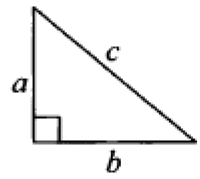
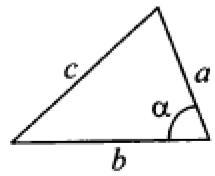
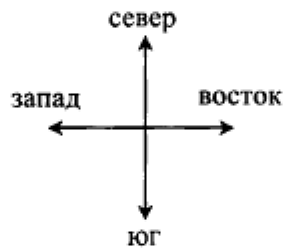
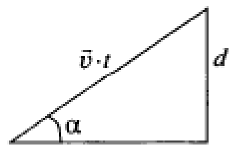
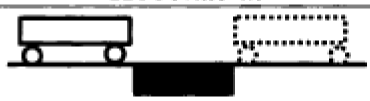
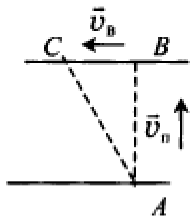
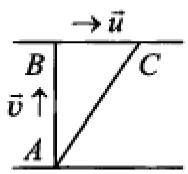
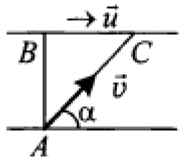
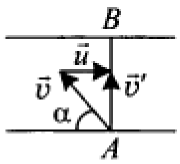
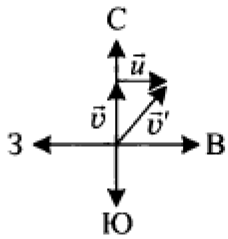
Подсказки к задачам

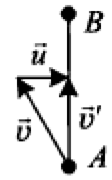
Длина гипотенузы по теореме Пифагора $$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$	
Сторона треугольника по теореме косинусов $$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha}$$	
Длина окружности $$l = 2\pi R = \pi d$$	R, d — радиус и диаметр окружности
Длина дуги $$l = \frac{\pi R}{180°}\cdot\alpha° \text{ или } l = \eta 2\pi R$$	η — часть окружности
Направления движения	

Задачи	*Подсказки*
1. Пешеход переходил дорогу со скоростью $\vec{v}$ по прямой, составляющей угол α с направлением дороги, в течение времени t. Определите ширину дороги d.	 Надо воспользоваться свойством прямоугольного треугольника $$d = v\cdot t\cdot\sin\alpha$$

Задачи	*Подсказки*
2. Поезд, длина которого $l_п$, равномерно движется по мосту со скоростью $\vec{v}$. За какое время поезд пройдет мост, если его длина $l_м$?	 *Учтите*: движение по мосту начинается, когда головной вагон заезжает на мост, а заканчивается, когда хвостовой вагон с моста съезжает $$t = \frac{l_п + l_м}{v}$$
3. Вагон шириной *AB*, движущийся со скоростью $\vec{v}_в$, был пробит пулей, летевшей перпендикулярно направлению движения вагона. Смещение отверстий в стенах вагона относительно друг друга *BC*. Найдите скорость пули $\vec{v}_п$.	 *Учтите*: время полёта пули внутри вагона равно времени движения поезда $$\frac{AB}{v_п} = \frac{BC}{v_в}$$

Задачи	*Подсказки*
1. Катер двигался со скоростью $\vec{v}$ перпендикулярно течению реки в системе отсчёта, связанной с водой. На сколько будет снесён катер течением, если скорость течения реки $\vec{u}$ и её ширина *AB*?	**Переправа**  *Учтите*: время движения лодки и течения одинаково $$\frac{AB}{v} = \frac{BC}{u} \Rightarrow BC = \frac{AB \cdot u}{v}$$

Задачи	*Подсказки*
2. Моторная лодка развивает скорость $\vec{v}$. За какое минимальное время лодка может пересечь реку шириной AB при скорости реки $\vec{u}$?	**Минимальное время**  *Учтите*: время движения лодки $t = \dfrac{AB}{v \sin\alpha}$; оно минимально, если $\alpha = 90°$, т.е. $\vec{v} \perp AB$, поэтому $t_{\min} = \dfrac{AB}{v}$
3. Моторная лодка, имеющая собственную скорость $\vec{v}$, должна переправиться через реку по кратчайшему пути. Под каким углом к берегу следует направлять лодку, если скорость течения реки $\vec{u}$?	**Кратчайший путь *AB***  $\vec{v}' \uparrow\uparrow AB$, $v' = \sqrt{v^2 - u^2}$, собственная скорость лодки направлена под углом α к берегу $\cos\alpha = \dfrac{u}{v}$
4. Вертолёт летел на север со скоростью $\vec{v}$ относительно земли. С какой скоростью относительно земли будет лететь вертолёт, если подует западный ветер со скоростью $\vec{u}$?	 *Учтите*: название ветра говорит о том, откуда он дует $v' = \sqrt{v^2 + u^2}$

Задачи	Подсказки
5. В безветренную погоду самолёт затрачивает на перелёт между городами A и B t ч. На сколько увеличится время полёта, если будет дуть боковой ветер со скоростью $\vec{u}$ перпендикулярно линии полёта? Скорость самолёта относительно воздуха $\vec{v}$.	 *Учтите:* самолёт не должен отклоняться от заданного курса $t = \frac{AB}{v}$, $t' = \frac{AB}{v'} = \frac{AB}{\sqrt{v^2 - u^2}}$

Советы для решения задач на определение относительной скорости

• При решении задач на определение относительной скорости можно не переводить единицы измерения в СИ, но в рамках одной задачи время, скорость и путь должны быть согласованы между собой.

Задачи	Подсказки
1. В течение какого времени пассажир, стоящий у окна поезда, идущего со скоростью $\vec{v}_1$, будет видеть проходящий *мимо* него встречный поезд, скорость которого $\vec{v}_2$, а длина l?	**Время движения мимо окна (или пассажира)** $t = \frac{l}{v_1 \pm v_2}$ «+» встречный поезд, «–» попутный поезд В этой задаче $t = \frac{l}{v_1 + v_2}$
2. По параллельным железнодорожным путям в одном направлении следует товарный поезд длиной l_1 со скоростью $\vec{v}_1$ и электропоезд длиной l_2 со скоростью $\vec{v}_2$. В течение какого времени электропоезд будет *обгонять* товарный? Движение поездов считайте равномерным.	**Время движения одного поезда мимо другого** $t = \frac{l_1 + l_2}{v_{отн}}$ *Учтите:* обгон начинается, когда головной вагон электропоезда достигает хвостового вагона товарного, а заканчивается, когда хвостовой вагон электропоезда «покидает» головной вагон товарного. В этой задаче $t = \frac{l_1 + l_2}{v_2 - v_1}$

Средняя скалярная скорость и модуль средней векторной скорости

$$\upsilon_{ср} \geq \left|\vec{\upsilon}_{ср}\right|$$

Советы и подсказки для решения задач на определение средней скорости

- В рамках одной задачи единицы измерения следует согласовать.

Первую треть времени…, оставшееся время… $t_1 = \frac{t}{3}; t_2 = \frac{2t}{3}$	Три четверти времени…, оставшееся время… $t_1 = \frac{3t}{4}; t_2 = \frac{t}{4}$	Первую половину пути..., вторую половину пути… $l_1 = \frac{l}{2};\ l_2 = \frac{l}{2}$
40 % пути..., оставшийся путь... $l_1 = 0,4l$; $l_2 = 0,6l$	Велосипедист отдыхал $\upsilon_п = 0, l_п = 0, t_п \neq 0$	Автомобиль разгружали $\upsilon_п = 0, l_п = 0, t_п \neq 0$
Известно время прохождения отдельных участков пути и скорости движения на этих участках $\upsilon_{ср} = \frac{\upsilon_1 t_1 + \upsilon_2 t_2}{t_1 + t_2}$	Известны значения отдельных участков пути и скорости на этих участках $\upsilon_{ср} = \frac{l_1 + l_2}{\frac{l_1}{\upsilon_1} + \frac{l_2}{\upsilon_2}}$	Если в задаче речь идёт о части времени, то всё время обозначаем t. Выражаем весь путь, учитывая скорости движения и интервалы времени. $\upsilon_{ср} = \frac{\upsilon_1 t_1 + \upsilon_2 t_2}{t}$
Если в задаче речь идёт о части пути, то весь путь обозначаем l. Выражаем всё время движения, учитывая скорости на отдельных участках $\upsilon_{ср} = \frac{l}{\frac{l_1}{\upsilon_1} + \frac{l_2}{\upsilon_2}}$	Известны скорости на первой (υ_1) и второй половине пути (υ_2) $\upsilon_{ср} = \frac{2\upsilon_1 \upsilon_2}{\upsilon_1 + \upsilon_2}$	1. Тело движется равноускоренно и прямолинейно $\upsilon_{ср} = \frac{\upsilon_0 + \upsilon}{2}$ 2. Известны скорости за равные интервалы времени $\upsilon_{ср} = \frac{\upsilon_1 + \upsilon_2}{2}$

Подсказки к задачам на равноускоренное прямолинейное движение

<table>
<tr><td>Тело движется из состояния покоя</td><td>Поезд отходит от станции</td><td>Ракета стартует</td><td>Пуля в начале ствола винтовки</td></tr>
<tr><td colspan="4">$\upsilon_0 = 0$; $a > 0$</td></tr>
<tr><td>Тело тормозит</td><td>Поезд подходит к станции</td><td>Тело совершает аварийную остановку</td><td rowspan="2">Скорость тела увеличилась в n раз
$\upsilon = n\upsilon_0$</td></tr>
<tr><td colspan="3">$\upsilon = 0$; $a < 0$</td></tr>
<tr><td>Скорость уменьшилась в n раз
$\upsilon = \upsilon_0 / n$</td><td>Скорость увеличилась на 2 м/с
$\upsilon = \upsilon_0 + 2$</td><td>Скорость уменьшилась на 4 м/с
$\upsilon = \upsilon_0 - 4$</td><td>Во сколько раз увеличилась скорость?
υ / υ_0</td></tr>
<tr><td>Во сколько раз уменьшилась скорость?
υ_0 / υ</td><td>Как изменилась скорость?
υ / υ_0</td><td>На сколько увеличилась скорость?
$\upsilon - \upsilon_0$</td><td>На сколько уменьшилась скорость?
$\upsilon_0 - \upsilon$</td></tr>
<tr><td>На сколько процентов увеличилась скорость?
$\frac{\upsilon - \upsilon_0}{\upsilon_0} \cdot 100\%$</td><td>На сколько процентов уменьшилась скорость?
$\frac{\upsilon_0 - \upsilon}{\upsilon_0} \cdot 100\%$</td><td>Тело покоится
$\upsilon_0 = 0$
$a = 0$</td><td>Модуль ускорения — всегда положительная величина</td></tr>
</table>

Перемещение в *n*-ю секунду равноускоренного прямолинейного движения

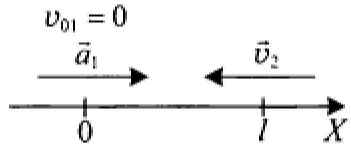
$$s_n = s(n) - s(n-1),$$

где $s(n) = \upsilon_0 n \pm \frac{an^2}{2}$; $s(n-1) = \upsilon_0 (n-1) \pm \frac{a(n-1)^2}{2}$.

Алгоритм решения задач на определение места и времени встречи двух тел, движущихся по прямой

Задача. Из пункта A начинает движение автобус с ускорением $\vec{a}_1$. Одновременно с ним из пункта B навстречу автобусу выезжает автомобиль с постоянной скоростью $\vec{\upsilon}_2$. На каком расстоянии от пункта A состоится их встреча? Расстояние между пунктами A и B равно l.

1. Сделать чертёж, на нём указать ось координат, начальные координаты тел, направление начальных скоростей и ускорений.



2. Составить уравнения координат для каждого тела, используя формулу: $x = x_0 + \upsilon_{0x}t + \dfrac{a_x t^2}{2}$.

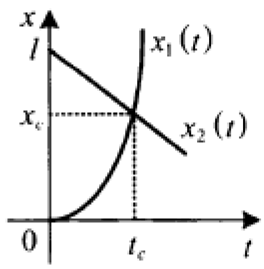
Для первого тела: $x_1 = 0 + \upsilon_{01}t + \dfrac{a_1 t^2}{2} = \dfrac{a_1 t^2}{2}$.

Для второго тела: $x_2 = l - \upsilon_2 t$.

3. Решить задачу.

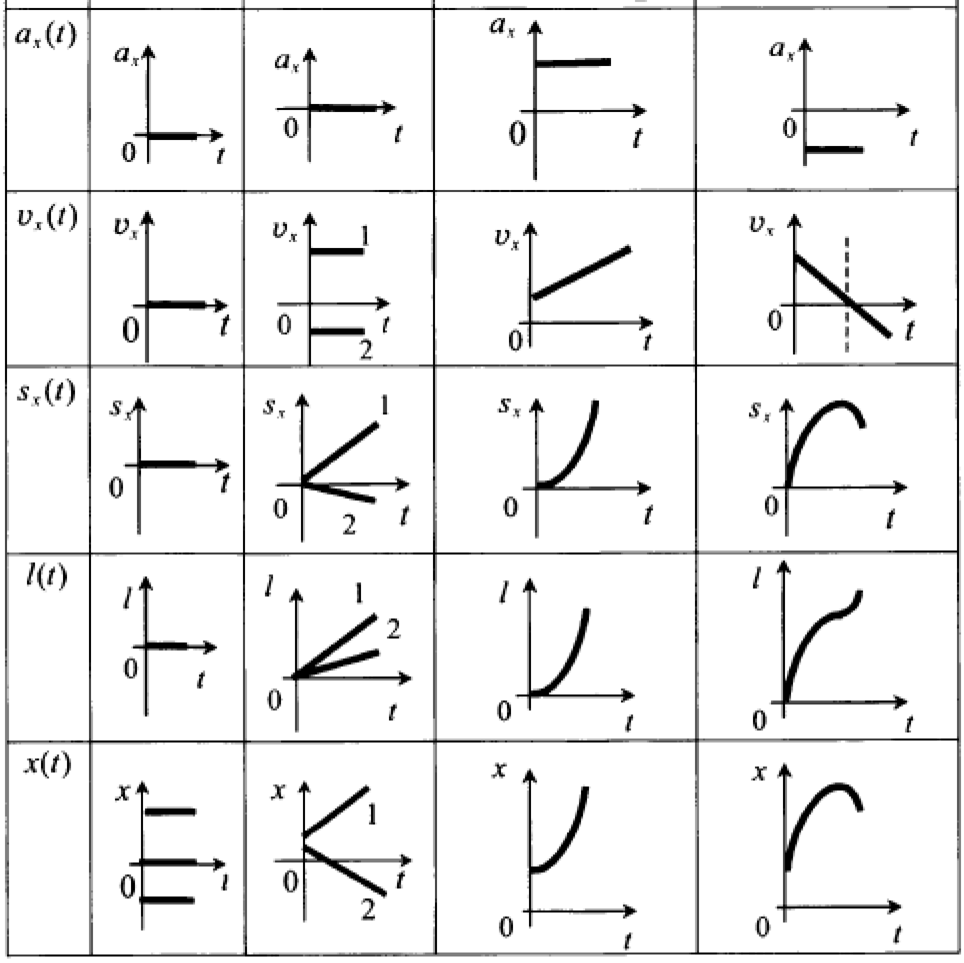
а) *Аналитический способ:* приравняв уравнения координат $x_1 = x_2$, найти время встречи t_C. Подставив время встречи в любое уравнение координаты, найти место встречи x_C.

б) *Графический способ:* построить графики координат для двух тел, найти точку их пересечения, определить время встречи t_C и координату встречи x_C.



Графики кинематических величин прямолинейного движения

	Покой	Равномерное движение	Равноускоренное движение	Равнозамедленное движение
	$a_x = 0$ $\upsilon_x = 0$ $s_x = 0$ $x = x_0$	$a_x = 0$ $\upsilon_x = \text{const}$ $s_x = \upsilon_x t$ $x = x_0 + \upsilon_x t$ $\vec{\upsilon}_1 \uparrow\uparrow OX$ $\vec{\upsilon}_2 \uparrow\downarrow OX$	$a_x = \text{const}$, $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}_0, \vec{\upsilon}_0 \uparrow\uparrow OX$ $\upsilon_x = \upsilon_0 + at$ $s_x = \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2}$ $x = x_0 + \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2}$	$a_x = \text{const}$, $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{\upsilon}_0, \vec{\upsilon}_0 \uparrow\uparrow OX$ $\upsilon_x = \upsilon_0 - at$ $s_x = \upsilon_0 t - \frac{at^2}{2}$ $x = x_0 + \upsilon_0 t - \frac{at^2}{2}$



Учтите: путь $l(t)$ всегда возрастающая функция.

Уравнение координаты при свободном падении позволяет определить кинематические величины свободного падения даже в тех случаях, когда направление движения изменяется.

Уравнение координаты позволяет определить высоту тела в любой момент времени $y = y_0 + \upsilon_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2}$.

Уравнение скорости $\upsilon_y = \upsilon_{0y} + g_y t$.

Слова-подсказки: «в момент падения на землю» — $y = 0$; «тело бросают от земли» — $y_0 = 0$; «тело падает без начальной скорости» или «свободно падает» — $\upsilon_0 = 0$; «тело достигло наибольшей высоты» — $\upsilon = 0$.

Советы по выполнению чертежа

1) Ось OY направить вверх (начало координат совпадает с уровнем земли или с самой нижней точкой траектории).

2) Отметить начальные и конечные координаты тела.

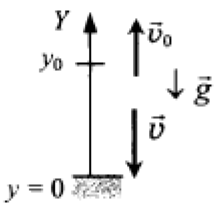
3)Указать направления векторов ускорения свободного падения $\vec{g}$, начальной скорости $\vec{\upsilon}_0$ и конечной скорости $\vec{\upsilon}$.

Помните: для определения знаков проекций скорости и ускорения надо сравнивать направления этих векторов с направлением оси OY.

1. Свободное падение на землю с некоторой высоты (начальная скорость направлена вверх)

Уравнение координаты: $0 = y_0 + \upsilon_0 t_{пад} - \frac{g t_{пад}^2}{2}$.

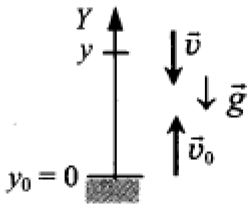
Уравнение скорости: $-\upsilon = \upsilon_0 - g t_{пад}$



2. Тело подбросили от земли и поймали на некоторой высоте.

Уравнение координаты: $y = \upsilon_0 t - \frac{g t^2}{2}$.

Уравнение скорости: $-\upsilon = \upsilon_0 - g t$

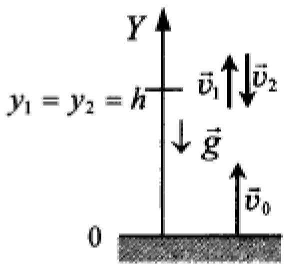


3. Тело подбросили от земли, на одной и той же высоте оно побывало дважды.

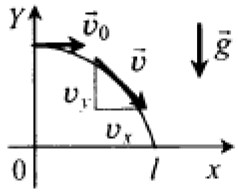
Уравнение координаты для первого прохождения h: $y_1 = \upsilon_0 t_1 - \frac{g t_1^2}{2}$.

Уравнение координаты для второго прохождения h: $y_2 = \upsilon_0 t_2 - \frac{g t_2^2}{2}$.

Интервал времени между моментами прохождения высоты h: $\Delta t = t_2 - t_1$.

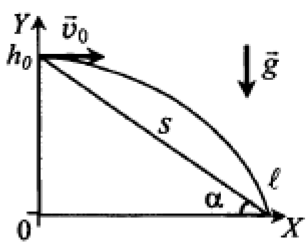


Горизонтальный бросок

	
Проекции начальной скорости	$v_{0x} = v_0$; $v_{0y} = 0$
Проекции ускорения свободного падения	$g_x = 0$; $g_y = -g$
Проекции мгновенной скорости	$v_x = v_0$; $v_y = -gt$
Модуль мгновенной скорости $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$	$v = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}$
Минимальная скорость	$v_{\min} = v_0$
Максимальная скорость (конечная скорость при падении)	$v_{\max} = v$
Горизонтальное смещение $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{g_x t^2}{2}$	$x = v_0 t$
Мгновенная высота $y = y_0 + v_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2}$	$y = h_0 - \frac{gt^2}{2}$
Время падения ($y = 0$)	$t_{\text{пад}} = \sqrt{\frac{2h_0}{g}}$
Дальность полёта	$l = v_0 t_{\text{пад}} = v_0\sqrt{\frac{2h_0}{g}}$

Частный случай горизонтального броска

Бросок с горы



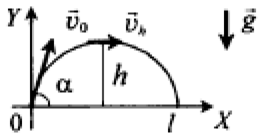
α — угол наклона плоскости к горизонту,

s — расстояние от места бросания до места падения.

Из рисунка видно: дальность полёта $l = s\cos\alpha$

начальная высота $h_0 = s\sin\alpha$

Бросок под углом к горизонту

	
Проекции начальной скорости	$v_{0x} = v_0 \cos\alpha$ $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$
Проекции ускорения свободного падения	$g_x = 0$ $g_y = -g$
Проекции мгновенной скорости	$v_x = v_0 \cos\alpha$ $v_y = v_0 \sin\alpha - gt$
Модуль мгновенной скорости	$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$
Минимальная скорость, скорость в верхней точке траектории	$v_{\min} = v_0 \cos\alpha = v_h$
Максимальная скорость, начальная скорость, конечная скорость	$v_{\max} = v_0 = v$
Горизонтальное смещение $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{g_x t^2}{2}$	$x = v_0 \cos\alpha t$
Мгновенная высота $y = y_0 + v_{0y}t + \frac{g_y t^2}{2}$	$y = v_0 \sin\alpha t - \frac{gt^2}{2}$
Время подъёма ($v_y = 0$)	$t_{\text{под}} = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$
Полное время (время полёта)	$t_{\text{полн}} = 2t_{\text{под}} = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$
Наибольшая высота подъёма	$h = \frac{v_0{}^2 \sin^2\alpha}{2g}$
Дальность полёта	$l = \frac{v_0^2 2\sin\alpha\cos\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

Частный случай броска под углом к горизонту

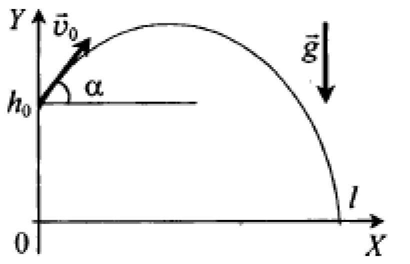
Бросок с некоторой высоты

Уравнение координаты x

$$x = \upsilon_0 \cos\alpha t$$

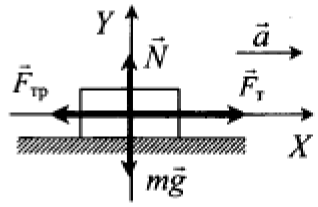
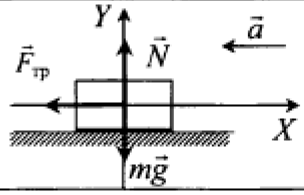
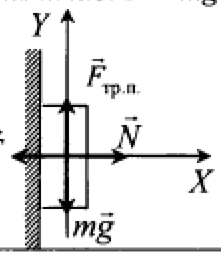
Уравнение координаты y

$$y = h_0 + \upsilon_0 \sin\alpha t - \frac{gt^2}{2}$$

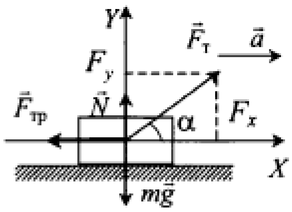
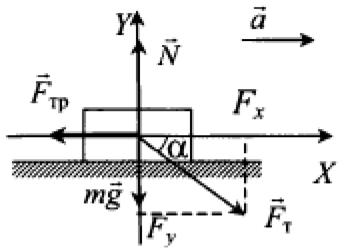


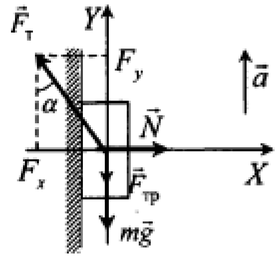
	Сила тяжести	Ускорение свободного падения	Скорость кругового движения	Период обращения спутника
Второй закон Ньютона		$a_{\text{ц.с.}} = g$ $\frac{GMm}{(R+H)^2} = mg$	$a_{\text{ц.с.}} = \frac{\upsilon^2}{r}$ $\frac{GMm}{(R+H)^2} = \frac{m\upsilon^2}{R+H}$	$a_{\text{ц.с.}} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$ $\frac{GMm}{(R+H)^2} = \frac{m4\pi^2(R+H)}{T^2}$
На высоте $H \neq 0$; $r = R + H$	$F_{\text{тяж}} = \frac{GMm}{(R+H)^2} = \frac{GMm}{r^2}$	$g = \frac{GM}{(R+H)^2} = \frac{GM}{r^2}$	$\upsilon = \sqrt{\frac{GM}{R+H}} = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ $\upsilon = \sqrt[3]{\frac{2\pi GM}{T}}$	$T = 2\pi\sqrt{\frac{(R+H)^3}{GM}} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$
На поверхности планеты $H = 0$	$F_{\text{тяж}} = mg_0 = \frac{GMm}{R^2}$	$g_0 = \frac{GM}{R^2}$	$\upsilon_I = \sqrt{\frac{GM}{R}}$	$T = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$
С учётом плотности планеты $H = 0$; $M = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$		$g_0 = \frac{4}{3} G\pi R\rho$	$\upsilon_I = 2R\sqrt{\frac{G\rho\pi}{3}}$	$T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}$
Если не указана масса планеты, то $GM = g_0 R^2$, $H \neq 0$			$\upsilon = \sqrt{\frac{g_0 R^2}{(R+H)}} = \sqrt{\frac{g_0 R^2}{r}}$	$T = 2\pi\sqrt{\frac{(R+H)^3}{g_0 R^2}} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{g_0 R^2}}$
Для Земли		$g_0 = 9{,}8$ м/с^2 $\approx$ ≈ 10 м/с^2	$\upsilon_I = 7{,}9$ км/с	$T = 24$ ч $= 86\ 400$ с Стационарный спутник $T_{\text{спутника}} = T_{\text{планеты}}$

Движение с учётом силы трения

1. Равноускоренное движение по горизонтали *Второй закон Ньютона в векторной форме:* $m\vec{g}+\vec{N}+\vec{F}_т+\vec{F}_{тр}=m\vec{a}$ $OX: F_т-F_{тр}=ma$; $OY: N-mg=0$	
2. Равнозамедленное движение *Второй закон Ньютона в векторной форме:* $m\vec{g}+\vec{N}+\vec{F}_{тр}=m\vec{a}$ $OX: -F_{тр}=-ma$; $OY: N-mg=0$	
3. Тело прижали к вертикальной стене *Второй закон Ньютона в векторной форме:* $m\vec{g}+\vec{N}+\vec{F}+\vec{F}_{тр.п.}=m\vec{a}$ $OX: N-F=0$; $OY: F_{тр.п}-mg=0$	*Внимание:* $N \neq mg$ 

Совет. Будьте внимательны в тех случаях, когда сила тяги направлена под углом к поверхности, по которой происходит движение. Сначала следует разложить эту силу на проекции вдоль осей OX и OY. *Помните*, что в этих случаях $N \neq mg$.

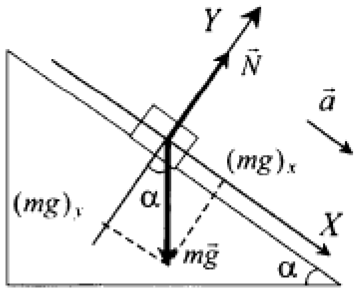
4. Сила тяги направлена под углом к горизонту (вверх) *Второй закон Ньютона в векторной форме:* $m\vec{g}+\vec{N}+\vec{F}_т+\vec{F}_{тр}=m\vec{a}$ $OX: F_т\cos\alpha-F_{тр}=ma$ $OY: F_т\sin\alpha+N-mg=0$	*Внимание:* $N \neq mg$ 
5. Сила тяги направлена под углом к горизонту (вниз) *Второй закон Ньютона в векторной форме:* $m\vec{g}+\vec{N}+\vec{F}_т+\vec{F}_{тр}=m\vec{a}$ $OX: F_т\cos\alpha-F_{тр}=ma$ $OY: N-F_т\sin\alpha-mg=0$	*Внимание:* $N \neq mg$ 

6. Подъём под действием силы тяги, образующей угол с вертикалью *Второй закон Ньютона в векторной форме:* $m\vec{g}+\vec{N}+\vec{F}_т+\vec{F}_{тр}=m\vec{a}$ $OX: N-F_т\sin\alpha=0$ $OY: F_т\cos\alpha-F_{тр}-mg=ma$	*Внимание:* $N \neq mg$ 

Подсказки

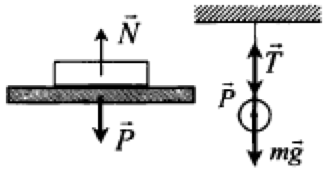
Проекции силы тяжести	$(mg)_x = mg\sin\alpha$; $(mg)_y = mg\cos\alpha$
Косинус угла наклона	$\cos\alpha = \frac{b}{l}$; $\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha}$
Синус угла наклона (уклон)	$\sin\alpha = \frac{h}{l}$
Тангенс угла наклона	$\operatorname{tg}\alpha = \frac{h}{b}$

Движение по наклонной плоскости

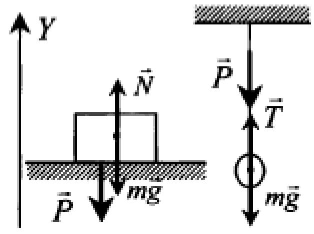
1. Движение вниз без трения *Второй закон Ньютона в векторной форме:* $m\vec{g}+\vec{N}=m\vec{a}$ $OX: mg\sin\alpha = ma$ $OY: N-mg\cos\alpha=0$	

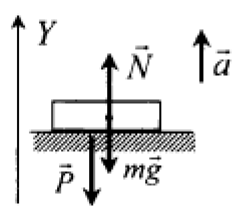
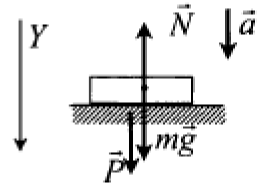
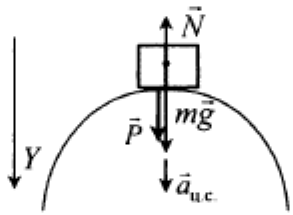
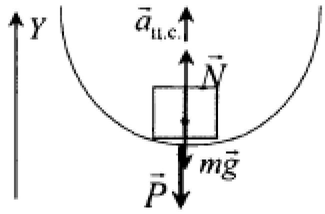
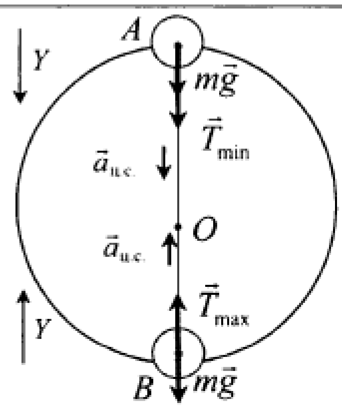
Вес тела

Вес тела — сила, с которой тело вследствие притяжения к Земле действует на опору или подвес (сила, с которой тело давит на опору или растягивает подвес), относится к силам *электромагнитной* природы. Измеряется *динамометром*. Единица измерения — ньютон (Н).

Точка приложения — точка опоры или подвеса	
Направление	Вес имеет направление, противоположное силе реакции опоры или силе натяжения нити $\vec{P} \uparrow\downarrow \vec{N}\,; \vec{P} \uparrow\downarrow \vec{T}$
Способ определения модуля веса	По третьему закону Ньютона, $P = N$, или $P = T$, или $P = F_{упр}$
Вес тела, если тело и опора (подвес) неподвижны	$P_0 = mg$
Невесомость	$P = 0$
Перегрузка	$\dfrac{P}{P_0} = \dfrac{P}{mg}$

Применение второго и третьего законов Ньютона для определения веса

1. Опора или подвес неподвижны *Второй закон Ньютона в векторной форме:* $\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}$ или $\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}$ $OY: N - mg = 0$ или $OY: T - mg = 0$ $P_0 = mg$	

2. Ускорение опоры направлено вверх *Второй закон Ньютона в векторной форме:* $\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}$ $OY: N - mg = ma;$ $P_{\uparrow} = m(g + a)$	
3. Ускорение опоры направлено вниз *Второй закон Ньютона в векторной форме:* $\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}$; $OY: mg - N = ma$; $P_{\downarrow} = m(g - a)$	
4. Вершина выпуклого моста *Второй закон Ньютона в векторной форме:* $\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}_{\text{ц.с.}}$ $OY: mg - N = ma_{\text{ц.с.}}$; $P = m(g - a_{\text{ц.с.}})$	
5. Нижняя точка вогнутого моста *Второй закон Ньютона в векторной форме:* $\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}_{\text{ц.с.}}$ $OY: N - mg = ma_{\text{ц.с.}}$; $P = m(g + a_{\text{ц.с.}})$	
6. Полный оборот на подвесе *Второй закон Ньютона в векторной форме:* $\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}_{\text{ц.с.}}$ В точке А $OY: T + mg = ma_{\text{ц.с.}}$ $P = m\,(a_{\text{ц.с.}} - g)$ В точке В $OY: T - mg = ma_{\text{ц.с.}}$ $P = m\,(a_{\text{ц.с.}} + g)$	

Учтите: центростремительное ускорение всегда направлено к центру окружности и равно $a_{\text{ц.с.}} = \dfrac{\upsilon^2}{R} = \omega^2 R = \dfrac{4\pi^2 R}{T^2} = 4\pi^2 R\nu^2$.

Алгоритм решения задач на движение связанных тел

1. Кратко записать условие задачи, все величины перевести в СИ.

2. Сделать чертёж. На нём указать:

1) все силы, действующие на каждое тело;

2) направления ускорений;

3) оси координат.

3. Записать второй закон Ньютона в векторном виде для каждого тела.

4. Записать второй закон Ньютона в проекциях на оси координат.

5. Записать третий закон Ньютона.

6. Решить задачу в общем виде. Обычно при решении избавляются от неизвестной силы натяжения нити или ускорения.

7. Подставить числовые значения.

8. Сделать проверку размерностей.

Учтите: нить нерастяжима — тела движутся с одинаковыми ускорениями; нить невесома — силы натяжения одинаковы (третий закон Ньютона); нить нерастянута — у тел могут быть разные ускорения, $T = 0$; сила давления на блок при движении грузов $\vec{F}_{давл} = \vec{T}_1 + \vec{T}_2$.

Движение связанных тел

1. Движение по горизонтали без трения

Второй закон Ньютона:

$\vec{F} + \vec{T}_1 + m_1\vec{g} + \vec{N}_1 = m_1\vec{a}$,

$\vec{T}_2 + m_2\vec{g} + \vec{N}_2 = m_2\vec{a}$.

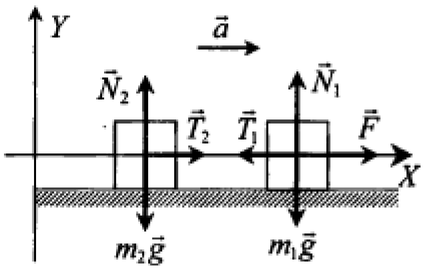
1. $OX: F - T_1 = m_1 a$

$OY: N_1 - m_1 g = 0$

2. $OX: T_2 = m_2 a$

$OY: N_2 - m_2 g = 0$

Третий закон Ньютона: $T_1 = T_2$



2. Движение по горизонтали с учётом трения

Второй закон Ньютона:

$\vec{F} + \vec{T}_1 + m_1\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{F}_{тр1} = m_1\vec{a}$

$\vec{T}_2 + m_2\vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{F}_{тр2} = m_2\vec{a}$

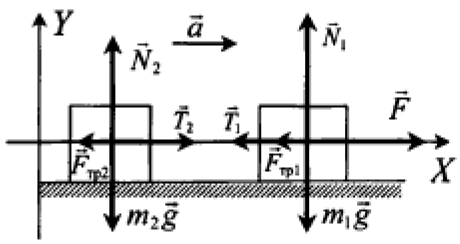
1. $OX: F - F_{тр1} - T_1 = m_1 a$

$OY: N_1 - m_1 g = 0$.

2. $OX: T_2 - F_{тр2} = m_2 a$

$OY: N_2 - m_2 g = 0$.

Третий закон Ньютона: $T_1 = T_2$



3. Вертикальное движение тел ($m_1 > m_2$)

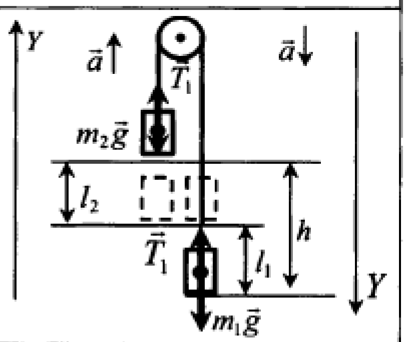
Второй закон Ньютона:

$\vec{T}_1 + m_1\vec{g} = m_1\vec{a}$

$\vec{T}_2 + m_2\vec{g} = m_2\vec{a}$

1. $OY: m_1 g - T_1 = m_1 a$

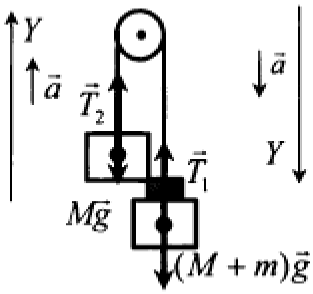
2. $OY: T_2 - m_2 g = m_2 a$



Третий закон Ньютона: $T_1 = T_2$

Учтите: перемещение каждого тела и расстояние между телами $h = l_1 + l_2 = 2l$

4. На один из грузов положили довесок



Второй закон Ньютона:

$(M+m)\vec{g} + \vec{T}_1 = (M+m)\vec{a}$

$\vec{T}_2 + M\vec{g} = M\vec{a}$

1. $OY: (M+m)g - T_1 = (M+m)a$

2. $OY: T_2 - Mg = Ma$

Третий закон Ньютона: $T_1 = T_2$

Вес довеска: $P_{д} = m(g-a)$

Динамика движения по окружности с постоянной по модулю скоростью

<u>Алгоритм решения задач</u>

1. Построить тело.

2. Показать направление всех сил, прилагая их к центру тела:

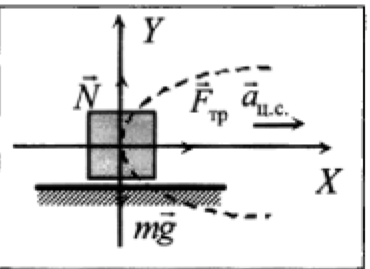
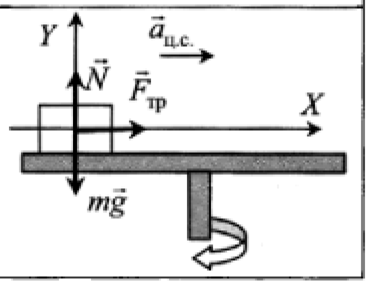
Название силы	Направление
Сила тяжести	Вертикально вниз
Сила реакции опоры	Перпендикулярно опоре
Сила натяжения нити	Вдоль оси подвеса
Сила упругости	Противоположно деформации
Сила трения, сила сопротивления	Противоположно направлению возможного движения

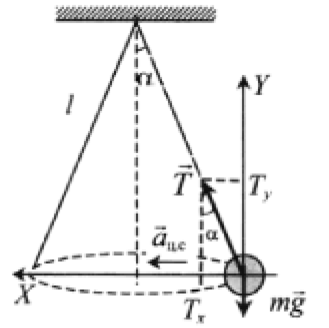
3. Направление центростремительного ускорения всегда направлено к центру окружности, по которой происходит движение.

4. Через центр тела провести оси координат. Желательно, чтобы направление одной оси совпадало с направлением ускорения, а другая была перпендикулярна ей.

5. Построить проекции сил на оси OX и OY.

Движение по окружности

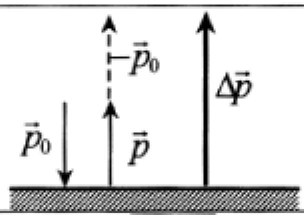
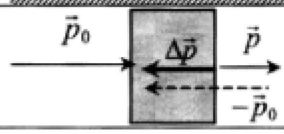
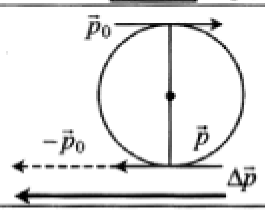
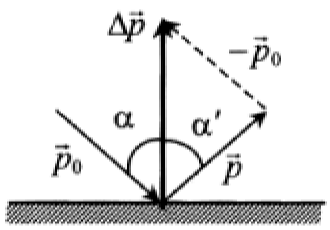
1. Автомобиль на повороте *Второй закон Ньютона в векторной форме:* $m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} = m\vec{a}_{ц.с.}$ $OX : F_{тр.} = ma_{ц.с.}$ $OY : N - mg = 0$	
2. Тело на вращающемся диске *Второй закон Ньютона в векторной форме:* $m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} = m\vec{a}_{ц.с.}$ $OX : F_{тр.} = ma_{ц.с}$ $OY : N - mg = 0$	

3. Конический маятник *Второй закон Ньютона в векторной форме:* $\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}_{ц.с}$ $OX: T\sin\alpha = ma_{ц.с.}$ $OY: T\cos\alpha - mg = 0$ $mg\,\mathrm{tg}\,\alpha = ma_{ц.с.}$ *Учтите*: радиус окружности, по которой происходит движение тела, $R = l\sin\alpha$	

Изменение импульса тела — векторная разность между конечным ($\vec{p}$) и начальным ($\vec{p}_0$) импульсом тела:

$$\Delta\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0 = \vec{p} + (-\vec{p}_0).$$

Частные случаи определения изменения импульса тела

1. Абсолютно неупругий удар о горизонтальную поверхность — конечная скорость равна нулю: $\upsilon = 0, p = 0$, $\Delta p = p_0$	
2. Абсолютно упругий удар о горизонтальную поверхность — модули конечной и начальной скоростей равны: $\upsilon = \upsilon_0, p = p_0$, $\Delta p = 2p_0 = 2m\upsilon_0$	
3. Пуля пробила стенку $\Delta p = p_0 - p$	
4. Радиус-вектор тела повернул на 180° $\Delta p = 2p_0 = 2m\upsilon_0$	
5. Абсолютно упругое отражение от горизонтальной поверхности — модули конечной и начальной скоростей равны: $\upsilon = \upsilon_0, p = p_0$; угол падения равен углу отражения $\alpha = \alpha'$	

Закон сохранения импульса в проекции на горизонтальную ось

Совет: если до и после столкновения скорости тел направлены вдоль горизонтальной оси, то закон сохранения импульса записывайте в проекциях на ось *OX*. *Помните,* что знак проекции вектора положителен, если его направление совпадает с направлением выбранной оси, и отрицателен, если вектор имеет противоположное оси направление. *Учтите:* при неупругом столкновении двух тел, движущихся навстречу друг другу, скорость совместного движения будет направлена в ту сторону, куда до столкновения двигалось тело с большим импульсом.

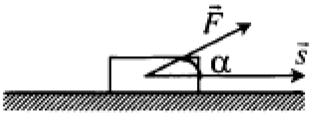
Частные случаи закона сохранения импульса (в проекциях на горизонтальную ось)

Неупругое столкновение с неподвижным телом	$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v$
Неупругое столкновение движущихся тел	$\pm m_1 v_1 \pm m_2 v_2 = \pm(m_1 + m_2) v$
В начальный момент система тел неподвижна	$0 = m_1 v_1' - m_2 v_2'$
До взаимодействия тела двигались с одинаковой скоростью	$(m_1 + m_2) v = \pm m_1 v_1' \pm m_2 v_2'$

Подсказка к задаче

Задача	*Подсказка*
Тележка массой M и длиной l стоит на гладких рельсах. Человек массой m переходит с одного её конца на другой параллельно рельсам. На какое расстояние относительно земли переместится при этом тележка?	*Закон сохранения импульса:* $OX: 0 = mv - (M + m)u$ Умножим на время t $m\ell = (M + m)s_{\text{тел}}$ **Ответ:** $s_{\text{тел}} = \dfrac{ml}{M + m}$

Механическая работа



$$A = F s \cos \alpha,$$

где F (Н) — модуль силы,

s (м) — модуль перемещения,

α — угол между направлениями силы и перемещения.

Учтите: работа силы трения скольжения

$$A = F_{тр} \cdot l ,$$

где l (м) — пройденный путь.

Единица измерения работы — джоуль

$$1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н} \cdot \text{м} .$$

Условия совершения механической работы

- На тело действует сила.
- Под действием этой силы тело перемещается.
- $\alpha \neq 90°$

Повторение.

Перемещение при равноускоренном прямолинейном движении:

$$s = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}\ ;\ s = \frac{v^2 - v_0^2}{\pm 2a}\ ;\ s = \frac{(v_0 + v)t}{2}.$$

Учтите: F — модуль конкретной силы.

Сила тяжести $F_{тяж} = mg$.

Сила упругости $F_{упр} = kx$.

Сила трения скольжения $F_{тр} = \mu N$.

Силу тяги определяют в соответствии со вторым законом Ньютона.

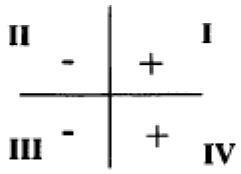
Учтите: знак работы зависит **только** от значения $\cos\alpha$.

Обратите внимание:

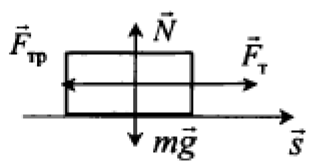
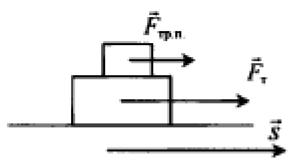
если $0° < \alpha < 90°$, то $\cos\alpha > 0$;

если $\alpha = 90°$, то $\cos\alpha = 0$;

если $90° < \alpha < 180°$, то $\cos\alpha < 0$.



Примеры определения знака работы

	$A(F_т) > 0 \quad A(F_{тр}) < 0$ $A(N) = 0 \quad A(mg) = 0$ *Учтите:* работа силы *трения скольжения* всегда отрицательна, так как $\vec{F}_{тр.ск.} \uparrow\downarrow \vec{s}$, $\cos(180°) = -1$
	Работа *силы трения покоя* может быть положительной в тех случаях, когда $\vec{F}_{тр.п.} \uparrow\uparrow \vec{s}$

Механическая энергия. Её виды

Если тело может совершить механическую работу, то оно обладает *механической энергией* E (Дж).

Виды механической энергии: кинетическая и потенциальная.

Кинетическая энергия — энергия движущихся тел:

$$E_k = \frac{mv^2}{2},$$

где v (м/с) — модуль мгновенной скорости.

Потенциальная энергия — энергия взаимодействующих тел.

Примеры потенциальной энергии в механике

Тело поднято над землёй:

$$E_p = mgh,$$

где h — высота, определяемая от нулевого уровня (или от нижней точки траектории).

Упруго деформированное тело:

$$E_p = \frac{kx^2}{2},$$

Мощность

Мощность — физическая величина, показывающая, какую работу совершает тело за единицу времени (или какую энергию вырабатывает тело за единицу времени).

Обозначение	N (в механике) или P (в других разделах)
Основная формула	$N = \frac{A}{t}$
Единица измерения в СИ	$1\ \text{Вт} = \frac{1\ \text{Дж}}{1\ \text{с}}$
Мгновенная мощность	$N_{\text{мгн}} = F_{\text{т}} \cdot v_{\text{мгн}}$

Подсказки к задачам

Мощность при равномерном прямолинейном движении тела	$N = \frac{A}{t} = \frac{F_{\text{т}} \cdot s}{t} = F_{\text{т}} v$, где $F_{\text{т}}$ — сила тяги, v — скорость тела
Мощность при равномерном подъёме груза	$N = \frac{mgh}{t}$, где m — масса груза, h — высота подъёма, t — время
Мощность силы трения при движении по горизонтали	$N = \frac{\mu mg \cos(180°) s}{t} = -\mu mgv$

Коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{A_{\text{полезн}}}{A_{\text{полн}}} \cdot 100\ \% \quad \left(\eta = \frac{A_{\text{полезн}}}{E_{\text{затрач}}} \cdot 100\ \% \right) \text{ или } \eta = \frac{N_{\text{полезн}}}{N_{\text{полн}}} \cdot 100\ \%$$

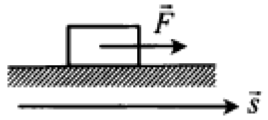
Частные случаи определения КПД

Устройство	Полезная работа и полная работа (затраченная энергия)	КПД
Неподвижный блок, рычаг	$A_{\text{полезн}} = mgh$ $A_{\text{соверш.}}$	$\eta = \frac{mgh}{A_{\text{соверш.}}} \cdot 100\%$
Наклонная плоскость	$A_{\text{полезн}} = mgh$ $A_{\text{полн}} = F \cdot l$	$\eta = \frac{mgh}{F\ell} \cdot 100\%$

Работа и изменение кинетической энергии (теорема о кинетической энергии)

Вывод формулы из определения механической работы:

$$A = Fs\cos\alpha$$



$$\alpha = 0^\circ;\ \cos\alpha = 1$$

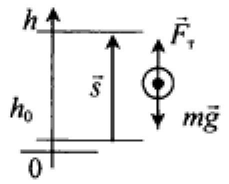
$$F = ma;\ s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}.$$

$$A = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = \Delta E_k.$$

Учтите: v — модуль мгновенной скорости.

Работа и изменение потенциальной энергии тела, поднятого над землёй

Вывод формулы из определения механической работы:



$$A = Fs\cos\alpha,$$

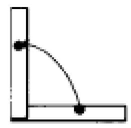
$$\vec{F}_т \uparrow\uparrow \vec{s}; \quad \cos\alpha = 1,$$

$$F_т = mg; \; s = h - h_0,$$

$$A = mg(h - h_0) = \Delta E_p.$$

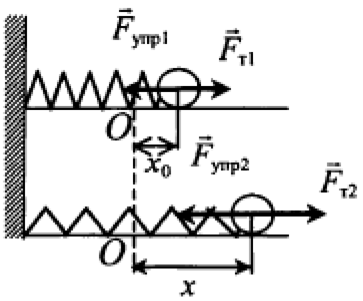
Учтите: потенциальная энергия протяжённого тела выражается через высоту его *центра масс*. У однородного тела правильной формы он совпадает с геометрическим центром.

Подсказка к задаче

Задача	*Подсказка*
Тонкий лом длиной l и массой m лежит на горизонтальной поверхности. Какую минимальную работу надо совершить, чтобы поставить его на землю в вертикальное положение?	 *Учтите:* центр масс лома поднимается на высоту $\frac{l}{2}$, поэтому $A = mgh = mg\frac{l}{2}$

Работа и изменение потенциальной энергии упруго деформированного тела

Вывод формулы из определения механической работы:



$$A = Fs\cos\alpha$$

$$\vec{F}_т \uparrow\uparrow \vec{s}; \cos\alpha = 1$$

$$F_т = F_{упр} = \frac{kx_0 + kx}{2}$$

$$s = x - x_0$$

$$A = \frac{kx^2}{2} - \frac{kx_0^{\,2}}{2} = \Delta E_p$$

Учтите: работа силы тяжести и работа силы упругости не зависят от вида траектории, по замкнутому контуру они равны нулю. Такие силы называют *потенциальными*.

Закон сохранения механической энергии

Полная механическая энергия — это сумма потенциальной и кинетической энергии тела в определенный момент времени:

$$E = E_k + E_p .$$

Закон сохранения механической энергии: *полная энергия замкнутой системы сохраняется:*

$$E_{ko} + E_{po} = E_k + E_p .$$

Систему называют *замкнутой*, если тела, входящие в неё, взаимодействуют только друг с другом, а влиянием внешних сил можно пренебречь.

Закон сохранения механической энергии для движения в поле тяжести Земли:

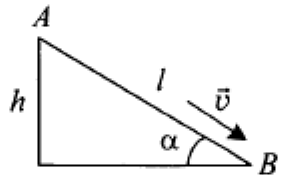
$$\frac{m\upsilon_0^2}{2} + mgh_0 = \frac{m\upsilon^2}{2} + mgh .$$

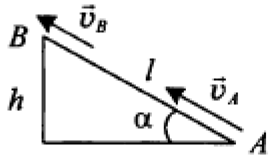
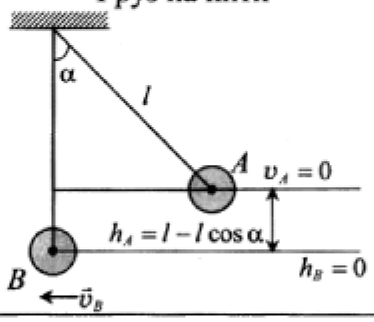
Слова-подсказки: «тело свободно падает» — $\upsilon_0 = 0$; «в момент наивысшего подъёма» — $\upsilon = 0$; «тело бросают от земли» — $h_0 = 0$; «тело упало на землю» — $h = 0$.

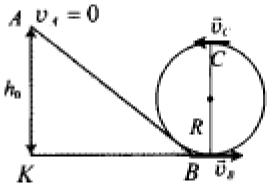
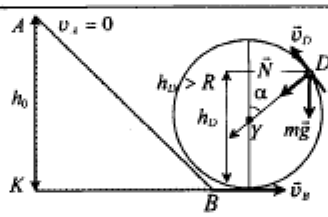
Повторение: дальность полёта броска под углом к горизонту:

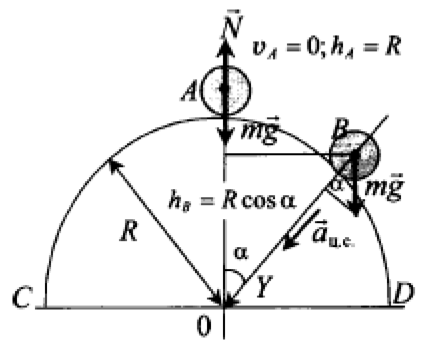
$$l = \frac{\upsilon_0^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

Примеры определения полной механической энергии в начальном и конечном положении

Пример	Начальное положение — точка *A*	Конечное положение — точка *B*
Спуск с наклонной плоскости ($\upsilon_A = 0$) 	$E_A = mgh_A$, где $h_A = l \sin\alpha$	$E_B = \frac{m\upsilon_B^2}{2}$

Пример	**Начальное положение — точка *A***	**Конечное положение — точка *B***
Подъём по наклонной плоскости 	$E_A = \frac{m\upsilon_A^2}{2}$	$E_B = \frac{m\upsilon_B^2}{2} + mgh_B$, где $h_B = l\sin\alpha$
Груз на нити 	$E_A = mgh_A$, где $h_A = l(1-\cos\alpha)$	$E_B = \frac{m\upsilon_B^2}{2}$
Вертикальный выстрел из пружинного пистолета	$E_A = \frac{k\Delta l^2}{2}$	$E_B = mgh_B$

Задачи	*Подсказки*
	танавливаться. Для определения скорости в верхней точке предположим, что сила натяжения минимальна, т.е. равна нулю $T_B = m\left(\dfrac{v_B^2}{l} - g\right) = 0 \Rightarrow v_B = \sqrt{gl}$
6. Небольшое тело соскальзывает по наклонной плоскости, плавно переходящей в «мёртвую петлю» радиусом R. С какой минимальной высоты должно соскальзывать тело для благополучного прохождения всей петли? Высоту отсчитывают от нижней точки петли. Трением пренебречь. **Ответ:** $h_0 = \dfrac{5R}{2}$	 Нулевой уровень — KB *Закон сохранения энергии:* $mgh_0 = mg2R + \dfrac{mv_C^2}{2}$ *Учтите:* чтобы тело прошло всю «мёртвую петлю», оно в верхней точке не должно останавливаться. Для определения скорости тела в верхней точке предположим, что сила реакции опоры равна нулю. $N_C = m\left(\dfrac{v_C^2}{R} - g\right) = 0 \Rightarrow v_C = \sqrt{gR}$
7. Небольшое тело соскальзывает по наклонной плоскости, плавно переходящей в «мёртвую петлю», с высоты h_0. Радиус петли R. На какой высоте тело оторвётся от поверхности петли? Высоту отсчитывают от нижней точки петли. Трением пренебречь. **Ответ:** $h = \dfrac{2h_0 + R}{3}$	 Нулевой уровень — KB *Закон сохранения энергии:* $mgh_0 = \dfrac{mv_D^2}{2} + mg(R + R\cos\alpha)$ ***Второй закон Ньютона в векторной форме:*** $\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}_{ц.с}$

Задачи	*Подсказки*
	Учтите: в точке, где «тело оторвётся от петли», $N_D = 0$ $$OY: mg\cos\alpha = \frac{mv_D^2}{R};\ \cos\alpha = \frac{h_D - R}{R}$$
8. Небольшое тело соскальзывает без трения с вершины неподвижной полусферы, радиус которой R. На какой высоте тело оторвётся от поверхности полусферы? Высоту отсчитывают от основания полусферы. **Ответ:** $h_B = \frac{2R}{3}$	 Нулевой уровень — CD *Закон сохранения энергии:* $$mgR = mgR\cos\alpha + \frac{mv_B^2}{2}$$ *Второй закон Ньютона в векторной форме:* $$\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}_{ц.с}$$ Тело оторвётся от петли в точке, где $N_B = 0$: $$OY: mg\cos\alpha = \frac{mv_B^2}{R},\ \cos\alpha = \frac{h_B}{R}$$

Упругий центральный удар (упругое столкновение движущегося тела с неподвижным телом)

Если удар **центральный**, то направление векторов скоростей после взаимодействия лежат на той же прямой, что и до взаимодействия, поэтому закон сохранения импульса выполняется в проекциях на ось OX.

Закон сохранения импульса:

$$m_1v_1 = m_1v_1' + m_2v_2'.$$

Закон сохранения энергии:

$$\frac{m_1v_1^2}{2} = \frac{m_1v_1'^2}{2} + \frac{m_2v_2'^2}{2}.$$

Решив систему уравнений, получаем формулы для расчёта проекций скоростей тел на ось OX после столкновения:

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1;$$

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1.$$

Анализ полученных формул. Направление движения налетающего шара после столкновения зависит от массы шаров. Если $m_1 > m_2$, то направление сохраняется; модуль скорости равен

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1.$$

Если $m_1 < m_2$, то направление меняется на противоположное; модуль скорости равен

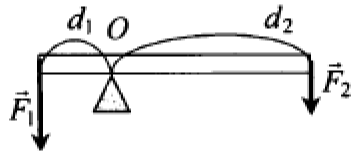
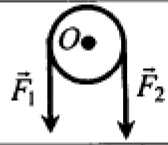
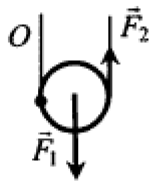
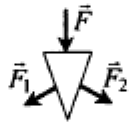
$$\upsilon_1' = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1.$$

Если $m_1 = m_2$, то налетающее тело останавливается: $\upsilon_1' = 0$.

Подсказки к решению задач

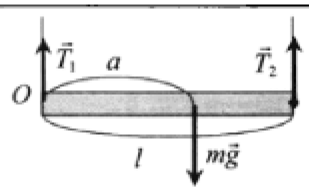
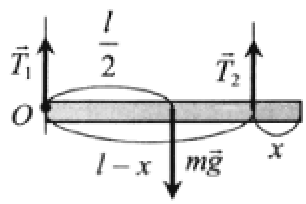
Полная механическая энергия в начальный момент времени	$E_0 = E_{k0} + E_{p0}$
Полная механическая энергия в конечный момент времени	$E = E_k + E_p$
Изменение механической энергии	$\Delta E = E - E_0$
Механическая энергия переходит во внутреннюю (в тепло)	$\lvert\Delta E\rvert = Q$, где Q — количество теплоты
Увеличение механической энергии в результате взрыва снаряда	$E = E_0 + Q$, где Q — добавочная энергия
Изменение механической энергии за счёт работы силы трения (силы сопротивления)	$E - E_0 = A(F_{\text{тр.}}) = -F_{\text{тр.}}s$ т.к. $\vec{F}_{\text{тр.ск.}} \uparrow\downarrow \vec{s}$, $\cos(180°) = -1$
Работа силы трения при движении по горизонтали	$A(F_{\text{тр}}) = -\mu mgs$
Работа силы трения при движении по наклонной плоскости	$A(F_{\text{тр}}) = -\mu mgs\cos\alpha$, где $s = \frac{h}{\sin\alpha}$
Уравнение скорости при свободном падении	$\upsilon_y = \upsilon_{0y} + g_y t$
Дальность полёта при броске под углом к горизонту	$l = \frac{\upsilon_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

Простые механизмы — приспособления, служащие для преобразования силы. К ним относятся рычаг, наклонная плоскость, блоки, клин и ворот.

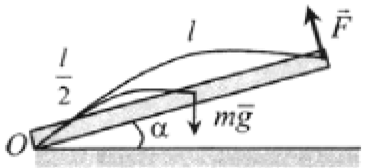
1. **Рычаг** Даёт выигрыш в силе $\frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1}$	
2. **Неподвижный блок** изменяет направление силы $d_1 = d_2$; $F_1 = F_2$	
3. **Подвижный блок** даёт выигрыш в силе в 2 раза $d_1 = R$; $d_2 = 2R$	
4. **Клин** $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$	

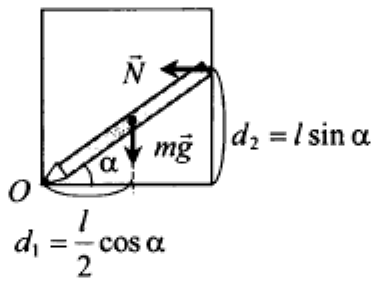
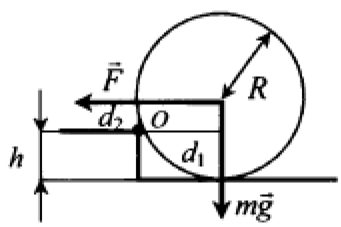
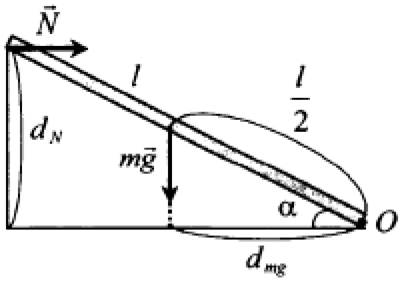
«Золотое правило механики». При использовании простых механизмов мы выигрываем в силе, но проигрываем в расстоянии, поэтому выигрыша в работе простые механизмы не дают.

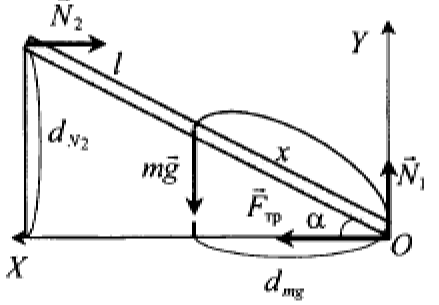
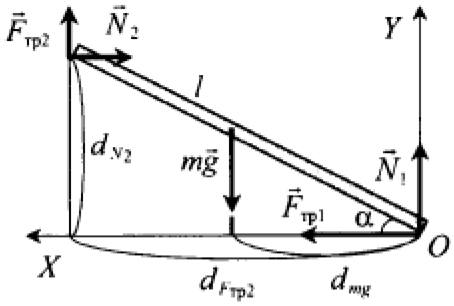
Подсказки к задачам

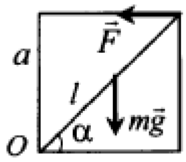
Задачи	*Подсказки*
1. Прямая неоднородная балка длиной l и массой m подвешена за концы на вертикально натянутых тросах. Балка занимает горизонтальное положение. Найдите натяжение правого троса T_2, если центр тяжести балки находится на расстоянии a от левого конца балки. **Ответ:** $T = \frac{mga}{l}$	 Правило моментов: $T_2 l = mga$
2. Рельс длиной l и массой m поднимают равномерно в горизонтальном положении на двух вертикальных тросах, первый из которых укреплен на конце рельса, а второй — на расстоянии x от другого конца. Определите натяжение второго троса. **Ответ:** $T = \frac{mgl}{2(l - x)}$	 Правило моментов: $mg\frac{l}{2} = T_2(l - x)$

Подсказки к задачам

Задачи	*Подсказки*
1. Рабочий удерживает за один конец доску массой m так, что она образует угол α с горизонтом, опираясь о землю другим концом. С какой силой рабочий удерживает доску, если эта сила перпендикулярна доске? **Ответ:** $F = \dfrac{mg\cos\alpha}{2}$	 $d_1 = \dfrac{l}{2}\cos\alpha$ $d_2 = l$ Правило моментов: $mg\dfrac{l}{2}\cos\alpha = Fl$

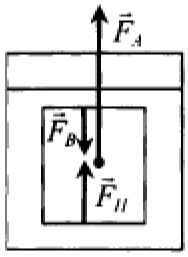
Задачи	***Подсказки***
2. В гладкий высокий цилиндрический стакан с внутренним радиусом R помещают карандаш длиной l и массой m. С какой силой действует на стакан верхний конец карандаша? **Ответ:** $N = \frac{mgR}{\sqrt{l^2 - 4R^2}}$	 Правило моментов $mg\frac{l}{2}\cos\alpha = Nl\sin\alpha$
3. Колесо радиусом R и массой m стоит перед ступенькой высотой h. Какую наименьшую горизонтальную силу надо приложить к оси колеса, чтобы оно могло подняться на ступеньку? Сила трения равна нулю. **Ответ:** $F = \frac{mg\sqrt{h(2R-h)}}{R-h}$	 $d_1 = \sqrt{R^2 - d_2^2}$ $d_2 = R - h$ Правило моментов: $mgd_1 = Fd_2$
4. Лестница массой m приставлена к гладкой вертикальной стене под углом α. Найдите силу давления лестницы на стену. Центр тяжести лестницы находится в её середине. **Ответ:** $N = \frac{mg}{2\,\mathrm{tg}\,\alpha}$	**Лестница (без трения)**  Правило моментов $mg\frac{l}{2}\cos\alpha = Nl\sin\alpha$

Задачи	*Подсказки*
5. Лестница длиной l приставлена к идеально гладкой стене под углом α к горизонту. Коэффициент трения между лестницей и полом μ. На какое расстояние x вдоль лестницы может подняться человек, прежде чем лестница начнет скользить? Массой лестницы пренебречь. **Ответ:** $x = \mu l / \operatorname{tg} \alpha$	**Лестница (трение у пола)**  Правило моментов $mgx\cos\alpha = N_2 l \sin\alpha$ Второй закон Ньютона $OX: F_{тр} - N_2 = 0$ $OY: N_1 - mg = 0$ $F_{тр} = \mu mg$
6. Однородная лестница приставлена к стене. При каком наименьшем угле α между лестницей и горизонтальным полом лестница сохранит равновесие, если коэффициент трения между лестницей и полом μ_1, а между лестницей и стеной μ_2? **Ответ:** $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{1-\mu_1\mu_2}{2\mu_1}$	**Лестница (трение у пола и стены)**  Правило моментов $mg\dfrac{l}{2}\cos\alpha = F_{тр2} l \cos\alpha + N_2 l \sin\alpha$ Второй закон Ньютона $OX: F_{тр1} - N_2 = 0$ $\mu_1 N_1 - N_2 = 0$ $OY: F_{тр2} + N_1 - mg = 0$

<table>
<tr><th>Задачи</th><th>Подсказки</th></tr>
<tr><td>7. Какую минимальную горизонтальную силу нужно приложить к верхнему ребру куба массой m, находящегося на горизонтальной плоскости, чтобы перекинуть его через нижнее ребро?
Ответ: $F = \frac{mg}{2}$</td><td>Поворот куба

У куба $\alpha = 45°$
Правило моментов
$mg\frac{l}{2}\cos\alpha = Fl\sin\alpha$</td></tr>
</table>

Архимедова сила

Архимедова сила (выталкивающая сила, подъёмная сила) действует на погружённое в жидкость или газ тело.



Причина возникновения выталкивающей силы: нижняя грань тела находится на большей глубине, чем верхняя, поэтому давление жидкости снизу больше, чем сверху. Из-за разницы в давлениях возникает выталкивающая сила.

Архимедова сила всегда направлена *вертикально вверх.*

Архимедова сила равна разности сил давления на нижнюю и верхнюю грани:

$$F_А = F_Н - F_В .$$

Архимедова сила равна разности веса тела в воздухе и веса тела в жидкости:

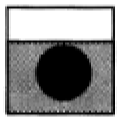
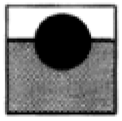
$$F_А = P_{возд} - P_ж .$$

Модуль выталкивающей силы определяется с помощью закона Архимеда.

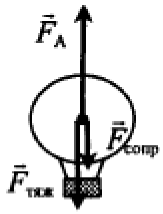
Закон Архимеда: *выталкивающая сила равна весу вытесненной жидкости или газа*:

$$F_А = P_{жид} .$$

Частные случаи определения архимедовой силы

Полное погружение $$F_A = \rho_ж V_т g,$$ где $V_т$ — объём тела	
Неполное погружение $$F_A = \rho_ж V_{п.ч.} g,$$ где $V_{п.ч.}$ — объём погружённой части тела	

Помните, что в формулу для расчёта архимедовой силы следует подставлять плотность окружающей среды (жидкости или газа).



Воздухоплавание. Подъёмной силой служит архимедова сила:

$$F_A = \rho_{возд} V_ш g,$$

а мешают подъёму сила тяжести и сила сопротивления воздуха:

$$F_{тяж} = (M_{шара} + m_{газа} + m_{корз.} + m_{гр})g \text{ и } F_{сопр.}.$$

Управление шаром:

- шар заполняют нагретым воздухом или газом, плотность которого меньше плотности окружающего воздуха;
- сбрасывая балласт, можно увеличить высоту полёта;
- охлаждая газ, можно вернуться на землю.

Тело полностью погружено в жидкость (или газ)

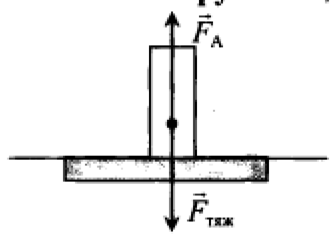
Архимедова сила: $F_А = \rho_ж V_т g$.

Сила тяжести: $F_{тяж} = mg = \rho_т V_т g$.

Сила натяжения нити, удерживающая груз:

$$T = F_{тяж} - F_A.$$

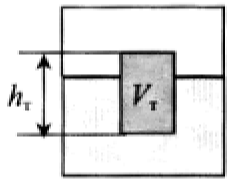
Подсказка к задаче

Задача	*Подсказка*
1. Определите минимальную массу груза, который следует положить на плоскую однородную льдину площадью S, чтобы она полностью погрузилась в воду. Толщина льдины h, а плотность льда $\rho_л$, плотность воды $\rho_в$. Ответ: $m_{гр} = Sh(\rho_в - \rho_л)$	**Максимальный груз на льдине**  *Второй закон Ньютона в векторной форме:* $\vec{F}_А + \vec{F}_{тяж} = m\vec{a}$, $F_А = F_{тяж}$. Архимедова сила действует только на льдину: $F_А = \rho_в V_л g = \rho_в Shg$. Сила тяжести $F_{тяж} = (m_л + m_{гр})g$, где $m_л = \rho_л Sh$

Тело плавает на поверхности

Основное условие	$F_А = F_{тяж}$
Сила тяжести	$F_{тяж} = mg = \rho_т V_т g$
Сила Архимеда	$F_А = \rho_ж V_{п.ч.} g$
Объём V и высота h тела правильной формы	$V = Sh$, где S — площадь сечения

Подсказки к задачам

Задачи	***Подсказки***
1. Сплошное тело объёмом $V_т$ плавает в воде, причём под водой находится $\frac{3}{4}$ его объёма. Определите силу тяжести, действующую на тело. Плотность воды $\rho_в$. **Ответ:** $F_{тяж} = \frac{3}{4}\rho_в V_т g$	 *Второй закон Ньютона в векторной форме:* $\vec{F}_A + \vec{F}_{тяж} = m\vec{a}$; $F_{тяж} = F_A$ $F_{тяж} = \rho_в \frac{3}{4} V_т g$
2. Какая часть (в процентах) айсберга находится под водой? Плотность льда $\rho_л = 900$ кг/м^3, а воды $\rho_в = 1000$ кг/м^3. **Ответ:** 10%	*Второй закон Ньютона в векторной форме*: $\vec{F}_A + \vec{F}_{тяж} = m\vec{a}$; $F_A = F_{тяж}$ $\rho_л V_л g = \rho_в V_{п.ч.} g$; $\frac{V_{п.ч.}}{V_л} = \frac{\rho_л}{\rho_в}$
3. Полое тело плотностью $\rho_т$ плавает в воде, погрузившись на $\frac{1}{5}$ своего объёма. Найдите объём полости $V_п$, если объём тела $V_т$, а плотность воды $\rho_в$. **Ответ:** $V_п = \frac{V_т(5\rho_т - \rho_в)}{5\rho_т}$	*Второй закон Ньютона в векторной форме:* $\vec{F}_A + \vec{F}_{тяж} = m\vec{a}$ $F_A = F_{тяж}$ $\rho_в V_{п.ч.} g = \rho_т (V_т - V_п) g$