	$-j^7$	j^8	$-j^8$	j^{10}	$-j^{10}$
$\dot{E}_2$, В	$-j^{10}$	j^5	j^3	$-j^3$	$-j^4$	j^4	j^5	$-j^5$	$-j^6$	j^6
Значения $\dot{E}_1$ и $\dot{E}_2$ выбираются по последней цифре шифра										
$\dot{J}$, А R , Ом	$-j^3$	j^2	$-j^1$	j^1	j^4	$-j^3$	$-j^4$	j^5	j^6	$-j^6$
Значения $\dot{J}$ и R выбираются по предпоследней цифре шифра										
X_L , Ом	2	2	4	4	1	1	3	3	5	5
X_C , Ом	5	5	3	3	4	4	2	2	1	1
номер схемы на рис. 7.1	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5
Значения X_L , X_C и номер схемы выбираются по третьей цифре шифра										

Методические указания

Любую сложную электрическую цепь можно рассчитать (найти токи во всех ее ветвях) с помощью первого и второго законов Кирхгофа.

Первый закон Кирхгофа относится к узлам цепи: алгебраическая сумма комплексных действующих значений токов в узле равна нулю:

$$\sum_{k=1}^K \dot{I}_k = 0 \quad , \quad (5.1)$$

где K – число ветвей, подходящих к узлу.

При этом ток, подходящий к узлу, берется со знаком "+", а отходящий от узла со знаком "-".

Второй закон Кирхгофа относится к контурам цепи: алгебраическая сумма комплексных действующих значений ЭДС в контуре равна алгебраической сумме комплексных действующих значений напряжений на элементах этого контура.

$$\sum_{n=1}^N \dot{I}_n \underline{Z}_n = \sum_{v=1}^V \dot{E}_v. \quad (5.2)$$

Здесь $\dot{E}_v$ – комплексное действующее значение v -го источника ЭДС данного контура. Всего в контуре V – источников ЭДС. $\dot{I}_n \underline{Z}_n$ – комплексное действующее значение напряжения на " n " участке данного контура. Всего в контуре N – участков. При этом ЭДС и токи берутся в уравнении (5.2) со знаком (+), если их направление совпадает с предварительно выбранным направлением обхода контура, и со знаком (–), если не совпадает.

Для расчета цепи надо составить систему уравнений, общее число которых соответствует числу ветвей цепи, т. е. числу неизвестных токов (в каждой ветви свой ток). По первому закону Кирхгофа составляется число уравнений на единицу меньше числа узлов цепи (уравнения для последнего узла есть следствие всех предыдущих и не вносит ничего нового в расчет). Оставшиеся (до полной системы) уравнения составляются по второму закону Кирхгофа для независимых контуров. Независимый контур должен отличаться от других контуров, как минимум одной ветвью, не входящей в другие контуры.

Предварительно необходимо произвольно выбрать направления токов во всех ветвях цепи и направления обхода контуров. Произвольность выбора не влияет на конечный результат расчета.

Пример 5.1. Для цепи, показанной на рис. 5, схема 6, составить систему уравнений для определения токов во всех ветвях по 1-му и 2-му законам Кирхгофа. Параметры цепи $\dot{E}_1 = \dot{E}_3 = j 10$ В; $\dot{E}_2 = \dot{E}_4 = -j5$ В; $\dot{J} = -j5$ А; $R = 1$ Ом; $X_L = 1$ Ом.

Решение

Вначале преобразуем источник тока в эквивалентный источник ЭДС

$$\dot{E}_9 = \frac{\dot{J}}{\underline{Y}_9} = \dot{J} \underline{Z}_9 = -j5 \text{ В}; \quad \underline{Z}_9 = \frac{1}{\underline{Y}_9} = 1 \text{ Ом}.$$

Здесь $\dot{E}_9$ – комплексное действующее значение ЭДС эквивалентного источника (генератора) ЭДС; $\underline{Y}_9$ – комплексная внутренняя проводимость источника тока, $\underline{Z}_9$ – комплексное сопротивление эквивалентного источника ЭДС.

В результате преобразования получилась цепь, показанная на рис. 5.2. Для этой цепи составляем систему из пяти уравнений (пять ветвей, т. е. пять неизвестных токов). По первому закону Кирхгофа составляем два уравнения для узлов 1 и 2, а по второму закону Кирхгофа для трех произвольно выбранных

контуров – левого (I), среднего (II) и правого (III), предварительно выбрав направление токов

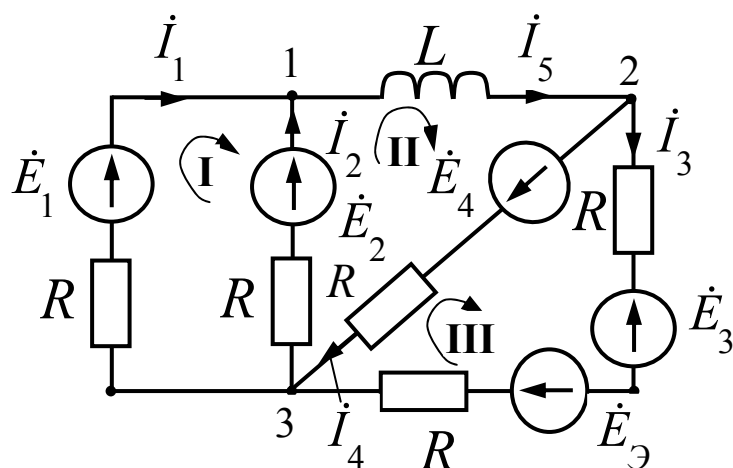


Рис. 5.2

во всех ветвях цепи и направление обхода выбранных контуров, как это показано на рис. 5.2.

$$\begin{aligned} \text{Для узла 1} & \quad \begin{cases} \dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_5 = 0; \end{cases} \\ \text{Для узла 2} & \quad \begin{cases} \dot{I}_5 - \dot{I}_3 - \dot{I}_4 = 0; \end{cases} \\ \text{Для контура I} & \quad \begin{cases} \dot{I}_1 R - \dot{I}_2 R = \dot{E}_1 - \dot{E}_2 = \dot{E}_{11}; \end{cases} \\ \text{Для контура II} & \quad \begin{cases} \dot{I}_2 R + \dot{I}_5 jX_L + \dot{I}_4 R = \dot{E}_2 + \dot{E}_4 = \dot{E}_{22}; \end{cases} \\ \text{Для контура III} & \quad \begin{cases} \dot{I}_3 (R + R) - \dot{I}_4 R = -\dot{E}_4 - \dot{E}_3 + \dot{E}_5 = \dot{E}_{33}. \end{cases} \end{aligned}$$

Здесь $\dot{E}_{11} = \dot{E}_1 - \dot{E}_2$; $\dot{E}_{22} = \dot{E}_2 + \dot{E}_4$; $\dot{E}_{33} = -\dot{E}_4 - \dot{E}_3 + \dot{E}_5$.

Расставив все токи в порядке возрастания номеров, получим

$$\begin{cases} \dot{I}_1 + \dot{I}_2 & 0 & 0 & -\dot{I}_5 & = 0; \\ 0 & 0 & -\dot{I}_3 & -\dot{I}_4 & \dot{I}_5 & = 0; \\ \dot{I}_1 & -\dot{I}_2 & 0 & 0 & 0 & = j15; \\ 0 & \dot{I}_2 & 0 & \dot{I}_4 & +\dot{I}_5 j1 & = -j10; \\ 0 & 0 & \dot{I}_3 2 & -\dot{I}_4 & 0 & = -j10, \end{cases}$$

Составляем квадратную матрицу Z коэффициентов в уравнениях, записанных по законам Кирхгофа:

$$\underline{Z} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & +1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & +j1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & 0 \end{vmatrix}.$$

Здесь: а) элементы матрицы, полученные по 1-му закону Кирхгофа, являются безразмерными величинами (± 1 или 0) и имеют знак (+) или (–) соответствующий знаку токов, входящих в эти уравнения; б) элементы матрицы, соответствующие коэффициентам уравнений, записанных по второму закону Кирхгофа, имеют размерность сопротивлений и равны нулю, если в рассматриваемый контур эти элементы входят. Таким образом, матричная форма системы уравнений данной задачи:

$$\underline{Z} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & +1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & +j1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ j15 \\ -j10 \\ -j10 \end{vmatrix}.$$

В сокращенном виде:

$$\| \underline{Z} \| \cdot \| \dot{I} \| = \| \dot{E} \| \quad (5.3)$$

Решая матричное уравнение (5.3) относительно матрицы $\| \dot{I} \|$, получаем

$$\| \dot{I} \| = \| \underline{Z} \|^{-1} \cdot \| \dot{E} \|,$$

где $\| \underline{Z} \|^{-1}$ – обратная матрица.

Для получения обратной матрицы необходимо в исходной матрице заменить каждый элемент его алгебраическим дополнением, заменить строки соответствующими столбцами и полученную матрицу разделить на определитель исходной матрицы (выполнять в этой задаче это не требуется).

Задача 6

Разветвленная электрическая цепь синусоидального тока, изображенная на рис. 5.1 (см. предыдущую задачу), содержит два источника

ЭДС: $\dot{E}_1, \dot{E}_2$ и один источник тока $\dot{J}$. Параметры источников и сопротивления всех ветвей известны.

Требуется: а) составить систему уравнений для определения контурных токов; б) составить систему уравнений для определения всех узловых напряжений; г) написать, как определить токи в ветвях, если известны контурные токи, если известны узловые напряжения.

Данные для решения представлены в табл. 5.1.

Методические указания

Метод контурных токов основан на представлении о том, что в каждом независимом контуре цепи протекает свой ток, называемый контурным током.

Независимым называют такой контур, в который входит хотя бы одна новая ветвь. Если принять порядок рассмотрения контуров, представленный на рис. 5.1 для схемы 6, то независимыми будут контуры I, II, III , так как каждый из них содержит хотя бы одну новую ветвь. Контурные токи – промежуточные неизвестные величины данного метода расчета. Этих токов меньше, чем ветвей цепи. Поэтому, применяя этот метод расчета, можно значительно уменьшить порядок системы уравнений по сравнению с непосредственным применением 1 и 2 законов Кирхгофа.

Система уравнений по методу контурных токов имеет вид

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{11}\dot{I}_I + \underline{Z}_{12}\dot{I}_{II} + \underline{Z}_{13}\dot{I}_{III} + \dots &= \dot{E}_{11}, \\ \underline{Z}_{21}\dot{I}_I + \underline{Z}_{22}\dot{I}_{II} + \underline{Z}_{23}\dot{I}_{III} + \dots &= \dot{E}_{22}, \\ \underline{Z}_{31}\dot{I}_I + \underline{Z}_{32}\dot{I}_{II} + \underline{Z}_{33}\dot{I}_{III} + \dots &= \dot{E}_{33}, \\ \dots & \dots \dots \dots \dots \end{aligned} \quad (6.1)$$

Общее число уравнений соответствует числу независимых контуров. Здесь $\dot{I}_I, \dot{I}_{II}, \dot{I}_{III}$ – искомые контурные токи. $\dot{E}_{11}, \dot{E}_{22}, \dot{E}_{33}$ – алгебраическая сумма ЭДС соответственно в I, II, III контурах. ЭДС берется со знаком (+), если совпадает с выбранным направлением контурного тока, и со знаком (–), если не совпадает. $\underline{Z}_{11}, \underline{Z}_{22}, \underline{Z}_{33}$ – собственные сопротивления контуров, т. е. сумма сопротивлений соответственно I, II, III контура; они всегда положительны.

$\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{21}; \underline{Z}_{13} = \underline{Z}_{31}; \underline{Z}_{23} = \underline{Z}_{32}$ – взаимные сопротивления контуров, т. е. сопротивления, общие для двух смежных контуров: первого и второго, второго и третьего, первого и третьего и т. д. Эти сопротивления берутся со знаком (+), если смежные контурные токи протекают в них в одну сторону

(согласно), и берутся со знаком $(-)$, если в разные стороны (встречно). При наличии в цепи источника тока его можно перед началом расчета преобразовать в эквивалентный источник ЭДС, как это показано в указаниях задачи 5. Если этого не делать, тогда следует выбрать (произвольно) контур, через который замыкается ток $\dot{J}$ источника. Это будет контур с известным контурным током. На его сопротивлениях возникают известные падения напряжений вида $\underline{Z}\dot{J}$, которые должны быть учтены (со знаком "+" или "-") в уравнениях для тех контуров, где находятся эти сопротивления.

Решая систему уравнений (6.1), определяем контурные токи $\dot{I}_I, \dot{I}_{II}, \dot{I}_{III}$. Но на этом решение задачи не завершается. Теперь надо найти реальные токи во всех ветвях цепи.

Эти токи можно подразделить на токи во внешних ветвях цепи и токи во внутренних (взаимных) ветвях. Во внешних ветвях токи равны контурным токам (с учетом направления), а во внутренних – алгебраической сумме контурных токов смежных контуров.

Пример 5.2. Определить токи во всех ветвях сложной цепи, изображенной на рис. 5.1 схема 6, методом контурных токов. Параметры цепи: $\dot{E}_1 = \dot{E}_3 = j10$ В; $\dot{E}_2 = \dot{E}_4 = -j5$ В; $\dot{J} = -j5$ А; $R = 1$ Ом; $X_L = 1$ Ом. Преобразование источника ЭДС в эквивалентный источник тока не производить.

Решение

1. Выбираем (произвольно) направление токов во всех ветвях цепи, а также независимые контуры и направление контурных токов. Рассматривая контуры в порядке I, II, III и т. д. находим, что только эти три первые контура являются независимыми. Выбранные направления токов ветвей и направление контурных токов показаны на рис. 7, схема 6.

2. Составляем систему из трех уравнений по методу контурных токов, см. формулы (6.1). В данном примере $\underline{Z}_{11} = R + R = 2R = 2$ Ом – собственное сопротивление первого контура; $\underline{Z}_{22} = R + R = jX_L = 2 + j1$ Ом – собственное сопротивление второго контура; $\underline{Z}_{33} = R + R + R = 3R = 3$ Ом – собственное сопротивление третьего контура; $\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{21} = -R = -1$ Ом – взаимное сопротивление между первым и вторым контуром цепи, взятое со знаком $(-)$, так как контурные токи $\dot{I}_I$ и $\dot{I}_{II}$ протекают в разные стороны; $\underline{Z}_{23} = \underline{Z}_{32} = -R = -1$ Ом – взаимные сопротивления между вторым и третьим контурами цепи взяты, со

знаком $(-)$, так как контурные токи I_{II} и I_{III} протекают в этом сопротивлении в разные стороны $\underline{Z}_{13} = \underline{Z}_{31} = 0$; поскольку общих сопротивлений у первого и третьего контуров в этой цепи нет.

В нашем примере, см. формулы (6.1):

$$\dot{E}_{11} = \dot{E}_1 - \dot{E}_2 = j10 + j5 = j15 \text{ В}; \quad \dot{E}_{22} = \dot{E}_2 + \dot{E}_4 = -j5 + (-j5) = -j10 \text{ В};$$

$$\dot{E}_{33} = -\dot{E}_3 - \dot{E}_4 = -j10 - (-j5) = -j5 \text{ В}.$$

В данной цепи имеется источник тока. Он создает свой контур (выбирается произвольно) с известным контурным током $\dot{J}$. Выбираем этот контур (из соображений простоты вычислений), состоящий из источника $\dot{J}$ и сопротивления R между узлами 3 и 4. В этом сопротивлении возникает дополнительное напряжение $R\dot{J}$, взятое со знаком $(-)$, поскольку оно направлено против контурного тока $\dot{I}_{III} = -R\dot{J} = -j5$. Это напряжение добавляется в левую часть уравнения для третьего контура. Величина этого напряжения известна, поэтому его можно перенести в правую часть третьего уравнения со знаком $(+)$: $+R\dot{J} = -j5$.

Итак, получаем следующую систему уравнений (с учетом, что $R\dot{J}$ перенесено в правую часть третьего уравнения):

$$\begin{cases} 2\dot{I}_I - 1\dot{I}_{II} & 0 & = +j15, \\ -1\dot{I}_I + (2+j)\dot{I}_{II} & -1\dot{I}_{III} & = -j10, \\ 0 & -1\dot{I}_{II} & +3\dot{I}_{III} = -j10. \end{cases}$$

Для определения контурных токов воспользуемся теорией определителей:

$$\dot{I}_I = \frac{\Delta_1}{\Delta}; \quad \dot{I}_{II} = \frac{\Delta_2}{\Delta}; \quad \dot{I}_{III} = \frac{\Delta_3}{\Delta}.$$

Здесь Δ – главный определитель системы; Δ_1 – определитель, полученный из Δ заменой первого столбца свободными членами уравнений; Δ_2 – определитель, полученный из Δ заменой второго столбца свободными членами уравнений; Δ_3 – определитель, полученный из Δ заменой третьего столбца свободными членами уравнений.

Метод узловых напряжений

Токи во всех ветвях любой сложной цепи можно рассчитать, если предварительно найти напряжение во всех ее ветвях. Тогда ток в любой ветви между узлами "k" и "m" определяется по формуле

$$\dot{I}_{km} = \underline{Y}_{km} (\dot{E}_{km} + \dot{U}_{km}) . \quad (6.2)$$

Здесь $\dot{I}_{km}$ – ток в ветви, находящийся между узлами "k" и "m" и направленный от узла "k" к узлу "m"; $\dot{E}_{km}$ – ЭДС источника в ветви km и направленная от узла k к узлу m; $\dot{U}_{km}$ – напряжение между узлами k и m и направленное от узла k к узлу m; $\underline{Y}_{km}$ – проводимость всех ветвей между узлами k и m.

Заметим, что, если рассмотренные выше ток, ЭДС или напряжение направлены не от "k" к "m", а в обратную сторону, они входят в формулу (6.2) со знаком (-).

В свою очередь, для определения напряжений на всех ветвях цепи достаточно найти **узловые напряжения**. Это напряжения между каждым из узлов цепи и опорным узлом (выбирается произвольно). Все узловые напряжения имеют направление от каждого из узлов цепи к опорному и обозначаются: $\dot{U}_{10}$, $\dot{U}_{20}$, $\dot{U}_{30}$ и т. д. Зная опорные напряжения $\dot{U}_{10}$, $\dot{U}_{20}$, $\dot{U}_{30}$ и т. д., легко определить напряжение между всеми остальными узлами цепи по формуле

$$\dot{U}_{km} = \dot{U}_{k0} - \dot{U}_{m0} , \quad (6.3)$$

где "k" и "m" – любые два узла цепи.

Таким образом, узловые напряжения в данном методе расчета есть промежуточные неизвестные.

Относительно этих неизвестных и составляется система уравнений (по 1-му закону Кирхгофа), общий вид которых представлен ниже:

$$\begin{cases} \underline{Y}_{11}\dot{U}_{10} + \underline{Y}_{12}\dot{U}_{20} + \underline{Y}_{13}\dot{U}_{30} + \dots = \dot{J}_{11}, \\ \underline{Y}_{21}\dot{U}_{10} + \underline{Y}_{22}\dot{U}_{20} + \underline{Y}_{23}\dot{U}_{30} + \dots = \dot{J}_{22}, \\ \underline{Y}_{31}\dot{U}_{10} + \underline{Y}_{32}\dot{U}_{20} + \underline{Y}_{33}\dot{U}_{30} + \dots = \dot{J}_{33}, \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \end{cases} \quad (6.4)$$

Общее число уравнений в этой системе соответствует числу неизвестных узловых напряжений.

Метод удобно применять для цепей, имеющих много параллельно соединенных ветвей и мало узлов. В частности, если цепь содержит только два узла (трехфазные цепи), то система содержит только одно уравнение:

$$\underline{Y}_{11}\dot{U}_{10} = \dot{J}_{11}. \quad (6.5)$$

В системе уравнений (6.4)

$\underline{Y}_{11}$, $\underline{Y}_{22}$, $\underline{Y}_{33}$ и т. д. – собственные проводимости узлов, т. е. сумма проводимостей всех ветвей, подходящих соответственно к первому, второму и третьему узлам цепи. Они всегда положительны, т. е. берутся со знаком (+);

$\underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{21}$, $\underline{Y}_{23} = \underline{Y}_{32}$, $\underline{Y}_{31} = \underline{Y}_{13}$ и т. д. – взаимные проводимости узлов, т. е. сумма проводимостей всех ветвей, находящихся соответственно между узлами 1 и 2, 2 и 3, 3 и 1. Они всегда отрицательны, т. е. берутся со знаком (-); $\dot{J}_{11}$, $\dot{J}_{22}$, $\dot{J}_{33}$ – свободные члены уравнений (6.4). Представляют собой сумму произведений ЭДС на проводимость ($\sum \dot{E}\underline{Y}$) всех ветвей, подходящих к данному узлу (1, 2, 3 и т. д.). При этом если $\dot{E}$ направлена к узлу, то $\sum \dot{E}\underline{Y}$ берется со знаком (+), а если от узла – со знаком (-). Величины $\dot{J}_{11}$, $\dot{J}_{22}$, $\dot{J}_{33}$ можно рассматривать также, как сумму токов всех эквивалентных источников тока, подходящих к данному (1, 2, 3 и т. д.) узлу цепи.

Если в цепи имеются источники тока, не преобразованные эквивалентно в источники ЭДС, то они учитываются (как известные величины) в правых частях уравнений (6.4) для соответствующих узлов, между которыми они находятся. При этом, если ток источника направлен к узлу, он берется со знаком (+), а если от узла – со знаком (-).

Решая систему уравнений (6.4), находят все узловые напряжения, затем напряжения всех остальных ветвей цепи (6.3) и затем токи во всех ветвях цепи (6.2).

Задача 7

Электрическая схема, состоящая из резистивных элементов и источников постоянных ЭДС, равных по величине, показана на рис. 7.1. Данные для расчета представлены в табл. 7.1.

Требуется определить постоянный ток в ветви 1–2 (резисторе R_5) методом эквивалентного источника.

Таблица 7.1

Последняя, предпоследняя или третья от конца цифра шифра студента	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Схема на рис. 7	а	б	в	г	д	е	а	б	в	г
Вариант схемы выбирается по последней цифре шифра										
$E_1 = E_2 = E_3, В$	36	34	32	30	100	220	18	20	12	24
$R_1, Ом$	4	8	12	16	20	24	18	14	10	6
$R_2, Ом$	5	10	15	20	25	30	25	20	15	10
$R_3, Ом$	2	4	6	8	10	12	10	8	6	4
Значения E, R_1, R_2, R_3 выбираются по предпоследней цифре шифра										
$R_4, Ом$	3	6	10	9	12	15	20	12	9	6
$R_5 = R_6, Ом$	20	12	30	16	40	30	10	14	15	16
Значения R_4, R_5 и R_6 выбираются по третьей от конца цифре шифра										

Методические указания

Перед решением задачи необходимо изучить материал курса, относящийся к расчету цепей методом эквивалентного генератора [1], с. 12...24 или [2], с. 233...242.

Метод эквивалентного источника используется для расчета тока в одной ветви сложной электрической схемы. В основе этого метода лежит теорема о методе эквивалентного источника: любая сложная линейная электрическая схема, содержащая источники и элементы, за исключением ветви с искомым током, может быть представлена простой эквивалентной схемой, состоящей из последовательно соединенных эквивалентного источника ЭДС E_{Γ} и его внутреннего сопротивления R_{Γ} .

Существует вариант, менее применяемый, когда в качестве эквивалентной схемы используют эквивалентный источник тока с внутренней проводимостью.

На рис. 7,а показана в виде двухполюсника нераскрытая сложная схема с выделенной ветвью, в которой требуется определить постоянный ток I , а на рис. 7,б представлена замена этой схемы эквивалентным источником ЭДС.

Согласно рис. 7,б искомый ток в ветви 1-2 будет определяться выражением

$$I = \frac{E_{\Gamma}}{R_{\Gamma} + R_H}. \quad (7.1)$$

В соответствии с методом эквивалентного источника величина E_G равна напряжению U_{XX} холостого хода, полученного на зажимах разомкнутой ветви 1-2 (опыт холостого хода), что поясняется рис. 7.2,в, т. е. $U_{XX} = E_G$. Величина R_G опре-

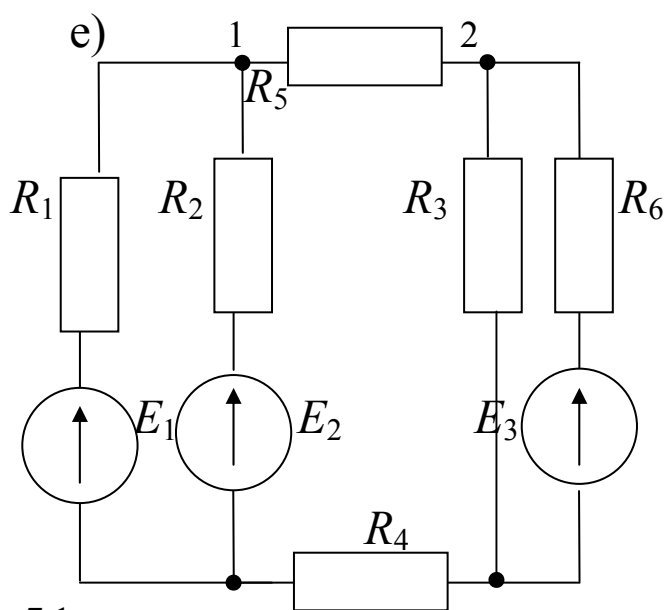
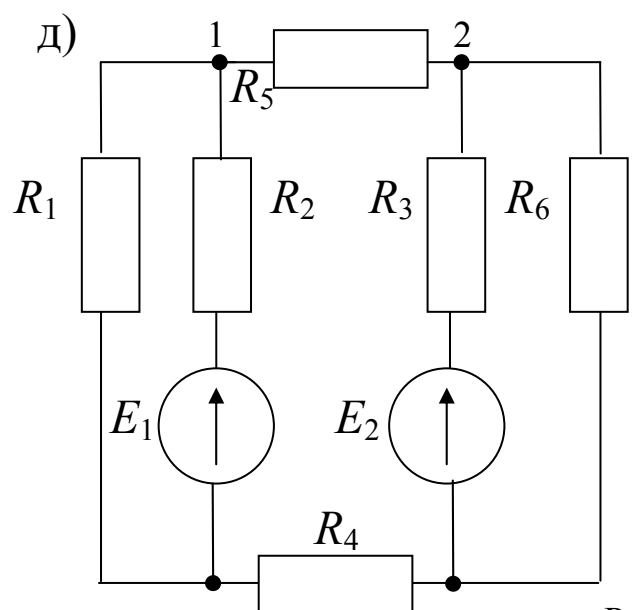
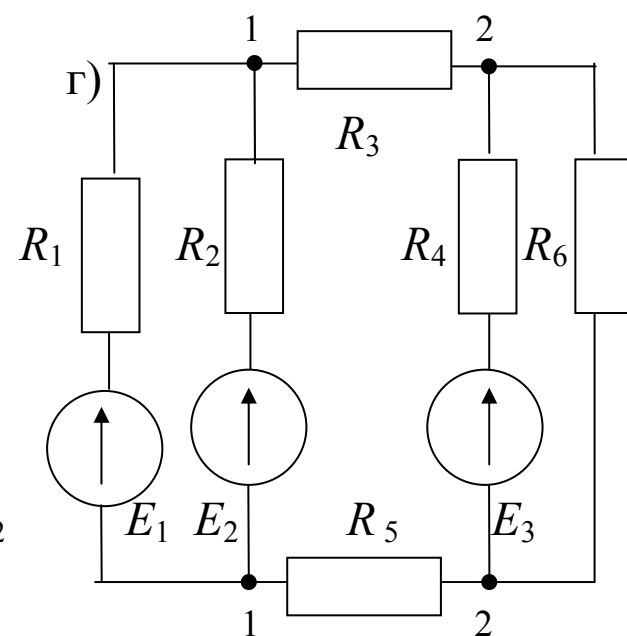
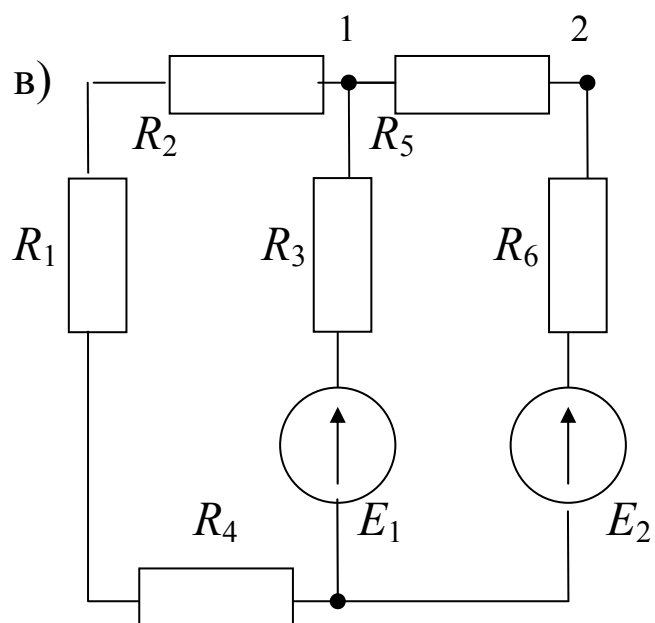
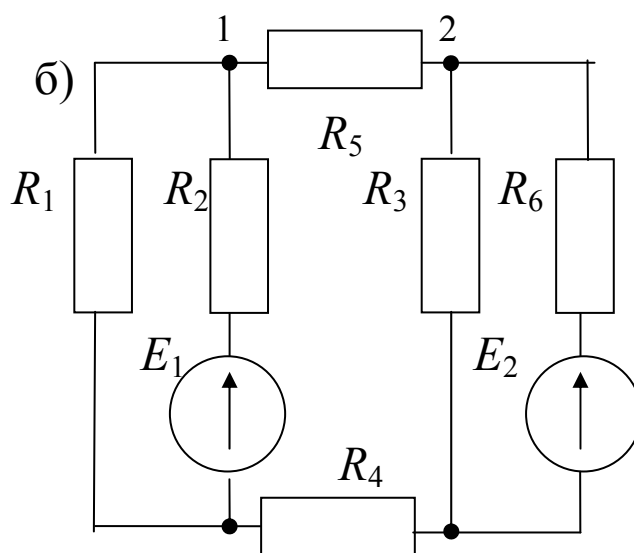
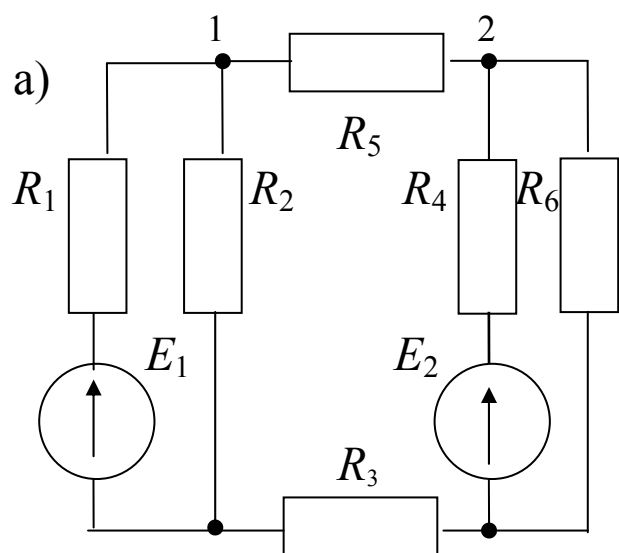


Рис. 7.1

деляется из опыта короткого замыкания, при котором все источники удаляются из схемы, а места их расположения замыкаются перемычками.

Тогда у образовавшейся схемы входное сопротивление R_{BX} относительно разомкнутых зажимов ветви 1-2 будет равно внутреннему сопротивлению эквивалентного источника ЭДС:

$$R_{BX} = R_{\Gamma}.$$

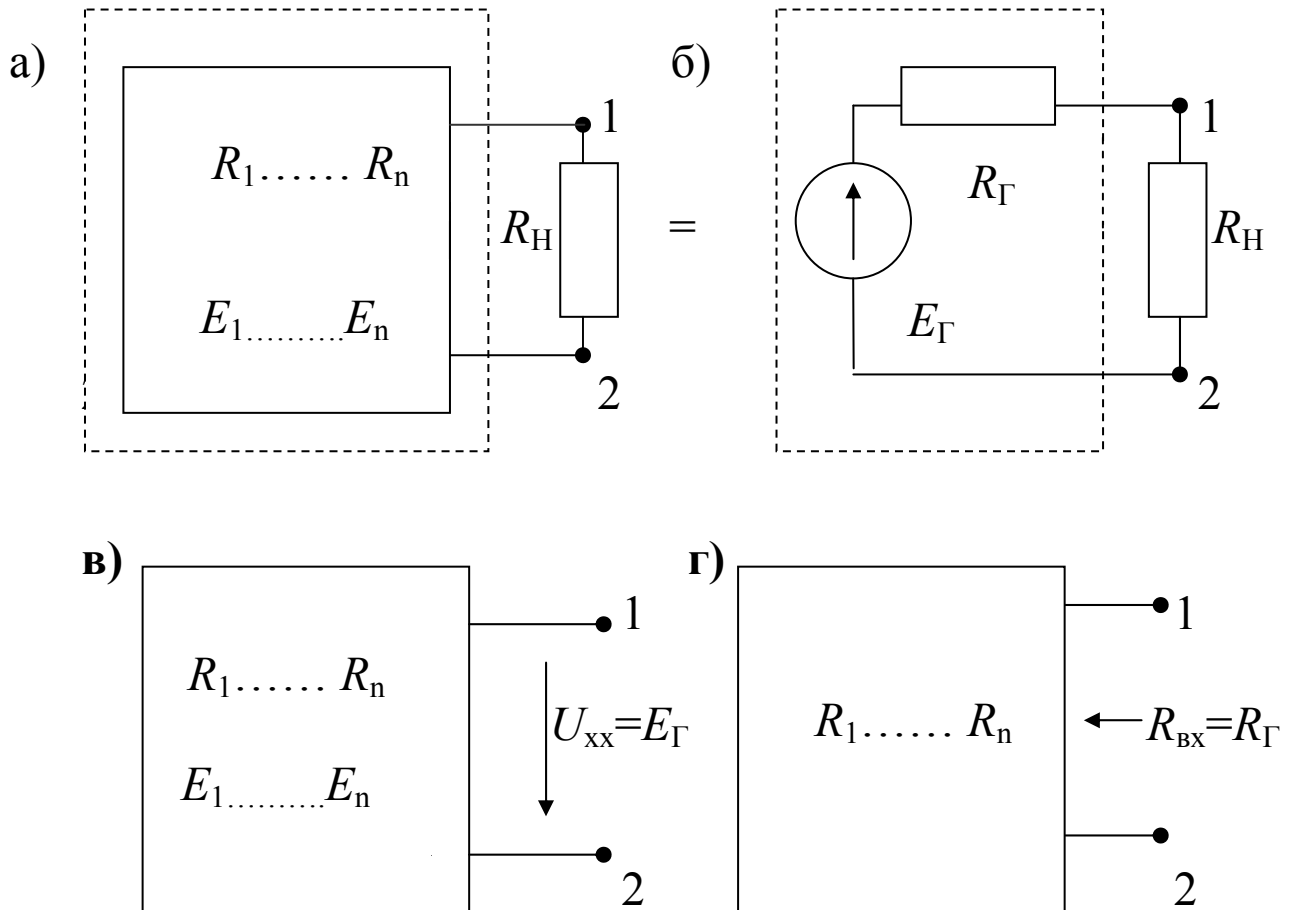


Рис. 7.2

Итак, расчет рекомендуем вести в следующей последовательности:

1. Отметить (выделить) ветвь с искомым током.
2. Выполнить мысленно опыт холостого замыкания для определения $U_{XX} = E_{\Gamma}$. При этом для расчета U_{XX} необходимо воспользоваться вторым законом Кирхгофа.
3. Выполнить мысленно опыт короткого замыкания для определения R_{Γ} .

4. Рассчитать искомый ток в выделенной ветви с помощью закона Ома (7.1).

Пример 7.1.

Рассчитать постоянный ток в ветви 1-2 (рис. 7.3,а) методом эквивалентного источника.

Исходные данные для расчета: $E_1 = 12$ В, $E_2 = 18$ В, $R_1 = R_2 = 10$ Ом, $R_3 = R_4 = 15$ Ом, $R_H = 4$ Ом.

Решение. 1. Исходную схему (рис. 7.3,а) заменим эквивалентной схемой,

состоящей из последовательно соединенных E_{Γ} и R_{Γ} (рис. 7.3,б).

2. Для определения E_{Γ} проведем мысленно опыт холостого хода. С этой целью на схеме (рис. 7.3,а) отсоединим от выводов 1-2 сопротивление R_H . При этом напряжение, возникшее между выводами 1-2, является напряжением U_{XX} холостого хода, и оно будет равно ЭДС эквивалентного источника:

$$U_{XX} = E_{\Gamma}.$$

Напряжение U_{XX} можно определить из уравнения, составленного по второму закону Кирхгофа для контура, в который входят U_1 , U_{XX} источники E_1 и E_2 (рис. 7.3,в):

$$U_1 + U_{XX} = E_1 + E_2, \quad U_{XX} = E_1 + E_2 - U_1 = E_{\Gamma},$$

где
$$U_1 = I \cdot R_1; \quad I = \frac{E_1}{R_1 + R_3}.$$

После подстановки численных значений источников и резистивных элементов получим

$$I = 0,48 \text{ А}; \quad U_1 = 4,8 \text{ В}; \quad U_{XX} = E_{\Gamma} = 25,2 \text{ В}.$$

3. Для определения R_{Γ} выполним опыт короткого замыкания. Для этого в исходной схеме (рис. 7.3,а) заменим источники E_1 и E_2 перемычками (рис. 7.3,г). Тогда входное сопротивление такой схемы относительно зажимов 1-2 будет равно сопротивлению R_{Γ} :

$$R_{BX} = R_{\Gamma} = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_1 + R_4} + R_2 + R_3 = \frac{10 \cdot 15}{10 + 15} + 10 + 15 = 31 \text{ Ом}.$$

4. Находим ток в ветви 1-2, используя формулу (1):

$$I_H = \frac{E_{\Gamma}}{R_{\Gamma} + R_H} = \frac{25,2}{31 + 4} = 0,81 \text{ A.}$$

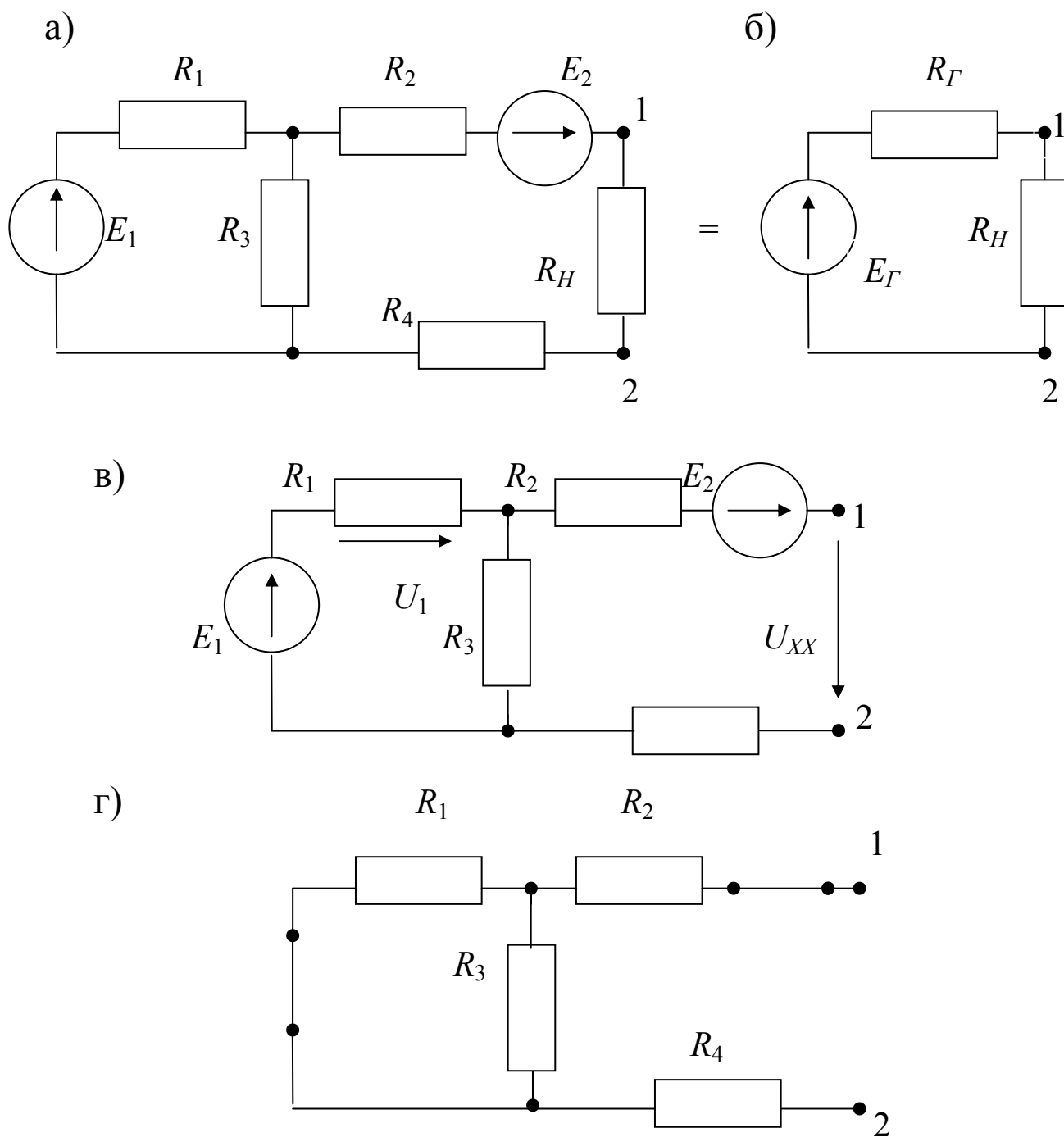


Рис. 7.3

Задача 8

Трехфазная цепь (рис. 8.1) состоит из трехфазного генератора, вырабатывающего симметричную систему фазных ЭДС, E_ϕ и симметричной активной (осветительной) нагрузки. Цепь имеет нейтральный провод.

Каждый студент исследует два режима работы цепи: а) симметричный режим, при котором сопротивления всех фаз одинаковы $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = R$, а сопротивление нейтрального провода $\underline{Z}_N = 0$; б) один из несимметричных режимов работы цепи (табл. 8.1), при котором одно из фазных сопротивлений приемника отключено или замкнуто накоротко. Для каждого из этих режимов требуется начертить отдельную схему цепи в соответствии с выбранным вариантом задания.

Определить: 1) комплексные действующие значения токов и напряжений всех трех фаз приемника и напряжение между нейтральными токами генератора и приемника;

2) показания всех амперметров и вольтметров электромагнитной системы, включенных в цепь;

3) построить векторную диаграмму токов и напряжений цепи;

4) как изменяются показания амперметров и вольтметров при данном несимметричном режиме работы по сравнению с симметричным режимом.

Данные для расчетов приведены в табл. 8.2.

Таблица 8.1

Обозначение варианта	Наименование режима
I	Обрыв фазы B без нейтрального провода $\underline{Z}_B = \infty$; $\underline{Z}_C = \underline{Z}_A = R$; $\underline{Z}_N = \infty$
II	Короткое замыкание фазы B без нейтрального провода $\underline{Z}_B = 0$; $\underline{Z}_C = \underline{Z}_A = R$; $\underline{Z}_N = \infty$
III	Обрыв фазы C без нейтрального провода $\underline{Z}_C = \infty$; $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = R$; $\underline{Z}_N = \infty$
IV	Короткое замыкание фазы C без нейтрального провода $\underline{Z}_C = 0$; $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = R$; $\underline{Z}_N = \infty$

Таблица 8.2

Последняя, пред- последняя или третья от конца цифра шифра студента	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
E_{ϕ} , В	58	100	127	220	380	380	220	127	100	58
Величина E_{ϕ} определяется по последней цифре шифра										
$E_{\phi} = R$, Ом	5	5	10	10	15	15	20	20	25	25
Величина $E_{\phi} = R$ определяется по предпоследней цифре шифра										
Величина несим- метричного режима работы	I	I	I	II	II	II	III	III	IV	IV
Вариант несимметричного режима работы цепи выбирается по третьей от конца цифре шифра										

Методические указания

Снабжение потребителей электроэнергией осуществляется с помощью трехфазных цепей. Они могут соединяться звездой (Y) или треугольником (Δ). На рис. 8.2,а представлена принципиальная схема цепи, генератор и приемники (нагрузка) которой соединены звездой. Это наиболее распространенная схема при передаче энергии на расстояние, при которой концы всех трех обмоток генератора и сопротивлений приемника соединяются вместе, образуя нейтральные точки 0 и 0'. Провод, соединяющий нейтральные точки генератора и приемника, называется **нейтральным проводом**; провода, соединяющие начала обмоток генератора с приемником, называются **линейными проводами**.

При соединении звездой различают фазные и линейные напряжения.

Здесь: $\dot{E}_A, \dot{E}_B, \dot{E}_C$ – фазные ЭДС генератора,

$\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ – фазные напряжения приемника,

$\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$ – линейные напряжения генератора и приемника,

$\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ – токи в линейных проводах; они же и токи в фазах приемника.

Выбранные положительные направления токов и напряжений показаны на рис. 8.1 и рис. 8.2, а.

Трехфазный генератор вырабатывает симметричную трехфазную систему ЭДС (рис. 8.2, б), у которой все три ЭДС равны между собой и сдвинуты друг относительно друга по фазе на 120° .

Если амплитуды ЭДС генератора следуют во времени в последовательности А, В, С, то это прямой порядок следования фаз; если же в последовательности А, С, В, то это обратный порядок следования фаз.

Расположив координатные оси комплексной плоскости так, чтобы ось вещественных чисел совпала с вектором $\dot{E}_A$ (рис. 8.2, б), можно записать, что при прямом порядке следования фаз:

$$\dot{E}_A = E_A; \quad \dot{E}_B = E_A e^{-j120^\circ}; \quad \dot{E}_C = E_A e^{+j120^\circ}. \quad (8.1)$$

Заметим, что у симметричной трехфазной системы ЭДС

$$\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0. \quad (8.2)$$

Трехфазные цепи при связывании звездой обладают (в соответствии с 1-м и 2-м законами Кирхгофа) следующими свойствами:

$$1. \quad \dot{E}_A - \dot{E}_B = \dot{U}_{AB}; \quad \dot{E}_B - \dot{E}_C = \dot{U}_{BC}; \quad \dot{E}_C - \dot{E}_A = \dot{U}_{CA}; \quad (8.3)$$

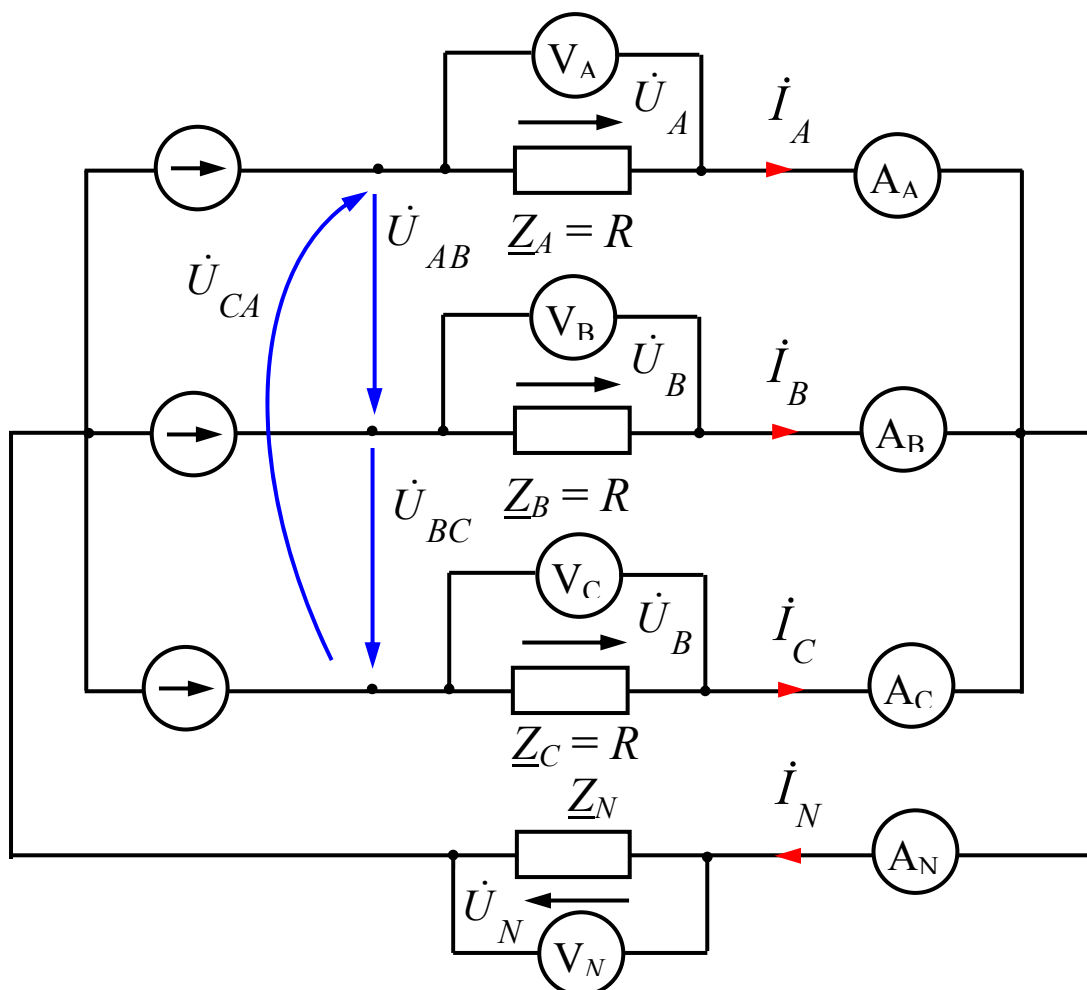


Рис. 8.1

$$2. \dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B; \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C; \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A, \quad (8.4)$$

где $\dot{U}_A = \dot{I}_A \underline{Z}_A$; $\dot{U}_B = \dot{I}_B \underline{Z}_B$; $\dot{U}_C = \dot{I}_C \underline{Z}_C$;

$$3. \dot{U}_{AB} + \dot{U}_{BC} + \dot{U}_{CA} = 0; \quad (8.5)$$

$$4. \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = \dot{I}_N. \quad (8.6)$$

При отсутствии нейтрального провода $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$.

Задача расчета трехфазной цепи состоит в определении токов и напряжений на фазах приемника. Расчет ведут также, как в обычных разветвленных цепях синусоидального тока. В частности, данную цепь удобно рассчитать методом узловых напряжений, так как цепь имеет всего два узла и система уравнений содержит всего одно уравнение.

Принимая нейтральную точку 0 генератора за опорный узел, а точку 0' приемника за первый узел, получаем

$$\dot{U}_N \cdot \underline{Y}_{11} = \dot{J}_{11}.$$

Здесь $\underline{Y}_{11} = \underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N$ – сумма проводимостей всех ветвей, подходящих к первому узлу. При этом

$$\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_A}; \quad \underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_B}; \quad \underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_C}; \quad \underline{Y}_N = \frac{1}{\underline{Z}_N}, \quad (8.7)$$

где $\underline{Z}_A, \underline{Z}_B, \underline{Z}_C, \underline{Z}_N$ – комплексные сопротивления соответственно фаз A, B и C приемника и нейтрального провода, а $\underline{Y}_A, \underline{Y}_B, \underline{Y}_C, \underline{Y}_N$, – их комплексные проводимости.

$\dot{J}_{11} = \dot{E}_A \underline{Y}_A + \dot{E}_B \underline{Y}_B + \dot{E}_C \underline{Y}_C$ – сумма произведений ЭДС на проводимость всех ветвей, подходящих к первому узлу.

$$\text{Тогда} \quad \dot{U}_N = \frac{\dot{E}_A \underline{Y}_A + \dot{E}_B \underline{Y}_B + \dot{E}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N}. \quad (8.8)$$

Если нейтральный провод отсутствует, то, $\underline{Y}_N = 0$, а если он не имеет сопротивления, то $\underline{Y}_N = \infty$ и $\dot{U}_N = 0$.

После определения $\dot{U}_N$ легко найти токи в линейных проводах.

Так, для контура 0'A40 цепи (рис. 8.1 и 8.2,а) имеем

$$\dot{E}_A = \dot{I}_A \underline{Z}_A + \dot{U}_N \quad \text{или} \quad \dot{I}_A = \frac{\dot{E}_A - \dot{U}_N}{\underline{Z}_A} = \underline{Y}_A (\dot{E}_A - \dot{U}_N).$$

Аналогично для фаз В и С:

$$\dot{I}_B = \underline{Y}_B (\dot{E}_B - \dot{U}_N); \quad \dot{I}_C = \underline{Y}_C (\dot{E}_C - \dot{U}_N). \quad (8.9)$$

Напряжения на фазах приемника

$$\dot{U}_A = \dot{I}_A \underline{Z}_A; \quad \dot{U}_B = \dot{I}_B \underline{Z}_B; \quad \dot{U}_C = \dot{I}_C \underline{Z}_C. \quad (8.10)$$

Легко убедиться в том, что если генератор вырабатывает симметричную систему ЭДС, а приемник имеет одинаковые фазные сопротивления $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z}_\phi$, то действующие значения токов всех трех фаз одинаковы и сдвинуты друг относительно друга на 120° .

Такой режим работы трехфазной цепи называется симметричным. При этом $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$, и нет тока в нейтральном проводе; кроме того $\dot{U}_N = 0$. Поэтому при работе трехфазной цепи в симметричном режиме достаточно произвести расчет только для одной фазы.

Пример 8.1. Для трехфазной цепи, изображенной на рис. 8.1, известно, что генератор вырабатывает симметричную систему ЭДС, действующие значения которых $E_\phi = 100$ В; сопротивления фаз приемника $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z}_\phi = 10$ Ом; сопротивлением нейтрального провода пренебречь $\underline{Z}_N = 0$.

Определить токи в линейных проводах $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$, а также фазные $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ и линейные $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$ напряжения приемника при следующих режимах работы:

- а) симметричном; выяснить роль нейтрального провода в этом режиме;
- б) обрыве фазы А и отсутствии нулевого провода;
- в) коротком замыкании фазы А и отсутствии нулевого провода.

Построить для каждого из указанных режимов работы векторные диаграммы токов и напряжений.

Сопоставить показания амперметров и вольтметров электромагнитной системы при симметричном и несимметричном режимах работы цепи.

а) Расчет трехфазной цепи при симметричном режиме работы

При таком режиме $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z}_\phi = 10$ Ом.

1. Определяем комплексные значения фазных ЭДС генератора по формуле (8.1):

$$\begin{aligned}\dot{E}_A &= 100 \text{ В}; \quad \dot{E}_B = 100e^{-j120^\circ} = 100(-0,5 - j0,87) = (-50 - j87) \text{ В}; \\ \dot{E}_C &= 100e^{+j120^\circ} = 100(-0,5 + j0,87) = (-50 + j87) \text{ В}.\end{aligned}$$

Здесь $e^{j120^\circ} = (-0,5 + j0,87)$; $e^{-j120^\circ} = (-0,5 - j0,87)$.

2. Определяем комплексные действующие значения линейных напряжений генератора формулы (8.4)

$$\begin{aligned}\dot{U}_{AB} &= \dot{E}_A - \dot{E}_B = 100 - (-50 - j87) = (150 + j87) = 173e^{j30^\circ} \text{ В}; \\ \dot{U}_{BC} &= \dot{E}_B - \dot{E}_C = (-50 - j87) - (-50 + j87) = -j173 = -173e^{j90^\circ} \text{ В}; \\ \dot{U}_{CA} &= \dot{E}_C - \dot{E}_A = (-50 + j87) - 100 = (-150 + j87) = 173e^{-j(180^\circ - 30^\circ)} = \\ &= 173e^{-j150^\circ} \text{ В};\end{aligned}$$

В качестве проверки расчетов найдем, что $\dot{U}_{AB} + \dot{U}_{BC} + \dot{U}_{CA} = 0$, формула (8.5).

3. Определяем комплексное действующее значение напряжения $\dot{U}_N$ между нейтральными точками приемника $0'$ и генератора 0 , используя формулу (8.8)

$$\dot{U}_N = \frac{\dot{E}_A \underline{Y}_A + \dot{E}_B \underline{Y}_B + \dot{E}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N} = \frac{\underline{Y}_\phi (\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C)}{3\underline{Y}_\phi + \underline{Y}_N} = 0.$$

$$\text{Здесь } \underline{Y}_A = \underline{Y}_B = \underline{Y}_C = \underline{Y}_\phi = \frac{1}{\underline{Z}_\phi} = 0,1 \text{ См}; \quad \underline{Y}_N = \infty;$$

$$\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0, \text{ формулы (8.2).}$$

4. Определяем комплексные действующие значения токов в линейных проводах, формулы (8.9).

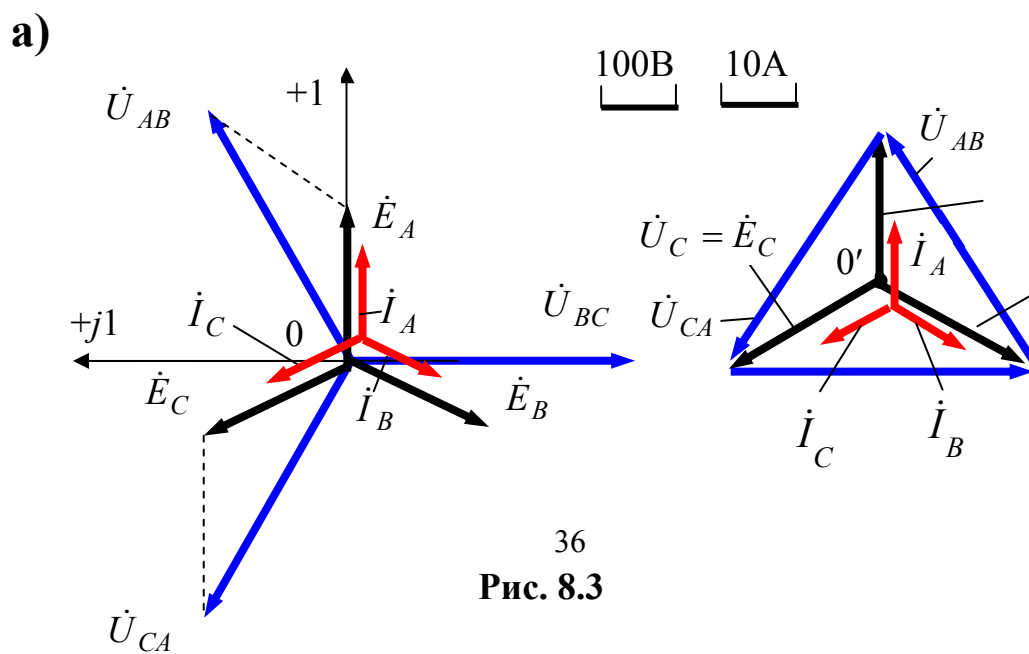
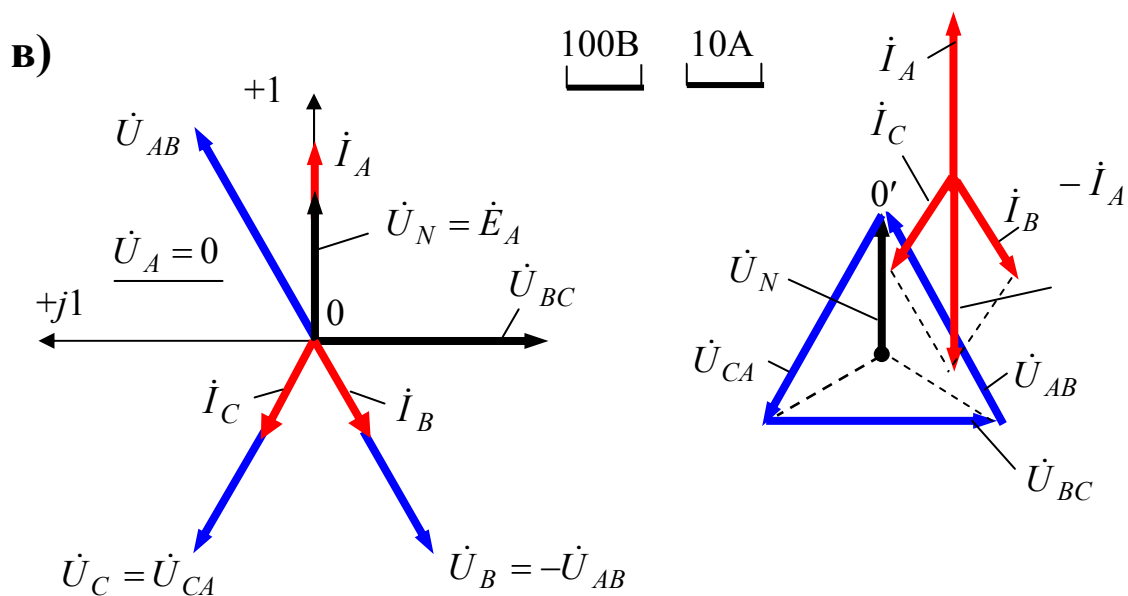
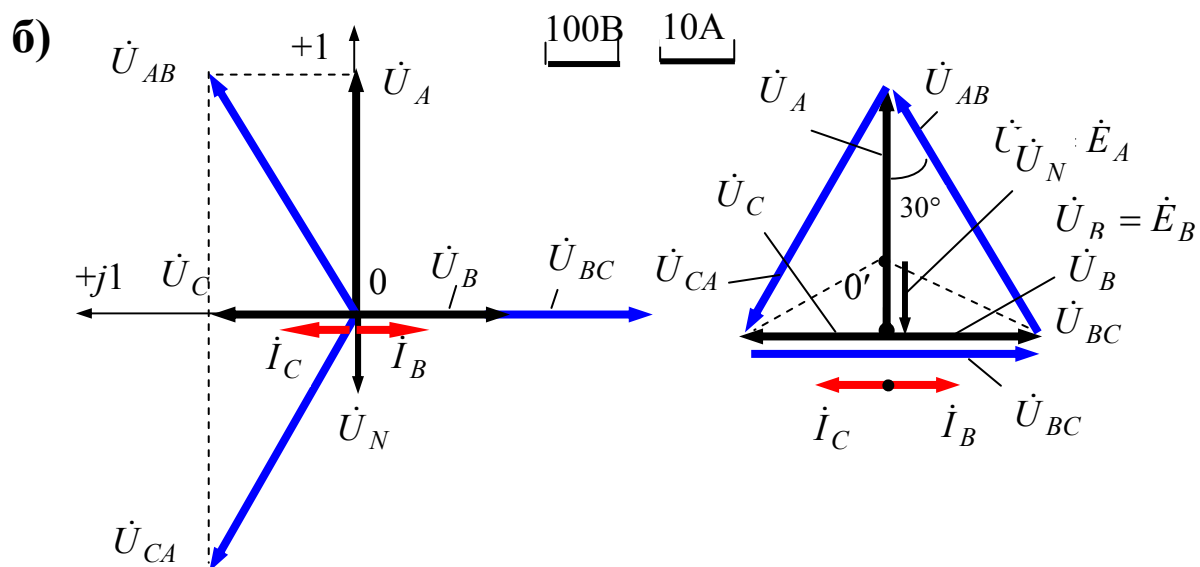
Для контура $0AA0'$ по 2-му закону Кирхгофа имеем

$$\dot{E}_A = \dot{I}_A \underline{Z}_A + \dot{U}_N = \dot{I}_A \underline{Z}_A, \text{ так как } \dot{U}_N = 0.$$

$$\text{Откуда: } \dot{I}_A = \frac{\dot{E}_A}{\underline{Z}_A} = \frac{100}{10} = 10 \text{ А}.$$

$$\text{Аналогично: } \dot{I}_B = \frac{\dot{E}_B}{\underline{Z}_A} = \frac{100e^{-j120^\circ}}{10} = 10e^{-j120^\circ} = (-5,0 - j8,7) \text{ А};$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{E}_C}{Z_C} = \frac{100e^{j120^\circ}}{10} = 10e^{j120^\circ} = (-5, 0 + j8,7) \text{ A.}$$



Из приведенных выше расчетов следует, что величины действующих значений токов во всех трех фазах цепи (т. е. показания амперметров электромагнитной системы) при симметричном режиме ее работы одинаковы $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 10 \text{ A}$; а векторы фазных токов сдвинуты друг относительно друга по фазе на 120° . Легко заметить, что $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$, поэтому тока в нейтральном проводе нет и, следовательно, при симметричном режиме работы цепи нейтральный провод не нужен.

5. Определяем действующие значения фазных напряжений приемника, формулы (8.10).

$$\dot{U}_A = \dot{I}_A \underline{Z}_A = 100 \text{ В}; \quad \dot{U}_B = \dot{I}_B \underline{Z}_B = 100 e^{-j120^\circ} = (-50 - j87) \text{ В};$$

$$\dot{U}_C = \dot{I}_C \underline{Z}_C = 100 e^{j120^\circ} = (-50 + j87) \text{ В}.$$

Из этих расчетов следует, что величины действующих значений фазных напряжений (т.е. показания вольтметров электромагнитной системы) во всех трех фазах одинаковы: $\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = 100 \text{ В}$, а векторы этих напряжений сдвинуты друг относительно друга по фазе на 120° . При этом в каждой фазе векторы тока и напряжения совпадают по фазе, как это и должно быть в цепи только с активным сопротивлением.

Векторная диаграмма токов и напряжений трехфазной цепи при симметричном режиме ее работы (два варианта) показана на рис. 8.3,а, причем вектор $\dot{E}_A$ направлен по оси вещественных чисел и $\dot{E}_A = E_A e^{j0} = E_A = 100 \text{ В}$.

Векторная диаграмма показывает, что при симметричном режиме работы достаточно провести расчет для одной фазы. В двух других фазах действующие значения тока и напряжения равны по величине току и напряжению первой фазы, но сдвинуты относительно их по фазе на $+120^\circ$ и -120° .

б. Расчет трехфазной цепи при обрыве фазы А и отсутствии нулевого провода

При таком режиме работы $\underline{Z}_A = \infty$ ($\underline{Y}_A = 0$), $\underline{Z}_N = \infty$ ($\underline{Y}_N = 0$) и $\dot{I}_A = 0$.

Комплексные действующие значения фазных ЭДС генератора $\dot{E}_A, \dot{E}_B, \dot{E}_C$ В, а также линейных напряжений $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$ остаются такими же, как и при

симметричном режиме работы, но линейные токи и фазные напряжения приемника изменяются.

1. Определяем комплексное действующее значение узлового напряжения $\dot{U}_N$, формула (8.8):

$$\begin{aligned}\dot{U}_N &= \frac{\dot{E}_A \underline{Y}_A + \dot{E}_B \underline{Y}_B + \dot{E}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} = \frac{\underline{Y}_\phi (\dot{E}_B + \dot{E}_C)}{2\underline{Y}_\phi} = \frac{\dot{E}_B + \dot{E}_C}{2} = \frac{-\dot{E}_A}{2} = \\ &= \frac{-100}{2} = -50 \text{ В.}\end{aligned}$$

Здесь $\underline{Y}_B = \underline{Y}_C = 0,1 \text{ См}$; а $\dot{E}_B + \dot{E}_C = -\dot{E}_A$, формулы (13.2).

2. Определяем комплексные действующие значения токов в линейных проводах, формулы (8.9).

Ток в фазе А: $\dot{I}_A = \underline{Y}_A (\dot{E}_A - \dot{U}_N) = 0$, так как $\underline{Y}_A = 0$.

Ток в фазе В: $\dot{I}_B = \underline{Y}_B (\dot{E}_B - \dot{U}_N) = 0,1 [(-50 - j87) - (-50)] =$
 $= 0,1(-j87) = -j8,7 = 8,7e^{-j90^\circ} \text{ А.}$

Ток в фазе С: $\dot{I}_C = \underline{Y}_C (\dot{E}_C - \dot{U}_N) = 0,1 [(-50 + j87) - (-50)] =$
 $= 0,1(+j87) = +j8,7 = 8,7e^{+j90^\circ} \text{ А.}$

Из расчетов следует, что $\dot{I}_C = -\dot{I}_B$. Фактически, это один и тот же ток, протекающий по контуру $0B0'C0$. Знак $(-)$ показывает, что его истинное направление в фазе С противоположно принятому на схеме.

Для проверки расчетов убеждаемся, что $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$, формула (8.6).

Действующие значения фазных токов при этом режиме работы (показания амперметров электромагнитной системы): в фазе А $I_A = 0$; в фазе В $I_B = 8,7 \text{ А}$ и в фазе С $I_C = 8,7 \text{ А}$. Действующие значения токов в фазах В и С составляют 0,87 от их значения при симметричном режиме работы.

3. Определяем комплексные действующие значения фазных напряжений, формулы (8.10).

Напряжение на фазе В: $\dot{U}_B = \dot{I}_B \underline{Z}_B = -j8,7 \cdot 10 = -j87 = 87e^{-j90^\circ} \text{ В}$;

Напряжение на фазе С: $\dot{U}_C = \dot{I}_C \underline{Z}_C = j8,7 \cdot 10 = j87 = 87e^{+j90^\circ} \text{ В.}$

Из приведенных расчетов следует, что $U_C = U_B$, равны между собой и составляют половину действующего значения линейного напряжения. Этот результат находится в полном соответствии с реальными процессами в

цепи при $\underline{Y}_A = 0$: ток протекает только в контуре $0B0'C0$ и два одинаковых и последовательно соединенных сопротивления $\underline{Z}_B = \underline{Z}_C = 10$ Ом находятся под действием линейного напряжения U_{BC} , действующее значение которого $U_{BC} = 173$ В. Естественно, что на каждое из них приходится напряжение $U_B = U_C = \frac{173}{2} = 87$ В. По сравнению с симметричным режимом работы напряжение на фазах В и С уменьшилось и составляет 0,87 от 100 В ($0,87 = \cos 30^\circ$).

Комплексное действующее значение напряжения на фазе А по формуле (8.10) непосредственно определить невозможно, так как это приводит к неопределенности типа $0 \cdot \infty$ ($\dot{I}_A = 0$, $\underline{Z}_A = \infty$). Не обращаясь к правилу Лопиталя, напряжение $\dot{U}_A$ можно определить, рассмотрев контур $0A0'0$, для которого в соответствии со 2-м законом Кирхгофа имеем: $\dot{E}_A = \dot{U}_A + \dot{U}_N$ или $\dot{U}_A = \dot{E}_A - \dot{U}_N = 100 - (-50) = 150$ В.

Это напряжение в 1,5 раза больше U_A при симметричном режиме работы.

Векторная диаграмма трехфазной цепи при рассматриваемом режиме работы показана (в двух вариантах) на рис. 8.3,б.

в). Расчет трехфазной цепи при коротком замыкании фазы А и отсутствии нулевого провода

При таком режиме $\underline{Z}_A = 0$ ($\underline{Y}_A = \infty$); $\underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z}_\phi = 10$ Ом и $\dot{U}_A = 0$.

Комплексные действующие значения фазных ЭДС генератора $\dot{E}_A, \dot{E}_B, \dot{E}_C$, а также комплексные значения линейных напряжений $\dot{U}_{AB}, \dot{U}_{BC}, \dot{U}_{CA}$ остаются такими же, как и при симметричном режиме работы цепи, но токи в линейных проводах и фазные напряжения приемников изменяются, по сравнению с симметричным режимом работы.

1. Определяем комплексное действующее значение узлового напряжения $\dot{U}_N$. Формула (8.8) для этого не годится, так как при $\underline{Y}_A = \infty$ приводит к неопределенности вида $\frac{\infty}{\infty}$. Однако, для ее раскрытия правилом Лопиталя здесь пользоваться не обязательно. Непосредственно из

рассмотрения контура 0A0'0 по второму закону Кирхгофа получаем, что $\dot{E}_A = \dot{U}_A + \dot{U}_N$. При $\dot{U}_A = 0$ получаем, что $\dot{U}_N = \dot{E}_A$.

2. Определяем комплексные действующие значения токов в линейных проводах, формулы (8.9).

В линейном проводе В: $\dot{I}_B = \underline{Y}_B (\dot{E}_B - \dot{U}_N) = 0,1 [(-50 - j87) - (-100)] = 0,1(-150 - j87) = (-15 - j8,7) = -(15 + j8,7) = -17,3e^{j30^\circ} = +17,3e^{-j150^\circ}$ А.

В линейном проводе С: $\dot{I}_C = \underline{Y}_C (\dot{E}_C - \dot{U}_N) = 0,1 [(-50 + j87) - (-100)] = 0,1(-150 + j87) = (-15 + j8,7) = -(15 - j8,7) = -17,3e^{-j30^\circ} = +17,3e^{+j150^\circ}$ А.

В линейном проводе А комплексное действующее значение тока можно определить, используя формулу (8.6). При отсутствии нейтрального провода $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$, откуда $\dot{I}_A = -(\dot{I}_B + \dot{I}_C) = -[(-15 - j8,7) + (-15 + j8,7)] = +30$ А.

Из приведенных расчетов следует, что действующие значения токов в фазах В и С увеличились по сравнению с симметричным режимом работы в 1,73 раза

(в $\sqrt{3}$ раз), а в фазе А - в три раза.

3. Определяем комплексные действующие значения фазных напряжений, формулы (8.10).

В фазе А: $\dot{U}_A = 0$;

в фазе В: $\dot{U}_B = \dot{I}_B \underline{Z}_B = 17,3e^{-j150^\circ} \cdot 10 = 173e^{-j150^\circ} = (-150 - j87)$ В;

в фазе С: $\dot{U}_C = \dot{I}_C \underline{Z}_C = 17,3e^{+j150^\circ} \cdot 10 = (-150 + j87)$ В.

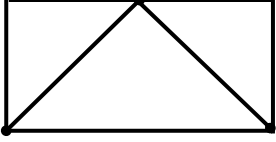
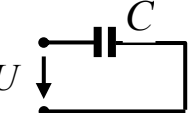
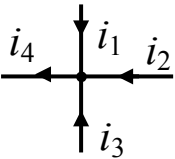
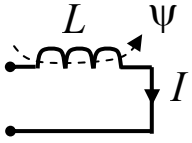
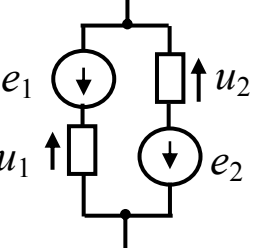
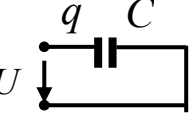
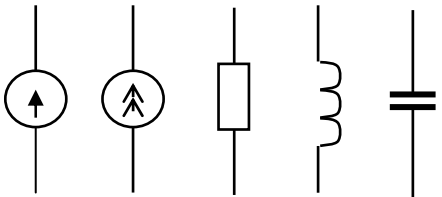
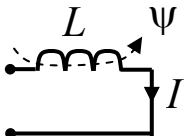
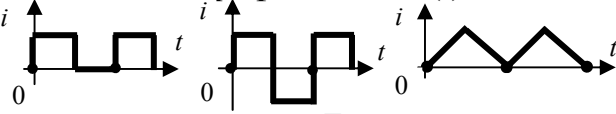
Из полученных соотношений следует, что действующие значения напряжений на фазах А и В составляют 173 вольта и соответствуют значениям линейных напряжений генератора, т. е. возросли по сравнению с симметричным режимом работы в 1,73 ($\sqrt{3}$) раз.

Векторная диаграмма токов и напряжений трехфазной цепи при рассмотренном режиме работы представлена (в двух вариантах) на рис. 8.3,в.

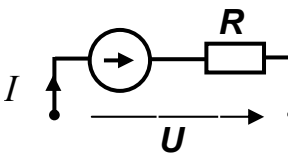
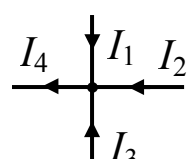
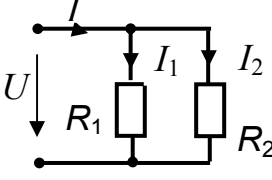
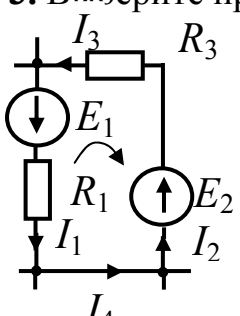
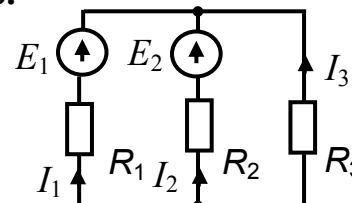
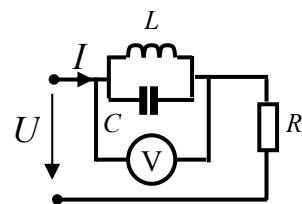
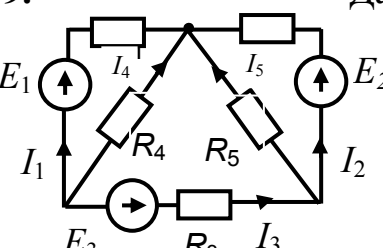
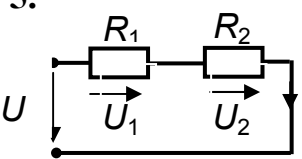
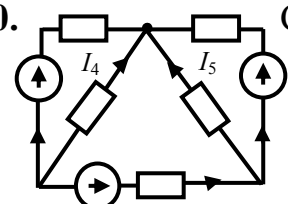
4.2. Текущий контроль

Тренировочные тесты

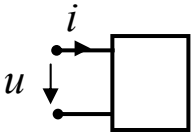
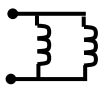
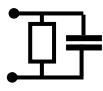
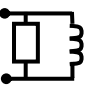
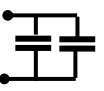
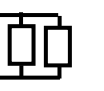
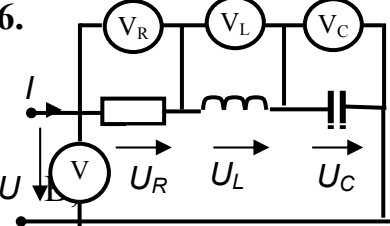
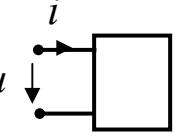
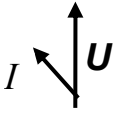
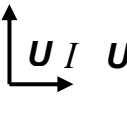
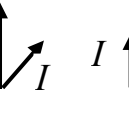
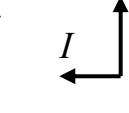
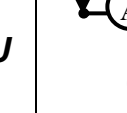
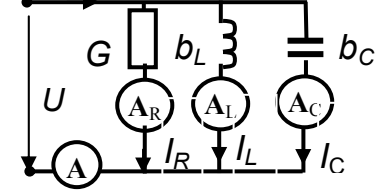
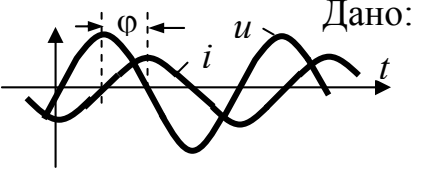
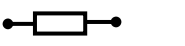
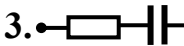
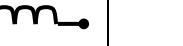
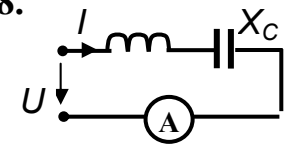
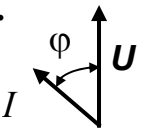
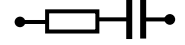
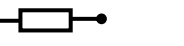
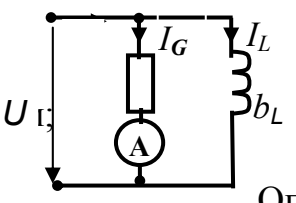
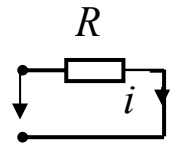
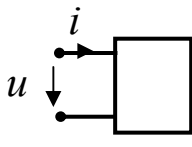
Тема 1.1. Тренировочный тест 1.1

1. Дана структурная схема цепи. Сколько узлов в данной цепи?  5 4 3 6 7 1. 2. 3. 4. 5.	6. Дано: $q = 0,2$ Кл; $C = 1000$ мкФ. Определите напряжение U на конденсаторе, В.  100 200 300 400 500 1. 2. 3. 4. 5.
2. Найдите правильное уравнение:  1. $i_1 + i_2 + i_3 + i_4 = 0$ 2. $-i_1 - i_2 + i_3 + i_4 = 0$ 3. $+i_1 + i_2 + i_3 - i_4 = 0$ 4. $-i_1 - i_2 + i_3 + i_4 = 0$ 5. $-i_1 - i_2 - i_3 + i_4 = 0$	7. Дано: $L = 10$ мГн; $\psi = 1$ Вб. Определите ток I в катушке индуктивности, А.  400 300 200 100 500 1. 2. 3. 4. 5.
3. Выберите правильное уравнение:  1. $-e_1 + e_2 = u_1 - u_2$ 2. $e_1 + e_2 = -u_1 - u_2$ 3. $e_1 - e_2 = u_1 + u_2$ 4. $e_1 - e_2 = u_1 - u_2$ 5. $e_1 - e_2 = -u_1 - u_2$	8. Дано: $W_{\Sigma} = 0,1$ Дж; $U = 100$ В. Определите емкость конденсатора C мкФ.  60 50 40 30 20 1. 2. 3. 4. 5.
4. Каково графическое изображение источника ЭДС?  1. 2. 3. 4. 5.	9. Дано: $W_M = 40$ Дж; $I = 20$ А. Определите индуктивность катушки L Гн.  0,6 0,5 0,4 0,3 0,2 1. 2. 3. 4. 5.
5. По какому соотношению определяется индуктивность цепи? Li $\frac{q}{u}$ $\frac{Cu^2}{2}$ $\frac{\Psi}{i}$ $\frac{Li^2}{2}$ 1. 2. 3. 4. 5.	10. Дано: C Дан график напряжения $u(t)$  Каков график тока $i(t)$?  1. 2. 3.

Тема 1.2. Тренировочный тест 1.2

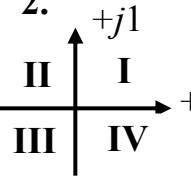
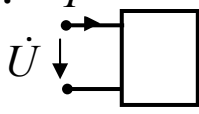
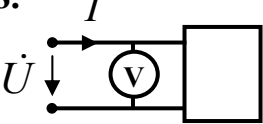
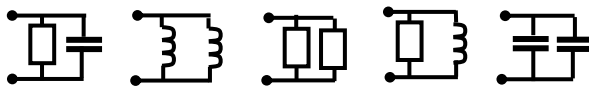
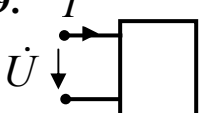
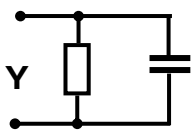
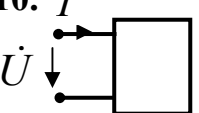
1. Укажите уравнение второго закона Кирхгофа. 1. $U = IR$ 2. $\sum_{m=1}^M E_m I_m = \sum_{n=1}^N U_n I_n$ 3. $\sum_{m=1}^M E_m = \sum_{n=1}^N I_n R_n$ 4. $\sum_{k=1}^K I_k = 0$	6. Дано: $U = 100 \text{ В}$; $R = 20 \text{ Ом}$; $I = 10 \text{ А}$. Определите ЭДС цепи $E \text{ В}$.  20 40 60 80 100 1. 2. 3. 4. 5.
2. Найдите правильное уравнение:  1. $I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0$ 2. $I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0$ 3. $I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0$ 4. $-I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0$ 5. $I_1 - I_2 + I_3 - I_4 = 0$	7. Дано: $I = 5 \text{ А}$; $I_2 = 2 \text{ А}$; $U = 100 \text{ В}$. Определите мощность в сопротивлении R_1 в ваттах.  100 200 300 400 500 1. 2. 3. 4. 5.
3. Выберите правильное уравнение:  1. $E_1 - E_2 = I_1 R_1 - I_3 R_3$ 2. $E_1 - E_2 = I_1 R_1 + I_3 R_3$ 3. $-E_1 - E_2 = -I_1 R_1 - I_3 R_3$ 4. $-E_1 + E_2 = I_1 R_1 + I_3 R_3$ 5. $E_1 - E_2 = -I_1 R_1 - I_3 R_3$	8. Дано: $I_1 = 3 \text{ А}$; $I_2 = 7 \text{ А}$. Найдите ток $I_3 \text{ А}$.  3 -4 4 10 -10 1. 2. 3. 4. 5.
4. Дано: $U = 100 \text{ В}$; (постоянное) $R = 50 \text{ Ом}$; $L = 10 \text{ мГн}$; $C = 100 \text{ мкФ}$. Определите показания вольтметра, В.  0 20 30 40 50 1. 2. 3. 4. 5.	9. Дано: $E_3 = 100 \text{ В}$; $R_5 = R_3 = 10 \text{ Ом}$; $R_4 = 10 \text{ Ом}$; $I_4 = 5 \text{ А}$; $I_5 = 10 \text{ А}$. Определите ток $I_3 \text{ А}$.  1 2 3 4 5 1. 2. 3. 4. 5.
5. Дано: $I = 10 \text{ А}$; $R_1 = 50 \text{ Ом}$; $R_2 = 20 \text{ Ом}$. Определите напряжение U, В.  100 200 500 700 800 1. 2. 3. 4. 5.	10. Сколько уравнений надо составить по законам Кирхгофа для определения токов всех ветвей?  2 4 5 6 7 1. 2. 3. 4. 5.

Тема 1.3. Тренировочный тест 1.3

1. Дано: $u = 141\sin(628t + 120^\circ)$ В; $i = 14,1\sin(628t + 30^\circ)$ А.  Определите, какая это цепь?      1.2.3.4.5.	6. Даны показания вольтметров: $V = 50$ $V_C = 40$ В; $V_L = 70$ В.  Определите показание V_R, вольт. 100$\sqrt{50}$405030 1.2.3.4.5.
2. Дано: $u = 100\sin(942t - 140^\circ)$ В; $i = 10\sin(942t - 52^\circ)$ А.  Какова векторная диаграмма цепи?      1.2.3.4.5.	7. Даны показания амперметров: $A - 10$ А; $A_L - 12$ А; $A_C - 4$ А.  Определите показание A_R ампер. 4681012 1.2.3.4.5.
3. Дано:  Какая это цепь?     	8. Дано: $U = 10$ В; $X_L = 6$ Ом; $X_C = 8$ Ом.  Определите показание амперметра, ампер. 23456 1.2.3.4.5.
4. Дана векторная диаграмма цепи.  Укажите, какая это цепь?     	9. Дано: $U = 20$ В; $b_L = 0,3$ $y = 0,5$ См.  Определите показание амперметра, ампер. 87654 1.2.3.4.5.
5. Дано: $u = 2\sin(\omega t + 60^\circ)$ В;  Какова начальная фаза напряжения в градусах? 0-303060-60	10. Дано: $u = 100\sqrt{2}\sin(\omega t + 20^\circ)$ В; $i = 1\sqrt{2}\sin(\omega t - 40^\circ)$ А.  Определите реактивное сопротивление в омах. 10087504030

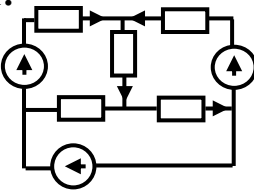
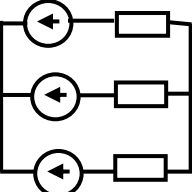
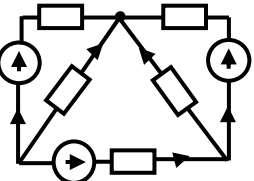
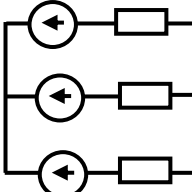
1.	2.	3.	4.	5.	1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

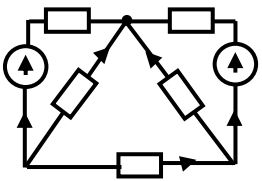
Тема 2.1. Репетиционный тест 2.1

1. Дано: $\dot{U} = 100e^{j37^\circ}$ В. Какова алгебраическая форма записи? 1. $100\cos 37^\circ - j100\sin 37^\circ$ 2. $100 + j37$ 3. $100\sin 37^\circ - j100\cos 37^\circ$ 4. $100\cos 37^\circ + j100\sin 37^\circ$ 5. $100\sin 37^\circ + j100\cos 37^\circ$	6. Дано: $\dot{U} = (-30 + j40)$ В. Какова показательная форма записи ? 1. $\sqrt{30^2 + 40^2} e^{-j\arctg(3/4)}$ 2. $\sqrt{30^2 + 40^2} e^{-j\arctg(4/3)}$ 3. $\sqrt{30^2 + 40^2} e^{j[180^\circ + \arctg(4/3)]}$ 4. $\sqrt{30^2 + 40^2} e^{j[180^\circ - \arctg(4/3)]}$															
2. Дано: $\dot{U} = (-70 + j50)$ В. В каком квадранте комплексной плоскости находится вектор напряжения?  <table><tr><td>I</td><td>II</td><td>III</td><td>IV</td></tr><tr><td>1.</td><td>2.</td><td>3.</td><td>4.</td></tr></table>	I	II	III	IV	1.	2.	3.	4.	7. Дано: $\dot{U} = 120e^{j55^\circ}$ В; $\dot{I} = 6e^{j25^\circ}$ А. Определите реактивное сопротивление двухполюсника, См.  <table><tr><td>1. $20\sin 30^\circ$</td><td>3. $20\cos 30^\circ$</td><td>5. 20</td></tr><tr><td>2. $20\sin 80^\circ$</td><td>4. $20\sin 80^\circ$</td><td></td></tr></table>	1. $20\sin 30^\circ$	3. $20\cos 30^\circ$	5. 20	2. $20\sin 80^\circ$	4. $20\sin 80^\circ$		
I	II	III	IV													
1.	2.	3.	4.													
1. $20\sin 30^\circ$	3. $20\cos 30^\circ$	5. 20														
2. $20\sin 80^\circ$	4. $20\sin 80^\circ$															
3. Дан комплексный ток $\dot{I} = 5e^{-j45^\circ}$ А. Найдите соответствующую ему синусоиду тока. 1. $5\sin(\omega t - 45^\circ)$ 2. $5\sin(\omega t + 45^\circ)$ 3. $5\sqrt{2}\sin(\omega t - 45^\circ)$ 4. $5\sqrt{2}\sin(\omega t + 45^\circ)$ 5. $5\sqrt{2}\sin 45^\circ$	8. Дано: $\dot{I} = (40 + j30)$ А; $\underline{Z} = (3 + j4)$ Ом. Определите показания вольтметра, вольт.  <table><tr><td>90</td><td>100</td><td>120</td><td>160</td><td>250</td></tr><tr><td>1.</td><td>2.</td><td>3.</td><td>4.</td><td>5.</td></tr></table>	90	100	120	160	250	1.	2.	3.	4.	5.					
90	100	120	160	250												
1.	2.	3.	4.	5.												
4. Дана комплексная проводимость цепи $\underline{Y} = 0,01e^{j90^\circ}$ См. Укажите, какая это цепь?  <table><tr><td>1.</td><td>2.</td><td>3.</td><td>4.</td><td>5.</td></tr></table>	1.	2.	3.	4.	5.	9. Дано: $\dot{U} = 10e^{j30^\circ}$ В; $\dot{I} = 1e^{j90^\circ}$ А. Определите активную проводимость двухполюсника, См.  <table><tr><td>1. $0,1\sin 30^\circ$</td><td>3. $0,1\cos 30^\circ$</td><td>5. 0,1</td></tr><tr><td>2. $0,1\cos 90^\circ$</td><td>4. $0,1\cos 60^\circ$</td><td></td></tr></table>	1. $0,1\sin 30^\circ$	3. $0,1\cos 30^\circ$	5. 0,1	2. $0,1\cos 90^\circ$	4. $0,1\cos 60^\circ$					
1.	2.	3.	4.	5.												
1. $0,1\sin 30^\circ$	3. $0,1\cos 30^\circ$	5. 0,1														
2. $0,1\cos 90^\circ$	4. $0,1\cos 60^\circ$															
5. Дано: $G = 0,6$ См; $b = 0,8$ См. Укажите комплексную проводимость цепи $\underline{Y}$ См.  <table><tr><td>1. $0,8 + j6$</td><td>3. $0,6 + j0,8$</td></tr><tr><td>2. $0,8 - j0,6$</td><td>4. $0,6 - j0,8$</td><td>5. $-j1,4$</td></tr></table>	1. $0,8 + j6$	3. $0,6 + j0,8$	2. $0,8 - j0,6$	4. $0,6 - j0,8$	5. $-j1,4$	10. Дано: $\dot{U} = 200$ В; $\dot{I} = (10 + j20)$ А. Определите реактивную мощность двухполюсника, вар.  <table><tr><td>2000</td><td>4000</td><td>5000</td><td>6000</td><td>8000</td></tr><tr><td>1.</td><td>2.</td><td>3.</td><td>4.</td><td>5.</td></tr></table>	2000	4000	5000	6000	8000	1.	2.	3.	4.	5.
1. $0,8 + j6$	3. $0,6 + j0,8$															
2. $0,8 - j0,6$	4. $0,6 - j0,8$	5. $-j1,4$														
2000	4000	5000	6000	8000												
1.	2.	3.	4.	5.												

--	--

Тема 2.2 Тренировочный тест 2.2

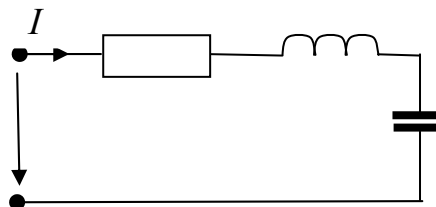
1.  Сколько уравнений надо составить для расчета контурных токов ? 6 5 4 3 2 1. 2. 3. 4. 5.	6. Какое положение лежит в основе метода наложения? 1. Уравнение первого закона Кирхгофа. 2. Уравнение второго закона Кирхгофа. 3. Уравнение баланса мощностей. 4. Теорема об активном двухполюснике. 5. Независимость действия источников.
2.  Сколько уравнений надо составить для расчета цепи методом на основе законов Кирхгофа? 1 2 3 4 5 1. 2. 3. 4. 5.	7. Сколько уравнений надо составить для расчета контурных токов? Их количество равно: 1. Число ветвей цепи. 2. Число узлов цепи. 3. Число контуров цепи. 4. Число независимых контуров цепи. 5. Число источников энергии цепи.
3.  Сколько уравнений надо составить для расчета узловых напряжений? 4 2 5 6 7 1. 2. 3. 4. 5.	8. Укажите неизвестные величины, относительно которых составляется система уравнений по первому и второму законам Кирхгофа? 1. Токи во всех ветвях цепи. 2. Токи в независимых контурах. 3. Токи во внешних контурах. 4. Напряжения между узлами. 5. Токи во всех контурах цепи.
4. Требуется рассчитать цепь по законам Кирхгофа. Чему равно число уравнений, составленных по первому закону Кирхгофа? 1. На единицу меньше числа узлов. 2. На единицу больше числа узлов. 3. Число ветвей цепи. 4. Число контуров цепи.	9.  Сколько уравнений надо составить для расчета контурных токов? 6 5 4 3 2 1. 2. 3. 4. 5.

5. Число узлов цепи.					
5.	Сколько уравнений надо составить для расчета узловых напряжений?				10. Каковы ограничения на применение метода наложения?
					1. Только к цепям постоянного тока.
5	3	2	4	6	2. Только к цепям синусоид. тока.
1.	2.	3.	4.	5.	3. Только к линейным цепям.
					4. Только к нелинейным цепям.
					5. Только к цепям с одним источником.

Тема 3.1. Тренировочный тест 3.1

1. Можно ли получить резонанс в этой цепи, если изменять только величину напряжения?

1. Да.
2. Нет.
3. Не достаточно данных для ответа.

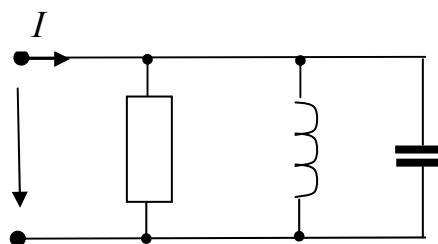


2. Можно ли получить резонанс в цепи, указанной в первом вопросе, если изменять активное сопротивление цепи?

1. Да.
2. Нет.
3. Не достаточно данных для ответа.

3. Какие параметры этой цепи можно изменять, чтобы получить режим резонанса? Укажите правильный и полный ответ.

1. Активное сопротивление.
2. Индуктивность и активное сопротивление.
3. Частоту входного напряжения.
4. Индуктивность и емкость.
5. Частоту входного напряжения, индуктивность и емкость.



4. Чему равно реактивное сопротивление x цепи, представленной на рисунке первого вопроса, при резонансе?

$x = R$,	$x = 0$,	$x = \infty$,	$x = \omega L \cdot 1/\omega C$.
1	2	3	4

5. При каких условиях напряжение на входе цепи, представленной на рисунке первого вопроса, при резонансе может быть меньше напряжения на реактивных элементах?

1. $R > \omega L$. 2. $R < \omega L$. 3. $R = \omega L$. 4. $R = \omega L - 1/\omega C$. 5. $R = 1/\omega C$.

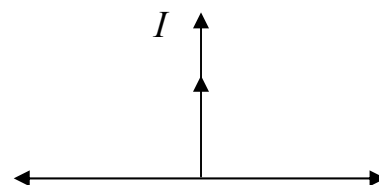
6. При каких условиях в цепи, представленной на рисунке первого вопроса, возникает резонанс?

1. $x = \omega L + 1/\omega C = 0$. 2. $x = \omega L - 1/\omega C = 0$. 3. $x = \omega L - 1/\omega C = \infty$. 4. $R = \omega L$. 5. $R = 1/\omega C$.

7. Для цепи, представленной на рисунке второго вопроса, построена векторная диаграмма для режима резонанса.

Укажите направление вектора входного напряжения.

1. По направлению тока.
2. Вправо перпендикулярно току.
3. Влево перпендикулярно току.



8. Если изменять только частоту напряжения на входе цепи, представленной на рисунке первого вопроса, будет ли при этом изменяться действующее значение входного тока?

1. Нет. 2. Да. 3. Не достаточно данных для ответа.

9. Если изменять только частоту напряжения на входе цепи, представленной на рисунке первого вопроса, будет ли при этом изменяться угол сдвига фаз между током и напряжением на входе цепи?

1. Нет. 2. Да. 3. Не достаточно данных для ответа.

10. При сравнении входного тока и токов в реактивных элементах для цепи, представленной на рисунке второго вопроса, укажите правильный ответ.

1. Больше. 2. Меньше. 3. Равен. 4. Не достаточно данных для ответа.

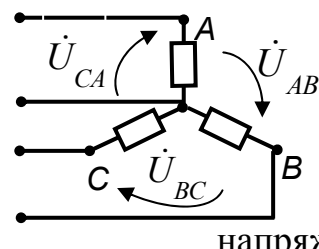
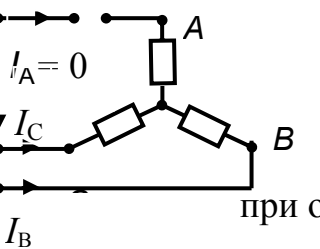
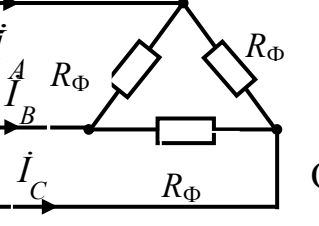
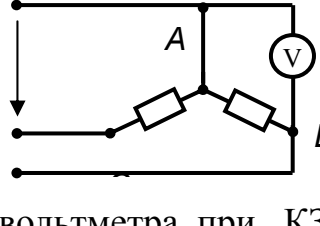
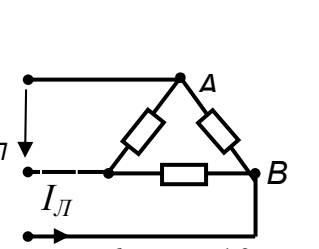
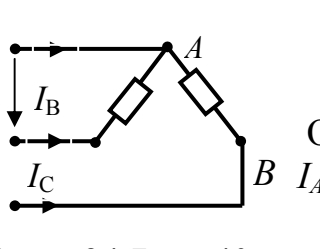
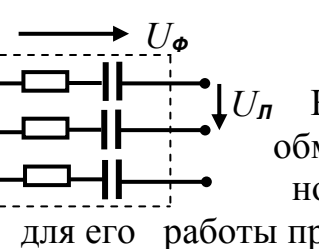
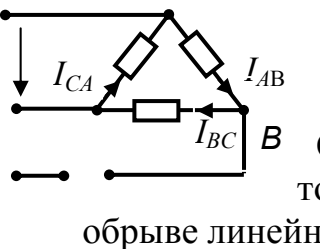
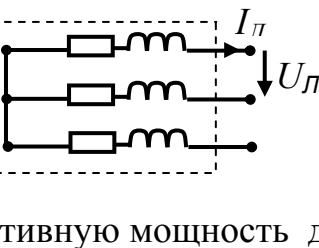
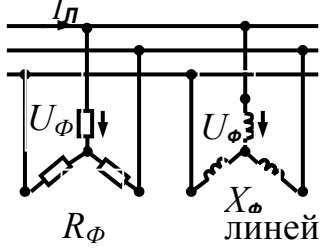
Тема 3.2

Тренировочный тест 3.2

1. Укажите формулу ЭДС самоиндукции катушки 1. $-\frac{d\psi_{L1}}{dt}$ $-\frac{d\psi_{L2}}{dt}$ $-\frac{d\psi_{M12}}{dt}$ $\frac{d\psi_{L1}}{di_1}$ 1. 2. 3. 4.	6. Дано: $U = 100 \text{ В};$ $X_1 = 10 \text{ Ом};$ $X_2 = 20 \text{ Ом};$ $X_M = 10 \text{ Ом}.$ Найдите показание амперметра, ампер. 2 4 6 8 10 1. 2. 3. 4. 5.
2. При каком расположении катушек взаимная индуктивность наибольшая? 1. 2. 3.	7. Дано: $\dot{I}_1 = -j6 \text{ А};$ $\dot{I}_2 = -j2 \text{ А};$ $\underline{Z}_2 = j4 \text{ Ом};$ $\underline{Z}_M = j1 \text{ Ом}.$ Определите показание вольтметра, В. 6 10 14 18 22 1. 2. 3. 4. 5.
3. Укажите вариант встречного включения индуктивно связанных катушек. 1. 2. 3. 4.	8. Дано: $U_1 = 10 \text{ В};$ $E_2 = 5 \text{ В};$ $X_1 = 10 \text{ Ом}.$ Чему равно сопротивление взаимной индуктивности X_M Ом? 2 4 5 6 8 1. 2. 3. 4. 5.
4. Укажите вариант согласного включения индуктивно связанных катушек. 1. 2. 3. 4.	9. Дано: $\dot{I}_1 = j12 \text{ А};$ $\underline{Z}_2 = j6 \text{ Ом};$ $\underline{Z}_M = j1 \text{ Ом}.$ Каково показание амперметра, ампер? 1 2 3 4 5 1. 2. 3. 4. 5.
5. Дано: $X_1 = 4,5 \text{ Ом};$ $X_2 = 2 \text{ Ом};$ $X_M = 1,5 \text{ Ом}.$ Рассчитайте величину коэффициента магнитной связи катушек. 0,9 0,8 0,7 0,6 0,5 1. 2. 3. 4. 5.	10. Дано: $L_1 = 4 \text{ мГн};$ $L_2 = 4 \text{ мГн};$ $M = 2 \text{ мГн}.$ Найдите величину L_3 мГн. 3 2,5 2 1,5 1 1. 2. 3. 4. 5.

Тема 4.1

Тренировочный тест 4.1

1)  Дано: $\dot{U}_{BC} = -j200 \text{ В};$ $\dot{U}_{CA} = j300 \text{ В};$ $\dot{U}_{AB} = ?$ Определите напряжение $\dot{U}_{AB}$, В. 100 $j100$ $j500$ $-j500$ $-j100$ 1. 2. 3. 4. 5.	6.  Дано: $U_L = 200 \text{ В};$ $R = 2 \text{ Ом}.$ Определите I_B при обрыве фазы А. 50 200 100 380 400 1. 2. 3. 4. 5.
2.  Дано: $I_A = j30 \text{ А};$ $I_C = -j10 \text{ А}.$ Определите I, А 10 20 31,6 35 40 1. 2. 3. 4. 5.	7.  Дано: $U_L = 380 \text{ В};$ $R = 22 \text{ Ом}.$ Определите показание вольтметра при КЗ фазы А, В. 100 127 190 220 380 1. 2. 3. 4. 5.
3.  Дано: $U_L = 380 \text{ В};$ $I_L = 38 \text{ А}.$ Найдите сопротивление фазы R_Φ, Ом. 8 6 10 17,3 22 1. 2. 3. 4. 5.	8.  Дано: $U_L = 660 \text{ В};$ $R = 33 \text{ Ом}.$ Определите ток I_A при обрыве фазы ВС. 20 34,7 40 60 120 1. 2. 3. 4. 5.
4.  Дано: $U_\Phi = 380 \text{ В};$ $U_L = ?$ Как соединить обмотки трехфазного приемника для его работы при $U_L = 660 \text{ В}$? треугол. параллел. звездой последов. 1. 2. 3. 4.	9.  Дано: $U_L = 440 \text{ В};$ $R = 11 \text{ Ом}.$ Определите ток I_{AB} при обрыве линейного провода В. 10 15 20 33 40 1. 2. 3. 4. 5.
5.  Дано: $U_L = 380 \text{ В};$ $I_L = 10 \text{ А};$ $\cos \varphi = 0,8.$ Определите активную мощность двигателя, кВт. 5,26 7,25 9,12 11,4 15,2 1. 2. 3. 4. 5.	10.  Дано: $U_\Phi = 120 \text{ В};$ $X_\Phi = 40 \text{ Ом};$ $R_\Phi = 30 \text{ Ом}.$ Определите линейный ток I_L, А. 8 7 6 5 4 1. 2. 3. 4. 5.

Тема 4.2, 4.3.

Тренировочный тест 4.2

1. Что лежит в основе метода симметричных составляющих?

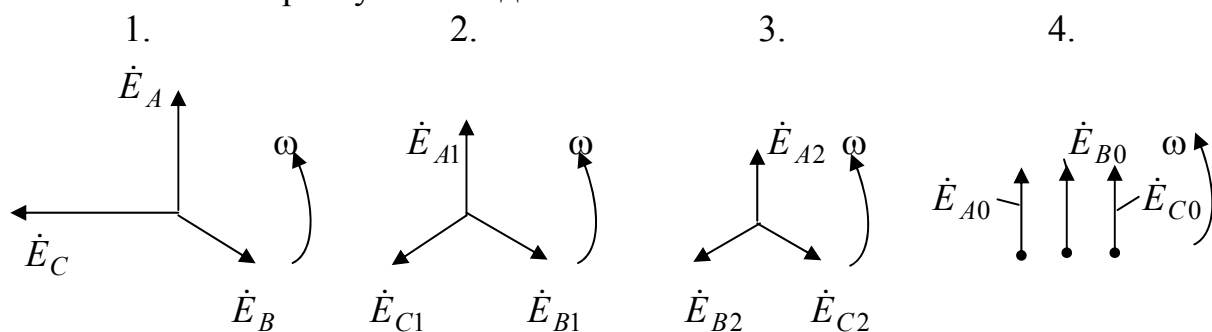
1. Разложение несимметричных трехфазных систем ЭДС, токов и напряжений на три симметричные составляющие: прямую, обратную и нулевую последовательности.

2. Замена трех симметричных составляющих прямой, обратной и нулевой последовательностей на одну несимметричную систему.

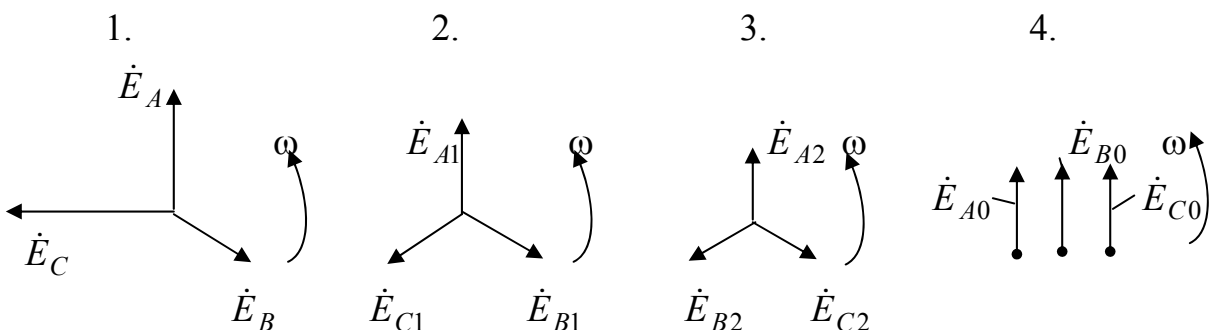
3. Замена несимметричной системы одной эквивалентной симметричной системой прямой последовательности.

4. Замена несимметричной нагрузки (не равной друг другу) эквивалентной симметричной.

2. Укажите обратную последовательность.



3. Укажите нулевую последовательность.



4. Что позволяет определить данная система уравнений?

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_{A1} &= (1/3) (\dot{E}_A + a\dot{E}_B + a^2\dot{E}_C) \\ \dot{E}_{A2} &= (1/3) (\dot{E}_A + a^2\dot{E}_B + a\dot{E}_C) \\ \dot{E}_{A0} &= (1/3) (\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C) \end{aligned} \right\}$$

1. Реальную несимметричную систему ЭДС (а также по этому образцу несимметричную систему токов и напряжений) по ее симметричным составляющим.

2. Симметричные составляющие прямой, обратной и нулевой последовательностей для любой известной (заданной) несимметричной системы ЭДС.

3. Линейные напряжения.

4. Фазные напряжения.

5. Какие линии называются однородными?

1. Линии, у которых параметры распределены равномерно по их длине.

2. Линии, у которых параметры распределены неравномерно по их длине.

3. Линии, которые описываются однородными дифференциальными уравнениями.

4. Линии, у которых параметры все линейные.

6. От чего зависит коэффициент затухания α и коэффициент фазы β ?

1. Только от параметров линии.

2. Только от частоты входного напряжения.

3. От параметров линии и от частоты входного напряжения.

4. Только от длины линии.

7. Величина $\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \alpha + j\beta$ называется:

1. Коэффициентом затухания;

2. Коэффициентом фазы;

3. Коэффициентом распространения;

4. Волновым сопротивлением.

8. Волновое сопротивление относится ко вторичным параметрам?

1. Да. 2. Нет. 3. Ответ зависит от частоты входного напряжения.

9. Какое соотношение для параметров α и β правильное?

1. $\alpha > 0, \beta < 0$. 2. $\alpha < 0, \beta < 0$. 3. $\alpha > 0, \beta > 0$. 4. $\alpha < 0, \beta > 0$.

10. Зависят ли вторичные параметры от первичных параметров?

1. Да.

2. Нет.

3. Зависят только на частотах входного напряжения больше 1 МГц.

4. Зависят только на низких частотах входного напряжения.

4.4. Итоговый контроль

№ п.п	Вопросы к экзамену и теоретическому зачету [*]
1	Электрический ток и напряжение. Мгновенная мощность
2	Идеальные элементы – сопротивление, индуктивность, емкость
3	Соотношение между током и напряжением в идеальных элементах цепи
4	Закон Ома и законы Кирхгофа для цепей постоянного тока
5	Расчет простых цепей постоянного тока
6	Расчет сложных цепей постоянного тока непосредственно по 1-му и 2-му законам Кирхгофа
7	Баланс мощностей цепи постоянного тока
8	Векторные диаграммы и их применение к расчету цепей синусоидального тока
9	Действующие значения синусоидальных токов и напряжений
10	Элементы в цепи синусоидального тока
11	Цепь с последовательным соединением R, L, C при синусоидальном напряжении
12	Цепь с параллельным соединением R, L, C при синусоидальном напряжении
13	Мощность цепи синусоидального тока
14	Комплексный метод расчета простых цепей синусоидального тока
15	Метод контурных токов
16	Метод узловых напряжений (узловых потенциалов)
17	Метод эквивалентного источника
18	Метод наложения
19	Баланс мощностей цепи синусоидального тока
20	Резонанс в последовательной цепи из элементов R, L, C (резонанс напряжений)
21	Резонанс в параллельной цепи из элементов R, L, C (резонанс токов)
22	Особенности расчета цепей синусоидального тока при наличии взаимных индуктивностей
23	Цепь с трансформаторной связью между катушками
24	Соединение трехфазной цепи звездой
25	Соединение трехфазной цепи треугольником
26	Мощность трехфазной цепи
27	Метод симметричных составляющих
28	Цепи с распределенными параметрами

^{*} Вопросы к зачету по лабораторным работам приведены в конце каждой лабораторной работы

Правильные ответы на тренировочные тесты текущего контроля

№ теста	Раздел, тема	Номер вопроса / Номера правильных ответов										
		Номер вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.1	Раздел 1, тема 1.1	Правильный ответ	3	3	1	1	4	2	4	5	5	2
		Правильный ответ	2	1	3	1	4	5	3	5	5	3
1.2	Раздел 1, тема 1.2	Правильный ответ	1	1	5	1	4	3	2	4	1	3
1.3	Раздел 1, тема 1.3	Правильный ответ	4	2	3	5	3	2	1	5	4	2
2.1	Раздел 2, тема 2.1	Правильный ответ	4	3	2	1	3	5	3	1	5	3
2.2	Раздел 2, тема 2.2	Правильный ответ	2	2	5	2	2	2	1	2	2	4
3.1	Раздел 3, тема 3.1	Правильный ответ	1	1	2	4	5	5	3	3	2	1
3.2	Раздел 3, тема 3.2	Правильный ответ	5	2	4	3	1	5	5	2	3	4
4.1	Раздел 4, тема 4.1	Правильный ответ	1	3	4	2	1	3	3	1	3	1
4.2	Раздел 4, тема 4.2	Правильный ответ										

Содержание

1. Информация о дисциплине	3
1.1. Предисловие.....	3
1.2. Содержание дисциплины.....	6
2. Рабочие учебные материалы.....	7
2.1. Рабочая программа.....	7
2.2. Тематический план дисциплины.....	16
2.3. Структурно-логическая схема дисциплины.....	26
2.4. Временной график изучения дисциплины.....	27
2.5. Практический блок.....	27
2.6. Рейтинговая система оценки знаний при использовании ДОТ.....	32
3. Информационные ресурсы дисциплины.....	33
3.1. Библиографический список.....	33
3.2. Опорный конспект.....	34
Введение.....	34
<i>Раздел 1. Электрические цепи при постоянном токе.....</i>	<i>34</i>
<i>Раздел 2. Методы расчета электрических цепей</i>	<i>70</i>
<i>Раздел 3. Резонанс. Индуктивно связанные цепи</i>	<i>93</i>
<i>Раздел 4. Трехфазные цепи. Цепи с распределенными параметрами</i>	<i>104</i>
Глоссарий.....	138
3.3. Технические и программные средства обеспечения дисциплины....	144
3.4. Методические указания к выполнению лабораторных работ.....	144
3.5. Методические указания к проведению практических занятий.....	216
4. Блок контроля освоения дисциплины.....	228
4.1. Задание на контрольную работу и методические указания к ее выполнению.....	229
4.2. Текущий контроль	283
4.3. Итоговый контроль.....	294

Виноградов Александр Леонидович
Синдаловский Борис Евгеньевич

Теоретические основы электротехники.
Стационарные процессы в линейных электрических цепях

Учебно-методический комплекс

Редактор И.Н. Садчикова

Сводный темплан 2008 г.

Лицензия ЛР № 020308 от 14.02.97

Санитарно-эпидемиологическое заключение № 78.01.07.953.П.005641.11.03 от 21.11.2003 г.

Подписано в печать

Б.кн.-журн.

Тираж

П.л.

Формат 60 x 84 1/16

Бл. Изд-во СЗТУ

Заказ

**Северо - Западный государственный заочный технический
университет**

Издательство СЗТУ, член Издательско-полиграфической ассоциации
университетов России

191186, Санкт-Петербург, Миллионная, 5